

(71)

$$f(x) = \frac{2x-4}{x-2}$$

Domino

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{\cancel{x-2}} = 2$$

$$f(2) = \frac{2 \cdot 2 - 4}{2 - 2} = \frac{0}{0} \text{ keine Indeterminat}$$

$\Rightarrow$ P. Singolare Elimierbar

(72)

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x-3}$$

Dom $\forall x \in \mathbb{R} - \{3\}$

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-9}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{\cancel{x-3}} = 6$$

$$f(3) = \frac{3^2-9}{3-3} = \frac{0}{0}$$

P. Sing elimierbar

73)

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

$$D_x \subset \mathbb{R} - \{\pm 2\}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} = \frac{2}{2+2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$f(2) = \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} = \frac{0}{0}$$

$\Rightarrow$ P. Sing. eliminabile in $x_0 = 2$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4} &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{-2^+}{-2^+ + 2} = \\ &= \frac{-2^+}{-1.9 + 2} = \frac{-2}{0^+} = -\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x(x-2)}{\cancel{(x-2)}(x+2)} &= \frac{-2^-}{-2^- + 2} = \frac{-2}{-2.1 + 2} = \\ &= \frac{-2}{0^-} = 1 \end{aligned}$$

P. Singolare di 2° specie

$x = -2$ asintoto verticale sinistro

#4

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4}$$

1) Calcolo Dominio

$$x^2 + 3x - 4 \neq 0 \rightarrow \text{Scomponiamo}$$

$$\begin{matrix} \vee & \vee \\ S & P \end{matrix}$$

$$P = -4$$

$$S = 3$$

$$1 \cdot (-4)$$

$$1 - 4 = -3$$

$$(-1)(4)$$

$$-1 + 4 = 3$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4) \neq 0$$

$$x - 1 \neq 0 \rightarrow x \neq 1$$

$$x + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq -4$$

$$\text{Dominio } \bigcup x \in \mathbb{R} - \{1, -4\}$$

Calcolo limiti:

$$x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{0}{0} \rightarrow \text{F.i.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{\cancel{(x-1)}(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{x+4} = \frac{2}{5}$$

$$\text{Toro l'immagine } f(1) = \frac{1^2 - 1}{1 + 3 - 4} = \frac{0}{0}$$

$$\Rightarrow x = 1 \quad \text{P. singolare}$$

Eliminabile

$$x = -4$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{(-4)^2 - 1}{(-4)^2 + 3(-4) - 4} = \frac{16 - 1}{16 - 12 - 4} = \frac{15}{0} = \infty$$

Vediamo i limiti $x \rightarrow -4^+$
 $x \rightarrow -4^-$

$$\lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4} = \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{(-3,9)^2 - 1}{(-3,9)^2 + 3(-3,9) - 4} = \frac{15}{-0,49} = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{16 - 1}{16 - 12 - 4} = \frac{15}{4 - 4} = \frac{15}{0^+} = +\infty$$

$x = -4$ P. Sing. II grado

$x = -4^+$ Asintoto Verticale Dx

$x \rightarrow -4^-$ " " Sx

75

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4}$$

Domínio $x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{(x-1)(x+4)} = \frac{0}{0}$$

$$x = 1$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+4)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x+4} = \frac{0}{5} = 0$$

$x = 1$ P. Sing. ELIMINABILE

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} = \frac{16 + 8 + 1}{16 - 12 - 4} = \frac{25}{0} = \infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -4^+} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} &= \frac{(-4^+)^2 - 2(-4^+) + 1}{(-4^+)^2 + 3(-4^+) - 4} = \\ &= \frac{16^+ + 8^+ + 1}{16^+ - 12^+ - 4} = \frac{25^+}{4^+ - 4} = \frac{25}{0^+} = +\infty \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -4^-} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 3x - 4} &= \frac{(-4^-)^2 - 2(-4^-) + 1}{(-4^-)^2 + 3(-4^-) - 4} = \\ &= \frac{16^- + 8^- + 1}{16^- - 12^- - 4} = \frac{25}{4^- - 4} = \frac{25}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

$x = -4$ P. Sing. di II specie

46

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4}$$

1) Calcolo Dominio

$$x^2 - 3x - 4 \neq 0$$

$$\begin{array}{cc} x^2 - 3x - 4 \\ \hline S & P \end{array}$$

$$P = -4$$

$$S = -3$$

$$(-1) \quad (4)$$

$$\Rightarrow 3$$

$$(1) \quad (-4)$$

$$\Rightarrow -3$$

$$x^2 - 3x - 4 = (x+1)(x-4) \neq 0$$

$$(x+1) \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

$$(x-4) \neq 0 \Rightarrow x \neq 4$$

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 4\}$$

Trovo i

$$x = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} = \frac{(-1)^2 - 3(-1) + 2}{(-1)^2 - 3(-1) - 4} =$$

$$= \frac{1 + 3 + 2}{1 + 3 - 4} = \frac{6}{0} = \infty$$

$\Rightarrow$ Calcolo limiti a dx e a sx

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} = \frac{(-1)^+ - 3(-1)^+ + 2}{(-1)^+ - 3(-1) - 4} =$$

$$= \frac{1^+ + 3^+ + 2}{1^+ + 3^+ - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} = \frac{1^- - 3(-1^-) + 2}{1^- - 3(-1) - 4} =$$

$$= \frac{1^- + 3^- + 2}{1^- + 3^- - 4} = \frac{0}{0^+} = +\infty$$

$\alpha = -1$ Puntó Sing. II yere

$x = 4$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} =$

$$\frac{16 - 12 + 2}{16 - 12 - 4} = \frac{0}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} = \frac{16 - 12 + 2}{16 - 12 - 4} = \frac{6}{0^+} = +\infty$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 3x - 4} &= \frac{(4^-)^2 - 3(4^-) + 2}{(4^-) - 3(4^-) - 4} = \\ &= \frac{16^- - 12^- + 2}{16^- - 12^- - 4} = \frac{6}{4^- - 4} = \frac{6}{0^-} = -\infty \end{aligned}$$

$\alpha = -1$
 $\alpha = 4^-$ Puntó Sing. II Specif

603
Aliso
Libro

$$f(x) = \frac{2}{x} + 3$$

1) Dominio $x \neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} + 3 = \frac{2}{0} + 3 = \infty$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{2}{0^+} + 3 = +\infty + 3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{2}{0^-} + 3 = -\infty + 3 = -\infty$$

$\Rightarrow x = 0$ p. Singolare II specie

$\Rightarrow$

605
Alfno
libro

$$j(x) = \frac{x^2 - x}{x}$$

Dominio $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - x}{x} = \frac{0}{0} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{x} =$$
$$= 0 - 1 = -1$$

$x=0$ P. singolare
eliminabile

613 Alfno libro

$$j(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 25}$$

Dominio: $x^2 - 25 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 5$

$\Rightarrow \forall x \in \mathbb{R} - \{-5, 5\}$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 25} = \frac{\sqrt{5} - 2}{\underset{\text{red}}{0}} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 25} = \frac{\sqrt{5} - 2}{25^+ - 25} = \frac{\sqrt{5} - 2}{0^+} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 25} = \frac{\sqrt{5^-} - 2}{(5^-)^2 - 25} = \frac{\sqrt{5^-} - 2}{25^- - 25} =$$

$$= \frac{\sqrt{5^-} - 2}{0^-} = -\infty$$

$x = 5$ P. sing. Π specie

$x = -5$

$$\lim_{x \rightarrow -5^+} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 25} = \text{impossibile}$$

617 Altro libro

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x + 9}$$

Scotnposizione:

$$x^2 - 3x + 9 =$$

$$\Delta = (-3)^2 - 4(1)(9) =$$

$$= 9 - 36 = -27 < 0$$

$\Rightarrow$ Dominio tutto $\mathbb{R}$

$$P = 9 \quad S = -3$$

$$1. \quad 9 \rightarrow = 10$$

$$(-1)(-9) \rightarrow = -10$$

$$(3)(3) \rightarrow = 9$$

$$(-3)(-3) \rightarrow = -9$$

$\Rightarrow \nexists p$. discontinuous



