

Algebra dei limiti

Le forme indeterminate

- Limiti di funzioni polinomiali $+\infty - \infty$ 4
- Limiti di funzioni razionali fratte $\frac{\infty}{\infty}$ 9
- Limiti di funzioni razionali fratte $\frac{0}{0}$ 16
- Limiti di funzioni irrazionali 25
- Esercizi Riassuntivi 37
- Limiti di forme indeterminate esponenziali 1^∞ ; 0^0 ; ∞^0 41

Operazioni sui limiti

Le forme indeterminate

$$-\infty + \infty;$$

$$0 \cdot \infty;$$

$$\frac{0}{0},$$

$$\frac{\infty}{\infty};$$

$$1^{\infty};$$

$$0^0; .$$

$$\infty^0$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $+\infty - \infty$

Del tipo:

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n,$$

Definite e continue in $\mathbb{R}$

$$P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_n,$$

con $a_0 \neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left[a_0x^n \left(1 + \frac{a_1}{a_0x} + \frac{a_2}{a_0x^2} + \dots + \frac{a_n}{a_0x^n} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} a_0x^n$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $+\infty - \infty$

Del tipo: $P(x) = 4x^3 + 8x^2 - 4x - 2$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 4x^3 + 8x^2 - 4x - 2 = +\infty - \infty$$

Definite e continue in $\mathbb{R}$

$$P(x) = 4x^3 + 8x^2 - 4x - 2$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \pm\infty} P(x) &= \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 4x^3 + 8x^2 - 4x - 2 = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 \left(2 + \frac{4x^2}{x^3} - \frac{2x}{x^3} - \frac{2}{x^3} \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 \left(2 + \frac{4}{x} - \frac{2}{x^2} - \frac{2}{x^3} \right) = \\ &= 2 \cdot (+\infty)(2 + 0 - 0 - 0) = +\infty \end{aligned}$$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $+\infty - \infty$

Nel caso ad esempio

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - x^2 = +\infty - \infty.$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \left(1 - \frac{1}{x}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = +\infty$$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - 3x^3 + x + 1 = +\infty - \infty.$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \cdot \left(\frac{1}{x} - 3 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}\right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^3 = -\infty$$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 - 2x^2 + x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $+\infty - \infty$

Calcola i limiti delle seguenti funzioni polinomiali.

$$\textbf{248} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 48x - 100) \quad [+\infty]$$

$$\textbf{249} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - 5x - 1) \quad [-\infty]$$

$$\textbf{250} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 5x^2 - 1) \quad [+\infty]$$

$$\textbf{251} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 5x^3 - 1) \quad [-\infty]$$

$$\textbf{252} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x^3 + 5x^4 - 2x - 1) \quad [+\infty]$$

$$\textbf{253} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(-\frac{1}{2}x^3 + 5x^2 - 1 \right) \quad [+\infty]$$

$$\textbf{254} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} [(1 - \sqrt{2})x^3 - 5x^2 - 1] \quad [+\infty]$$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $+\infty - \infty$

$$\textbf{255} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [(-\sqrt{3} + 2)x^2 - 6x - 2] \quad [+\infty]$$

$$\textbf{256} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - 1)^2 \quad [+\infty]$$

$$\textbf{257} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x - 1)^2 \quad [+\infty]$$

$$\textbf{258} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x^2)^2 \quad [+\infty]$$

$$\textbf{259} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1)^3 \quad [+\infty]$$

$$\textbf{260} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (x + 1)^3 \quad [-\infty]$$

$$\textbf{261} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - x)^3 \quad [-\infty]$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni razionali fratte. **Caso.** $\frac{\infty}{\infty}$

Del tipo:

$$f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$$

$$P_n(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \quad \text{con } a_0 \neq 0$$

$$Q_m(x) = b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m \quad \text{con } b_0 \neq 0$$

Definite e continue in $\mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{P_n(x)}{Q_m(x)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n}{b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_0x^n \left(1 + \frac{a_1}{a_0x} + \dots + \frac{a_n}{a_0x^n} \right)}{b_0x^m \left(1 + \frac{b_1}{b_0x} + \dots + \frac{b_m}{b_0x^m} \right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a_0x^n}{b_0x^m} =$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni razionali fratte. **Caso.** $\frac{\infty}{\infty}$

Del tipo: $f(x) = \frac{2x^3 + 4x^2 + x - 1}{x^2 + x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3 + 4x^2 + x - 1}{x^2 + x - 1} = \frac{\infty}{\infty}$$

Definite e continue in R

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3(2 - \frac{1}{x^3})}{x^2(1 - \frac{1}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3(2)}{x^2(1)} = +\infty$$

Limiti funzioni razionali fratte. **Caso.** $\frac{\infty}{\infty}$

Nel caso ad esempio

$$\text{a. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 1}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x = +\infty$$

$$\text{b. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{x^8 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{x^8} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^4} = 0$$

$$\text{c. } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 - 1}{1 - 2x^4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4}{-2x^4} = -\frac{1}{2}$$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$.

~~262~~ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 1}{x + 1}$ $[+\infty]$

263 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 1}{x^2 + x}$ $[2]$

264 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - x^2}{2x + 1}$ $[+\infty]$

265 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^3}{2x^4 + 1}$ $[0]$

266 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - x^2}{x}$ $[-\infty]$

~~267~~ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 2}$ $[1]$

268 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x + 4}$ $[-\infty]$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$.

~~269~~ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x^4 - x^3 + 1}{5x^4 - x - 1}$

[2]

270 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 + 6x + 5}{x^2 + 4}$

[$+\infty$]

271 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{6x^2 - x + 1}{4x^2 - x - 1}$

$\left[\frac{3}{2} \right]$

272 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 16}{5x^3 + 1}$

[0]

273 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + 6x + 5}{x + 4}$

[$+\infty$]

274 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 6x + 5}{x^5 + 4}$

[0]

275 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - 10x^2}{4x^2 - 1}$

$\left[-\frac{5}{2} \right]$

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$.

~~276~~ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{3x - 1}{x + 3} - \frac{x}{x + 1} \right)$

[2]

277 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{8x - 1}{2x + 3} - \frac{x}{x^2 + 1} \right)$

[4]

278 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 3} - \frac{x}{x + 1} \right)$

[$+\infty$]

279 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2x + 1}{x + 4} - \frac{x^2}{x + 1} \right)$

[$-\infty$]

280 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 4} - \frac{x^2}{x + 1} \right)$

[−3]

281 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x} - \frac{4x^2}{2x + 1} \right)$

[$-\infty$]

Limiti funzioni polinomiali.

Caso. $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$.

$$\textbf{282} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 1}{x + 3} - \frac{x^2}{x - 2} \right) \quad [-5]$$

$$\textbf{283} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x + 1)^2}{x + 4} \quad [+\infty]$$

$$\textbf{284} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x + 1)^2}{(4x - 1)^2} \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$\textbf{285} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(1 - x^3)^2}{(x^2 + 1)^3} \quad [1]$$

$$\textbf{286} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(1 - 4x^3)^2}{(2x^2 + 1)^3} \quad [2]$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Del tipo:

$$f(x) = \frac{P_n(x)}{Q_m(x)}$$

Definite e in $\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} P_n(x) &= a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n \quad \text{con } a_0 \neq 0 \\ Q_m(x) &= b_0x^m + b_1x^{m-1} + \dots + b_m \quad \text{con } b_0 \neq 0 \end{aligned}$$

Ma in questo caso i due polinomi devono essere divisibili

Procedimento:

- 1) scomponiamo i due polinomi**
- 2) Semplifichiamo i polinomi scomposti**

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Del Tipo. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{0}{0}$

1) Scomponiamo singolarmente i due polinomi

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} =$$

2) Semplifichiamo i polinomi scomposti

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x - 1)}(x^2 + x + 1)}{\cancel{(x - 1)}(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 + x + 1)}{(x + 1)} = \frac{3}{2}$$

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

~~287~~ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}$ [2]

288 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x - x^3}{x - 2}$ [-8]

~~289~~ $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 4x}{x^2 + 4x + 4}$ [∞]

290 $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{9 - x^2}{x^2 + 3x}$ [-2]

291 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{x^2 - 8x + 16}$ [∞]

292 $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x - 9}$ [18]

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

~~293~~ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$ [4]

~~294~~ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 1}$ $\left[\frac{3}{2} \right]$

~~295~~ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{2+x} - \frac{1}{2}}{x}$ $\left[-\frac{1}{4} \right]$

~~296~~ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(x+1)^2} - 1}{x}$ [-2]

~~297~~ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 2x - 3}$ $\left[\frac{5}{4} \right]$

~~298~~ $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^3 - 25x}{x - 5}$ [50]

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

299 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{(x - 2)^3}$ $[+\infty]$

~~**300**~~ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x + 2)^2 - 4}{x^2 + 2x}$ $[2]$

301 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 4x - 12}$ $[0]$

~~**302**~~ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$ $[3]$

303 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - x^6}{x^5 - x^4}$ $[1]$

304 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^4 - 16}{x^2 - 2x}$ $[16]$

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

305 $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{3x - 1}{27x^3 - 1}$ $\left[\frac{1}{3} \right]$

~~**306**~~ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + 2x^3 + x^4}{4x^2 - x^4 - x^6}$ $\left[\frac{3}{4} \right]$

307 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 10x^5}{4x + x^2 + 5x^3}$ $[0]$

308 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$ $\left[\frac{3}{4} \right]$

309 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 3x + 1}$ $[2]$

310 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}$ $\left[\frac{2}{3} \right]$

Limiti funzioni razionali fratte. Caso. $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

$$\text{311} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + x - 2}{2x^2 + x - 1} \quad \left[\frac{5}{3} \right]$$

$$\text{312} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x - 1} \quad [5]$$

$$\text{313} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^2 + 2x - 3} \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$\text{314} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - 2x + 1} \quad [\infty]$$

$$\text{315} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}{x^2 + 3x - 10} \quad \left[\frac{6}{7} \right]$$

$$\text{316} \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 5x + 4}{x^4 + x^2 - 2} \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

Operazioni sui limiti

Esercizi

Limiti funzioni razionali fratte.. **Caso.** $\frac{0}{0}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Tecniche per rimuovere l'indecisione:

- 1. Raccoglimenti**
- 2. Moltiplicare numeratore e denominatore**
- 3. Fattore di razionalizzazione**

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad \frac{\infty}{\infty}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \cdot \frac{1 - \sqrt{x^2 + 1}}{1 - \sqrt{x^2 + 1}} =$$

Razionalizzazione

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - (x^2 + 1)}{x(1 - \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2}{x(1 - \sqrt{x^2 + 1})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$= \frac{-\infty}{+\infty} \Rightarrow \text{Quotiente indet.}$$

Tentativo Fallito

$\Rightarrow$ Cambio Tecnica

Cambiamo tecnica

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} \quad \frac{\infty}{\infty}$

Raccoglimento

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 + 1}}{x} &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}}{x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + x \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + \frac{\cancel{x} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}{\cancel{x}} = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} + \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{1 + \frac{1}{x^2}} = 0 + 1 = 1 \end{aligned}$$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

b. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 3x + 2}$ $\frac{0}{0}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 3x + 2} = \frac{0}{0} \rightarrow$$

Razionalizzazione

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{x^2 - 3x + 2} \cdot \frac{\sqrt{x} + 1}{\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x-2) \cdot (\sqrt{x} + 1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{(x-2) \cdot (\sqrt{x} + 1)} = \frac{1}{(1-2) (\sqrt{1} + 1)} = \frac{1}{-2 \cdot 2} = -\frac{1}{4}$$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

~~318~~ $\lim_{x \rightarrow 25} \frac{\sqrt{x} - 5}{x - 25}$

$\left[\frac{1}{10} \right]$

~~319~~ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$

$[6]$

~~320~~ $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x - 5} - 2}{x - 9}$

$\left[\frac{1}{4} \right]$

~~321~~ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 8x + 16}$

$[\infty]$

322 $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x + \sqrt{x}}{x - \sqrt{x}}$

$[-1]$

323 $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x} - 2}$

$[2]$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

~~324~~ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

[1]

~~325~~ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sqrt{x} - \sqrt{6-x}}$

$[\sqrt{3}]$



326 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 16}$

$\left[\frac{1}{32} \right]$

327 $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x-3}}{x^2 - 9}$

$[+\infty]$

328 $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{8-x} - 2}{2x - 8}$

$\left[-\frac{1}{8} \right]$

329 $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x-8}{\sqrt[3]{x} - 2}$

[12]

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{0}{0}$.

330 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{1 - \sqrt[3]{x}}$ [-6]

331 $\lim_{x \rightarrow -27} \frac{x + 27}{3 + \sqrt[3]{x}}$ [27]

332 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{2 - \sqrt[3]{4x}}$ [-15]

 **333** $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{3x}}{\sqrt{x-3}}$ [0]

334 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2x}}{\sqrt{x} - \sqrt{4-x}}$ $\left[-\frac{\sqrt{2}}{4}\right]$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $+\infty - \infty$.

$$\textbf{336} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 - 4} - \sqrt{x^2 + 3} \right) \quad [0]$$

$$\textbf{337} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x + 2 - \sqrt{4x^2 - 3x - 1} \right) \quad [-\infty]$$

$$\textbf{338} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} - x \right) \quad \left[\frac{1}{2} \right]$$

$$\textbf{339} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 - 2x + 2} - \sqrt{x^2 + 2} \right) \quad [-1]$$

$$\textbf{340} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + 6x} - x \right) \quad [3]$$

$$\textbf{341} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + 4x} + x \right) \quad [-2]$$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $+\infty - \infty$.

$$\textbf{342} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{2x^2 - x - 1} \right) \quad \left[-\infty \right]$$

$$\textbf{343} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\sqrt{x^2 + x + 1} + x \right) \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$\textbf{344} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{4x^2 - 2x + 2} - \sqrt{4x^2 + 1} \right) \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

$$\textbf{345} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{2+x} - \sqrt[3]{1+x} \right)$$

(Suggerimento: ricorda l'identità

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)) \quad [0]$$

$$\textbf{346} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 2x^2} - x \right)$$

(Vedi il suggerimento dell'esercizio precedente)

$$\left[\frac{2}{3} \right]$$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$

347 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 1}{x^2 - 1}$ [0]

348 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} + 1}{x\sqrt{9x} - 1}$ [$\frac{1}{3}$]

349 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1}$ [$+\infty$]

350 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{\sqrt{x-1} + 1}$ [1]

351 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$ [$+\infty$]

352 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 1}$ [$-\frac{1}{2}$]

353 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{2x + 1}$ [$\frac{1}{2}$]

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$

$$\textbf{354} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{1 - x} \quad [-1]$$

$$\textbf{355} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x} - 1}{x - 1} \quad [+ \infty]$$

$$\textbf{356} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x + 1} \quad [2]$$

$$\textbf{357} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 + x + 1}}{x + 1} \quad [-2]$$

$$\textbf{358} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}}{x} \quad [1]$$

$$\textbf{359} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^4 - 1} - \sqrt{x^4 - 1}}{x^2} \quad [\sqrt{2} - 1]$$

Limiti funzioni algebriche irrazionali.

Caso: $+\infty - \infty$; $0 \cdot \infty$; $\frac{0}{0}$; $\frac{\infty}{\infty}$

Calcola i seguenti limiti, che si presentano sotto la forma indeterminata $\frac{\infty}{\infty}$

$$\textbf{360} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{4x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 1}}{x} \quad [-1]$$

$$\textbf{361} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1} - x}{\sqrt{x^2 - 1} + x} \quad [0]$$

$$\textbf{362} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1} - 2x}{\sqrt{4x^2 - 1} + 2x} \quad \left[\frac{1}{4} \right]$$

$$\textbf{363} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{9x^2 - 1} - 2x}{\sqrt{4x^2 - 1} + 2x} \quad [-\infty]$$

$$\textbf{364} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x - 1}}{x^2 + x + 2} \quad [0]$$

Operazioni sui limiti

Esercizi riassuntivi:

Calcolo dei limiti di funzioni algebriche

Esercizi Riassuntivi

Esercizi riassuntivi: Calcolo dei limiti di funzioni algebriche

Calcola i seguenti limiti.

$$\textbf{368} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{1-x}$$

$$\textbf{369} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right)$$

$$\textbf{370} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x-1)^2}{x^2+1}$$

$$\textbf{371} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$$

$$\textbf{372} \quad \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-6x+9}{2x^2-6x}$$

$[-\infty]$

$[0]$

$[4]$

$[-2]$

$[0]$

$$\textbf{373} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x} - x}$$

$$\textbf{374} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt{4x^2 + x}}{x-1}$$

$$\textbf{375} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+25} - 5}{x}$$

$$\textbf{376} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x} - \sqrt{x^2+9})$$

$$\textbf{377} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{4x^2-1}{x^2+1}}$$

$[-1]$

$[2]$

$\left[\frac{1}{10} \right]$

$[-\infty]$

$[2]$

Esercizi riassuntivi: Calcolo dei limiti di funzioni algebriche

$$\textbf{378} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 - 3}{x^2 + x + 1}$$

$[+\infty]$

$$\textbf{379} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x+1}}$$

$[0]$

$$\textbf{380} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{x + 1}$$

$[1]$

$$\textbf{381} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{\sqrt{x+4} - 2}$$

$[\sqrt{2}]$

$$\textbf{382} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - \frac{x^2 + 2}{x + 2} \right)$$

$[1]$

$$\textbf{402} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x - 2} + \frac{x + 2x^3}{4x^3 + x + 1} \right)$$

$\left[\frac{1}{2} \right]$

$$\textbf{403} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 1}{\sqrt{9x^2 + 1}}$$

$\left[\frac{2}{3} \right]$

$$\textbf{404} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + 1}{\sqrt{9x^2 + 1}}$$

$\left[-\frac{2}{3} \right]$

$$\textbf{405} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+2h} - 1}{h}$$

$[1]$

$$\textbf{406} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 2} - \frac{x^2 + 1}{x - 2} \right)$$

$[-4]$

Esercizi riassuntivi: Calcolo dei limiti di funzioni algebriche

$$\textbf{383} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x - \sqrt{x^2 + 1})$$

$[-\infty]$

$$\textbf{384} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{4x+1}}$$

$\left[\frac{1}{2}\right]$

$$\textbf{385} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x^2} + 5}$$

$[0]$

$$\textbf{386} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}$$

$[0]$

$$\textbf{387} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - \frac{x^3+1}{x^2-1} \right)$$

$[-1]$

1

$$\textbf{407} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 1} - 2x - 1)$$

$[-1]$

$$\textbf{408} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{2x - x^2}$$

$\left[-\frac{1}{12}\right]$

$$\textbf{409} \quad \lim_{t \rightarrow 2} \frac{2t^2 - 8}{(2t - 3)^2 - 1}$$

$[2]$

$$\textbf{410} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sqrt{x} + \sqrt{4x}}{2 + \sqrt{9x}}$$

$[1]$

$$\textbf{411} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 4} - 2x)$$

$[-\infty]$

Operazioni sui limiti

Le forme indeterminate esponenziali

$$1^{\infty}; \quad 0^0; \quad \infty^0$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{[g(x)]}$. Casi: 0^0 ; ∞^0 ; 1^∞

Funzioni del tipo: $[f(x)]^{[g(x)]}$. **Con** $f(x) > 0$

(Forme di indecisione di tipo esponenziale)

Per trattare questi limiti, ricordare che:

$$[f(x)]^{[g(x)]} = e^{\ln[f(x)]^{[g(x)]}} = e^{g(x)\ln[f(x)]}$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{[g(x)]}$. Casi: 0^0 ; ∞^0 ; 1^∞

Il numero e . Neper, numero di Nepero è un numero irrazionale e risulta:
 $e = 2,7182 \dots$

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{g(x)}$.

**Limiti notevoli di
tipo esponenziale**

Limiti notevoli di tipo esponenziale e logaritmico

a. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k \quad \forall k \in \mathbf{R}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + kx)^{\frac{1}{x}} = e^k \quad \forall k \in \mathbf{R}$

c. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a(1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \quad \forall a > 0, a \neq 1$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \quad \forall a > 0, a \neq 1$

e. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^k - 1}{x} = k \quad \forall k \in \mathbf{R}$

Importante

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{g(x)}$.

**Limiti notevoli di
tipo esponenziale**

$$\textcircled{1} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_a (1+x)}{x} = \frac{1}{\ln a} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln (1+x)}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log_e (1+x)}{x} = \frac{1}{\log_e e} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\textcircled{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x \ln a} - 1}{x} = \log_e e = 1$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{g(x)}$.

**Limiti notevoli di
tipo esponenziale**

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{2x} - 1} = \frac{0}{0}$$

Moltiplico e divido per $2x$
per arrivare ai limiti
Notevoli

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{e^{2x} - 1} \cdot \frac{2x}{2x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2x} \cdot \frac{2x}{e^{2x} - 1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(1+x)}{x} \cdot \frac{2x}{e^{2x} - 1} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}}_{\text{lim. Notevole} = 1} \cdot \underbrace{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{e^{2x} - 1}}_{\text{lim. Notevole} = 1} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

Operazioni sui limiti

Limiti funzioni nella forma: $[f(x)]^{g(x)}$.

**Limiti notevoli di
tipo esponenziale**

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-3}{x-1} \right)^x = \left(\frac{\infty}{\infty} \right)^\infty \text{ F. i.}$$

Osserviamo che:

$$\frac{x-3}{x-1} = \frac{(x-1)-2}{x-1} = \left(1 - \frac{2}{x-1} \right) \text{ quindi}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x-1} \right)^x = 1^\infty$$

Poniamo $x-1 = t$ $x = t+1 \Rightarrow x \rightarrow +\infty$ Anche $t \rightarrow +\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{x-1} \right)^x = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{t} \right)^{t+1} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{t} \right)^t \cdot \left(1 - \frac{2}{t} \right) =$$

$$= \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{t} \right)^t \cdot \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{2}{t} \right) = e^{-2} \cdot 1 = e^{-2}$$

lim. Notevole
 $= e^{-2}$

$= 1$

$$-\infty + \infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 1}) \text{ F.I. } +\infty - \infty$$

Infatti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -\sqrt{x^2 + 1} = -\infty$$

Proviamo a razionalizzare l'argomento del limite

$$x - \sqrt{x^2 + 1} = x - \sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x^2 - (x^2 + 1)}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

Rifaccio il limite con il nuovo argomento:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-1}{+\infty} = 0$$

$$-\infty + \infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^4 - 3x^2 + 1) \text{ F.I. } +\infty - \infty$$

Infatti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 = +\infty \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} -3x^2 + 1 = -\infty$$

Proviamo a raccogliere

$$x^4 - 3x^2 + 1 = x^4 \cdot \left(\frac{1}{x^4} - 3 + \frac{1}{x^4} \right)$$

Rifaccio il limite con il nuovo argomento:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 \cdot \left(1 - \frac{3}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right) = +\infty \cdot 1 = +\infty$$

$-\infty + \infty;$

Calcola i seguenti limiti.

67 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x+2})$

68 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2-4})$

71 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^3 - x + 1)$

72 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{2x-1} - \sqrt{2x+2}}$

73 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 3x^2 - x + 3)$

74 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x^4 + x^3 - 2x^2)$

75 $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1-2x} - \sqrt{3-2x})$

76 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1-2x}}{3x}$

[0] **69** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 - x^2 - 9)$

[0] **70** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^5 + 2x^3 + x)$

[+∞] **77** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x^2 - x)$

[-∞] **78** $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - x^8 + 3)$

[+∞] **79** $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 - x) \left(\frac{1}{x} - 2 \right)$

[-∞] **80** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2 + x} \right)$

[0] **81** $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2}{x^4 + x^3 + 2}$

[0] **82** $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \cdot \frac{1}{x^2 - 1}$

$$0 \cdot \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x^2 + 1} \cdot x \right) \quad \text{F.I. } 0 \cdot \infty$$

Infatti:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$$

Proviamo a razionalizzare l'argomento del limite

$$x - \sqrt{x^2 + 1} = x - \sqrt{x^2 + 1} \cdot \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{x^2 - (x^2 + 1)}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}}$$

Rifaccio il limite con il nuovo argomento:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x + \sqrt{x^2 + 1}} = \frac{-1}{+\infty} = 0$$

Forme indeterminate

Esercizi

$$0 \cdot \infty$$

∞

—

∞

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 3x^4 + x^2}{2x^2 - 2} \quad \text{F. I. } \frac{\infty}{\infty}$$

Proviamo a raccogliere

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^4 (\frac{2}{x^3} - 3 + \frac{1}{x^2})}{x^2 (2 - \frac{2}{x^2})} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \frac{(\frac{2}{x^3} - 3 + \frac{1}{x^2})}{(2 - \frac{2}{x^2})} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 \cdot \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\frac{2}{x^3} - 3 + \frac{1}{x^2})}{(2 - \frac{2}{x^2})} = +\infty \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\infty.$$

∞

—

∞

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{6x^3 - 5x^2 + x}{x^3 - 2x^2 - 1} \quad \text{F. I. } \frac{\infty}{\infty}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 + 2x}{x^3 + x^2 - 2} \quad \text{F. I. } \frac{\infty}{\infty}$$

∞
—
 ∞

Calcola i seguenti limiti.

93 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^6 - 3x^4}{2x^2 - 2x + 1}$

94 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1 + x^5}{3x^2 - 2x + 1}$

95 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^3 - 4x^2 + 6}{3x^2 - 2x + x^3}$

96 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 6x^4 + 3x^6}{7x^5 + 4x^3 - 2x}$

97 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3x^4 - 27}{7 + 4x^3 + x}$

98 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 6x^3 + x^2}{x^2 - 3x^3}$

99 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2x + 3x^3}{2x^4 - x^2}$

$[+\infty]$

$[+\infty]$

$[3]$

$[-\infty]$

$[+\infty]$

$[2]$

$[0]$

100 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 2x^3 + 3x^2}{(x^2 - 1)(x^2 - 2)}$

101 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + x + 4x^3}{x^5 - x^2}$

102 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^5 - x^3 + x^4}{x^2(x^3 - 6)}$

103 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 - 2x^6 + 4}{2x^6 - 7 - x^3}$

104 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2(1 - 3x^2)}{2x^2 - x + 4x^4}$

105 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^4}{x^2 - x + x^6}$

106 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 2}{x^3 - 2x + 1}$

$$\frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - x^2 - 5x - 1}{2x^2 - 5x + 2} \quad \text{F. I. } \frac{0}{0}$$

Applichiamo ruffini

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 2 & -1 & -5 & \\ & & 4 & 6 & -2 \\ \hline & 2 & 3 & 1 & 2 \end{array}$$

$$x^3 - x^2 - 5x - 1 = (x - 2)(2x^2 + 3x + 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^3 - x^2 - 5x - 1}{2x^2 - 5x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(2x^2+3x+1)}{(x-2)(2x-1)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x^2+3x+1)}{(2x-1)} = \frac{15}{3} = 5$$

0
—
0

Calcola i seguenti limiti.

115

$$\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 - 25}$$

116

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + x - 10}{x^2 - 5x - 14}$$

119

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}^+} \frac{2x^2 + 9x - 5}{4x^2 - 4x + 1}$$

120

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 + 2x^2 - 8x}{x^3 - 2x^2 + 2x - 4}$$

121

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x^3 - 2x - 1}{x^2 + 2x + 1}$$

$\left[\frac{7}{10} \right]$

$\left[\frac{11}{9} \right]$

$[+\infty]$

$[2]$

$[0]$

117

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^3 + 3x^2 + 9x + 5}{x^2 - 7 - 6x}$$

118

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^4 - 1}$$

122

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}$$

123

$$\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{x^2 + x - 6}{x^3 + 6x^2 + 9x}$$

124

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}{x^2 + 4x + 4}$$

