

IL CALCOLO LETTERALE

I Polinomi



M I polinomi: definizioni e caratteristiche

Si dice **polinomio** la somma algebrica di più monomi.

Quando in un polinomio sono stati ridotti tutti i monomi simili, il polinomio si dice **ridotto a forma normale**.

Nomenclatura Polinomi:

- | | |
|-----------------------|----------|
| • $5xy$ | Monomio |
| • $4ab^3 - 2a^2b$ | Binomio |
| • $2a^2b + 3ab^4 - 2$ | Trinomio |

$$4 - 4xy^2 + 7xy^2 = 4 + 3xy^2$$

I **monomi** che compaiono in un polinomio si dicono *termini* del polinomio.

M I polinomi: definizioni e caratteristiche

Grado di un polinomio

Si chiama **grado** di un polinomio **rispetto a una lettera** il massimo dei gradi con cui quella lettera compare nel polinomio.

Si chiama **grado complessivo** (o semplicemente **grado**) di un polinomio il massimo dei gradi dei monomi che lo compongono.

Polinomio	$4ab^3 - 2a^2b$	$2a^2b + 3ab^4 - 2$	$5xy$	$4 + 3xy^2$
Grado rispetto ad a	2	2	0	0
Grado rispetto a b	3	4	0	0
Grado rispetto a x	0	0	1	1
Grado rispetto a y	0	0	1	2
Grado complessivo	4	5	2	3

In un polinomio, un monomio di grado zero si dice **termine noto**.

ML I polinomi: definizioni e caratteristiche

Polinomi omogenei, ordinati, completi

Omogeneo

Un polinomio si dice **omogeneo** se tutti i termini che lo compongono sono dello stesso grado.

$$a^2x^3 - \frac{1}{2}ax^4 + 3x^5 + \frac{1}{3}a^5$$

Ordinato

Un polinomio è **ordinato rispetto a una lettera** se, leggendo i suoi termini da sinistra a destra, gli esponenti di quella lettera sono disposti in ordine decrescente o crescente.

Un polinomio può essere allora, rispettivamente:

- ordinato **secondo le potenze decrescenti** della lettera;
- ordinato **secondo le potenze crescenti** della lettera.

Decrescenti:

$$-2x^4 + 3x^3 + 3x^2 + x - 1$$

Crescenti:

$$-3 - 4ax + 5ax^2$$

M I polinomi: definizioni e caratteristiche

Polinomi omogenei, ordinati, completi

completo

Un polinomio è **completo rispetto a una lettera** se, ordinato secondo le potenze decrescenti o crescenti di quella lettera, contiene tutte le potenze della lettera, da quella con esponente più grande a quella con esponente zero (o viceversa).

Ordinato e completo di grado 5: $\frac{1}{2}y^5 - 3y^4 + 2y^3 - y^2 + y - 1$

Ogni polinomio completo di grado ***n*** contiene ***n* + 1** termini.

Test

2 Quale delle seguenti espressioni algebriche **non** è un polinomio?

☐ A $\frac{1}{2}x^2 - y^3$

☐ C $xxxy - (yxx)^2$

☐ B $(a^4 + a^6)^{10}$

☐ D $(a^{-3} + a^{-1})^2$

3 Quale dei seguenti polinomi è in *forma normale*?

☐ A $2a^2 - 5a^3 + a^2 - 1$

☐ C $xyy - xy$

☐ B $xy^2 + x^2y$

☐ D $ab + ba$

4 Quale dei seguenti polinomi, ridotto in forma normale, è un *trinomio*?

☐ A $2a^2 - 5a + a^2$

☐ C $y + x + 1$

☐ B $xy + x^2y + 3yx$

☐ D $2ab + 3ba + 4b^2$

5 Qual è il *grado* del polinomio $3x^3y + 4x^4y^2 + y^5$?

☐ A 2

☐ C 5

☐ B 4

☐ D 6

6 Quale dei seguenti polinomi è *ordinato* in senso crescente rispetto a x e decrescente rispetto a y ?

☐ A $xy^3 + x^2 + x^4 + y^4$

☐ C $x^3y^2 + xy^3$

☐ B $x^3y^2 + xy^3 + x^4 + y^4$

☐ D $x^3y^6 + x^4y$

7 Uno solo dei seguenti polinomi è *omogeneo*. Quale?

☐ A $x^2 + y^2 + xy + 1$

☐ C $x^3y + y^3 + y^4$

☐ B $a^4b + a^5 + a^3b^2$

☐ D $a^6 + a^4b^2 + a^3b^2 + b^6$

8 Uno solo dei seguenti polinomi è *completo* sia rispetto alla lettera x sia rispetto alla lettera y . Quale?

☐ A $x^2 + y^2 + 2x + 1$

☐ C $x^2 + xy + 1$

☐ B $x^2 + xy^2 + 1$

☐ D $x^2 + y^2 + 3y$

9 Quale dei seguenti numeri è uno *zero* del polinomio $P(x) = x^4 - x^3 - 4x$?

☐ A -2

☐ C 1

☐ B -1

☐ D 2

10 Dato il polinomio $P(x) = x^3 - x$, quanto vale $P(-2)$?

☐ A 6

☐ C -6

☐ B -10

☐ D 10

11 Scrivi tutti i termini del polinomio:

$$x^4y - 3x^2 + 5y - 8$$

12 Scrivi un trinomio, **non** in forma normale.

Riduzione in forma normale e grado di un polinomio

Riduci i seguenti polinomi in forma normale e stabilisci se si tratta di monomi, binomi, trinomi o quadrinomi. Gli esponenti n delle lettere sono numeri naturali.

13 $a^2 - 2a + 3a - 1$

14 $x^2 + 3x + x^3 - 5x$

15 $x^2 + 2x^2 + +2x - (-3x) - 2$

16 $x^4y^4 - 3x^2y^2 + x^2y^2$

17 $-3x + y - 4x + 5y - (-y) + (-x)$

18 $(-2xy)^2 + (-2xy) + (3xy) + (-xy)^2$

19 $x^6 + x^5 + (x^3)^2 + (x^3)^3$

20 $(x^n y)^2 + 2x^{2n}y^2 + (xy^n)^2$

22 Completa la seguente tabella.

Polinomio	Grado rispetto a x	Grado rispetto a y	Grado complessivo	Coefficiente del termine di grado massimo
$2x^2 + 3x^3 - x^4$				
$2xy + x^2y^2 + 3x^3y^2 - x^4 + 1$				
$x^3y - x^2y + 3xy - 4$				

Per ciascuno dei seguenti polinomi determina il grado rispetto a ogni variabile e il grado complessivo. Gli esponenti delle variabili sono numeri naturali.

23 $a^3b^2 + a^4b^5 - 3a^2b^2$

24 $2a^2b - 4abc + 4ac^2 + 8abc^3$

25 $x^2 + y^4 - 3x^2y$

26 $x^2y^3 + 2xy^4 - 5x^2y + y^5$

27 $x^ny + x^{n-1} + x^{n-1}y^3, \quad n \geq 2$

28 $x^ny^n + x^{3n} + x^{3n}y^{2n} + 1, \quad n \geq 1$

29 Per quale valore di $n \in \mathbb{N}$ il polinomio:

$$x^2y^n + x^3yz^n + xy^{n+1}$$

ha grado 12? [$n = 8$]

30 Per quale valore di $n \in \mathbb{N}$, con $n \geq 2$, i due polinomi $x^{n-2}y^5 + x^4y + x^7y$ e $x^2y^4 + x^4y^3 + x^5y^5$ hanno lo stesso grado? [$n = 7$]

31 Per quali valori di $n \in \mathbb{N}$ i due polinomi:

$$x^ny^5 + x^4y^6 + x^7y \text{ e } x^2y^4 + x^4y^3 + x^5y^5$$

hanno lo stesso grado? [Per $n \leq 5$]

Ordina i seguenti polinomi, prima secondo le potenze decrescenti di una delle due variabili che vi compaiono e poi secondo le potenze decrescenti dell'altra variabile.

36 $2a^4 + a^2b^3 + a^3 + b^4$

37 $ab^2 - 3a^2b - a^5 + 2b^2 - 4a$

38 $x^2 - 2xy + y^3$

39 $xy^4 + x^2y^2 + xy^3 + x^3y^5$

Stabilisci se i polinomi sono completi rispetto a ciascuna delle variabili che vi compaiono e se sono omogenei. Gli esponenti delle variabili sono numeri naturali.

40 $2a^2b + 3ab + 3$

41 $x^2 + y^2 + 2x + 1$

42 $a^2b - 2ab + b^2 - 2b + a^2b^3$

43 $a^4b + a^3b^3 + a^2b^2 + ab + a$

44 $x^n y + x^{n+1} y^2 + x, \quad n \geq 1$

45 $x^n y^n + x^{2n} + y^{2n}, \quad n \geq 1$

46 Determina per quale valore di $n \in \mathbf{N}$ il polinomio $x^n y^2 + xy^7 + x^2 y^2 z^4$ è omogeneo.

47 Determina, se esiste, un valore di $n \in \mathbf{N}$ per cui il polinomio $x^n y + x^3 y + x + 1$ è completo rispetto alla variabile x .

Calcolo del valore assunto da un polinomio, assegnato il valore della variabile

Per ciascuno dei seguenti polinomi, determina il valore indicato a fianco.

- | | | | |
|-----------|-------------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| 49 | $P(x) = 2x^2 - 3x + 2$ | $P\left(-\frac{1}{2}\right)$ | [4] |
| 50 | $P(x) = 2x^2 - 2x - 1$ | $P(-2)$ | [11] |
| 51 | $P(x) = 3x^3 - 2x - 2$ | $P(-1)$ | [-3] |
| 52 | $P(x) = x^3 - x^2 - x$ | $P(-3)$ | [-33] |
| 53 | $P(x) = 4x^4 - 2x^2 - 1$ | $P\left(+\frac{1}{2}\right)$ | $\left[-\frac{5}{4}\right]$ |
| 54 | $P(x) = x^5 - x^4 + 17x - 16$ | $P(+1)$ | [1] |

- | | | | |
|-----------|--|---------|------|
| 55 | $P(x) = x^3 - x + 1$ | $P(-2)$ | [-5] |
| 56 | $P(x) = x^4 - x^2 + x + 1$ | $P(-2)$ | [11] |
| 57 | $P(x) = x^5 - x^3 + 3x^2 - x + 1$ | $P(1)$ | [3] |
| 58 | $P(x) = x^5 - x^3 + x^2 - x + 1$ | $P(-1)$ | [3] |
| 59 | Dato il polinomio $P(x) = x^3 + x^2 + k$, determina k in modo che -2 sia uno zero del polinomio. [$k = 4$] | | |
| 60 | Dato il polinomio $P(x) = x^4 - 2x^2 + k$, determina k in modo che -3 sia uno zero del polinomio. [$k = -63$] | | |

Operazioni con i polinomi

Addizione e sottrazione: la somma algebrica

La **somma di due o più polinomi** è un polinomio che ha per termini tutti i termini dei polinomi addendi: parliamo quindi di somma algebrica tra polinomi, intendendo con questa espressione sia l'operazione di **addizione** sia quella di **sottrazione**.

$$\begin{aligned} (2xy - a^2) - (3ab + 2xy) + (3ab + 2a^2) &= \\ = 2xy - a^2 - 3ab - 2xy + 3ab + 2a^2 &= a \end{aligned}$$

Dato un polinomio, si chiama **polinomio opposto** il polinomio che si ottiene cambiando il segno **a tutti** i termini del polinomio dato.

L'opposto del polinomio: $+5ab - 3a + 1$ è il polinomio $-5ab + 3a - 1$

L'addizione algebrica di polinomi

ESEMPIO

Vogliamo risolvere l'espressione

$$\left(-\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{2}ab - 5b^3 \right) + \left(\frac{5}{3}a^2 - \frac{4}{3}ab - \frac{1}{5}b^3 \right) - \left(\frac{3}{5}a^2 - \frac{1}{6}ab + b^3 \right)$$

- Si tolgono le parentesi utilizzando le regole dei numeri relativi e del calcolo dei monomi:

$$-\frac{1}{5}a^2 + \frac{1}{2}ab - 5b^3 + \frac{5}{3}a^2 - \frac{4}{3}ab - \frac{1}{5}b^3 - \frac{3}{5}a^2 + \frac{1}{6}ab - b^3$$

- Si esegue la somma algebrica degli eventuali termini simili:

$$\frac{1}{15}a^2 - \frac{2}{3}ab - \frac{31}{5}b^3$$

Determina la somma e la differenza delle seguenti coppie di polinomi.

72 $a^2 - 2b^2$ e $-a^2 + 3b^2$ $[b^2; 2a^2 - 5b^2]$

73 $m^3 - n^3$ e $m^3 + mn - n^3$ $[2m^3 + mn - 2n^3; -mn]$

74 $a + b - 2c$ e $2a - b - c$ $[3a - 3c; -a + 2b - c]$

75 $a^2 - ab + b^2$ e $2a^2 - ab + b^2$ $[3a^2 - 2ab + 2b^2; -a^2]$

76 $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x - 1$ e $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{6}x$
 $\left[\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x - 1; \frac{3}{4}x^2 + \frac{1}{6}x - 1\right]$

77 $\frac{1}{2}x - 2y$ e $\frac{3}{2}x + 2y$ $[2x; -x - 4y]$

78 $-0,2x + 0,3y - 0,5$ e $\frac{2}{5}x + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}$
 $\left[\frac{1}{5}x + \frac{9}{5}y - 1; -\frac{3}{5}x - \frac{6}{5}y\right]$

79 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ e $-\frac{5}{3}x^2 + \frac{5}{2}x + 4$
 $\left[-\frac{4}{3}x^2 + 2x + 2; 2x^2 - 3x - 6\right]$

80 $x^n - 2x^{n+1} - 1$ e $-3x^n - x^{n+1} + 1$
 $[-2x^n - 3x^{n+1}; 4x^n - x^{n+1} - 2]$

Semplifica le seguenti espressioni.

- | | | |
|-----------|--|------------------------|
| 84 | $(a + 3b - c) + (a - 2b - c) + (a - 4b)$ | $[3a - 3b - 2c]$ |
| 85 | $(a + 3b - c) - (a - 2b - c) - (a - 4b)$ | $[9b - a]$ |
| 86 | $(2x - x^2 + 3) - (x^2 - 4x - 5) + (-2x^2 + 3x - 4)$ | $[-4x^2 + 9x + 4]$ |
| 87 | $(-x^3 + 4x^2 - 2x + 1) - (+x^2 - 2x^3 + 5x) + (4x - x^3 + x^2)$ | $[4x^2 - 3x + 1]$ |
| 88 | $(mn - m^2n^2 - 1) + (m^2n^2 - mn + 4) - (-4m^2n^2 + 3mn - 1) + 3mn$ | $[4m^2n^2 + 4]$ |
| 89 | $-(-x^2 + 4x - 3) + (2x^2 - x - 1) + (x^2 - 2x + 4) - (2x)^2$ | $[6 - 7x]$ |
| 90 | $(a - 2b) + \left(-\frac{3}{2}a + \frac{5}{2}b - 2\right) - \left(\frac{7}{2}a + \frac{3}{2}b - 5\right) - (-2)(+2a)$ | $[3 - b]$ |
| 91 | $\left(x^2 - \frac{1}{2}ax\right) - \left(2 + \frac{3}{2}ax - \frac{1}{4}x^2\right) - \frac{5}{4}x^2 + \left(2 + \frac{3}{2}ax\right) - \frac{1}{2}ax$ | $[-ax]$ |
| 92 | $a - [b - (3a + b) + (-2a - b)]$ | $[6a + b]$ |
| 93 | $x^{n+1} - x^n - [(2x^{n+1} - x^n - 3) - (x^n - 2x^{n+1})]$ | $[x^n - 3x^{n+1} + 3]$ |
| 94 | $(a - 3b) - (a - b) + (2a - 3b) - [(b - c) + (2a + 3b) - 2c]$ | $[3c - 9b]$ |

Espressioni con addizioni e sottrazioni di polinomi

$$\mathbf{95} \quad (a + 3b) - \{-[b + c - (3a - c) + (5b - 6c)] - (2a + 4b)\} \quad [13b - 4c]$$

$$\mathbf{96} \quad \frac{1}{3}p - \left[q - \left(\frac{1}{2}p - \frac{2}{3}q \right) \right] - \left(\frac{5}{6}p - \frac{1}{2}q \right) - \frac{7}{6}q \quad \left[-\frac{7}{3}q \right]$$

$$\mathbf{97} \quad \frac{1}{2}x - \left(2 - \frac{1}{3}x \right) + x^2 - \left[2x^2 - \left(-x^2 - \frac{1}{6}x + 1 \right) \right] + \frac{1}{3}x \quad [-2x^2 + x - 1]$$

$$\mathbf{98} \quad \left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{5}b - 2c \right) - \left[-3a + 2b - \left(\frac{5}{2}a - \frac{1}{2}b + c \right) \right] - \frac{17}{10}b \quad [6a - 4b - c]$$

$$\mathbf{99} \quad \frac{1}{2}mn + 2m - \left[-(3m - mn) + \left(\frac{1}{2}n + \frac{3}{2}m - \frac{1}{3}mn \right) \right] - \frac{5}{6}mn + \frac{1}{2}m + \frac{1}{2}n \quad [4m - mn]$$

$$\mathbf{100} \quad 0,1m - \left[\frac{1}{5}m - \left(3m - \frac{2}{5}n \right) \right] - \{-[0,3m - (4n - 5m)]\} \quad [8,2m - 4,4n]$$

$$\mathbf{101} \quad 0,2x - [2x - 5y - (0,1x - 3y + 0,\overline{3}z)] - \left(-\frac{7}{10}x - \frac{5}{3}z \right) \quad [2y + 2z - x]$$

$$\mathbf{102} \quad (a^2 - a^2b^2 + 1) - [(-2ab)^2 + (-2a^2)^4 : (-2a^6)] - [(-3a^2b)^3 : (3a^4b) + 2a^2 - 1] - (-2ab)^2 - 7a^2 \quad [2]$$

$$\mathbf{103} \quad -\{-3x + (-2x)^2 + 2x[(-4xy^2) : (-xy)]\} - [-13x^2 + (-3x)^2 - (-2x)^3 : (4x^2) - 3] + (2x)(4y) \quad [x + 3]$$

Operazioni con i polinomi

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Il **prodotto di un monomio per un polinomio**: basta moltiplicare ciascun termine del polinomio per il monomio

$$3x^2y \cdot \left(\underbrace{4x^3y}_{\text{}} - \underbrace{\frac{1}{2}x^4}_{\text{}} \right) = 3x^2y \cdot (4x^3y) + 3x^2y \cdot \left(-\frac{1}{2}x^4 \right) = 12x^5y^2 - \frac{3}{2}x^6y$$


- Il prodotto del monomio nullo per un polinomio qualsiasi è il **monomio nullo**.
- il grado del polinomio prodotto di un polinomio di grado ***m*** con un monomio di grado ***n*** è ***m* + *n***.

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

124 ESERCIZIO SVOLTO

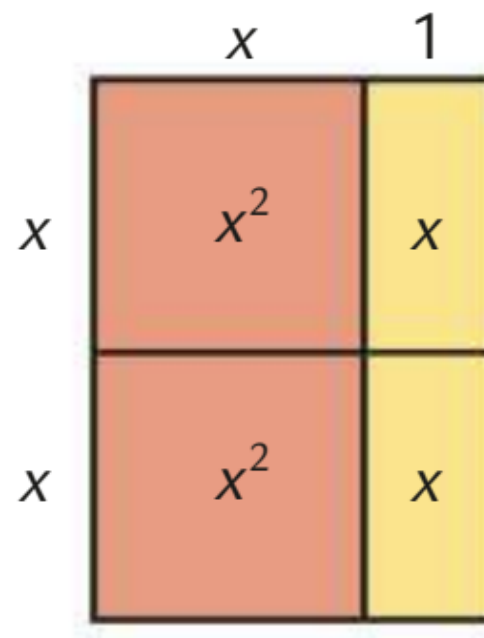
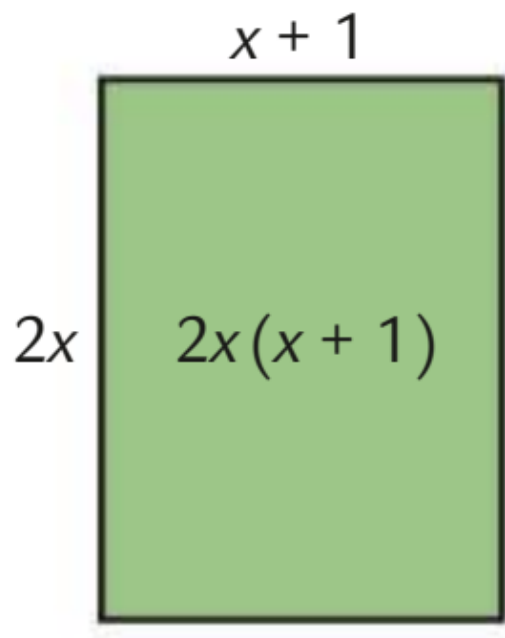
Eseguiamo la moltiplicazione $-\frac{2}{3}x^2y(-9xy + 12y - 6xy^2)$.

Dobbiamo moltiplicare il monomio per ogni termine del polinomio scritto dentro le parentesi tonde, come indicato dalle frecce:

$$\begin{aligned}
 & \text{Diagram showing red arrows from } -\frac{2}{3}x^2y \text{ to each term in the parentheses: } (-9xy), 12y, \text{ and } -6xy^2. \\
 & -\frac{2}{3}x^2y(-9xy + 12y - 6xy^2) = \\
 & = \left(-\frac{2}{3}x^2y\right)(-9xy) + \left(-\frac{2}{3}x^2y\right)(12y) + \left(-\frac{2}{3}x^2y\right)(-6xy^2) = \text{Proprietà distributiva} \\
 & = 6x^3y^2 - 8x^2y^2 + 4x^3y^3 \quad \text{Eseguendo le moltiplicazioni tra monomi}
 \end{aligned}$$

Prodotti tra monomi e polinomi e aree

$$2x(x + 1) = 2x^2 + 2x$$



Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

Esegui le seguenti moltiplicazioni.

$$115 \quad 3a(2a^2 - 2b) \quad (x^2 - 2x)(-3x)$$

$$116 \quad 2x(-2x^2 + x) \quad (2x^2 - 1)(-2x)$$

$$[-4x^3 + 2x^2; -4x^3 + 2x]$$

$$117 \quad \frac{1}{2}a^2(a + ab) \quad (a - 2b)(-3ab)$$

$$118 \quad 3xy(x^3 - y^2 - 2xy) \quad 2m(m + n + mn)$$

$$[3x^4y - 3xy^3 - 6x^2y^2; 2m^2 + 2mn + 2m^2n]$$

$$119 \quad -2x(x^3 - 4x^2 - 3x) \quad ab(-a + b)$$

$$120 \quad -\frac{1}{2}abx(4a^2 - ax^2 - 2b^3x) \quad \frac{2}{3}xy(9x - 12y - 6xy)$$

$$\left[-2a^3bx + \frac{1}{2}a^2bx^3 + ab^4x^2; 6x^2y - 8xy^2 - 4x^2y^2\right]$$

$$121 \quad -\frac{5}{3}mn^2(-3m - 6n + 12mn) \quad \frac{1}{2}ab(-6a + 4b)$$

$$122 \quad 3x^3y(-2x^2 + xy - 1) \quad -a^3(-3a^2 + 2a - 5)$$

$$[-6x^5y + 3x^4y^2 - 3x^3y; 3a^5 - 2a^4 + 5a^3]$$

$$123 \quad \frac{1}{2}x^2(1 - 2x - 4x^3) \quad 3a^2b^5\left(6a - \frac{2}{3}a^2b + \frac{4}{3}ab^2\right)$$

$$124 \quad \frac{3}{5}x^2\left(\frac{5}{3}x^3 - 10x^2 + \frac{25}{3}x\right) \quad 0,3x^2y(10x^4y^2 - 3,\overline{3}xy^4 + 6,\overline{6}x)$$

$$[x^5 - 6x^4 + 5x^3, 3x^6y^3 - x^3y^5 + 2x^3y]$$

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

$$\textbf{125} \quad \frac{4}{3}x^4 \left(\frac{3}{2}x^2 - 6x^3 + \frac{9}{2}x \right) \quad 0,75a^2b(8ab^2 - 1,\overline{3}ab - 2,\overline{6}b^2)$$

$$\textbf{126} \quad 2x^n(3 - 4x - x^n) \quad (2x^n - 1)(2x^n) \quad [6x^n - 8x^{n+1} - 2x^{2n}; 4x^{2n} - 2x^n]$$

$$\textbf{127} \quad 8r^2s(-1 - 2^{-1}rs - 2^{-2}rs^2) \quad x^n y^2 (x^{2n}y - x^n y^n - x)$$

$$\textbf{128} \quad 5t^2(-2t^3 - 0,2t^2 - 1) \quad a^x b^3(a^x + 2a^2 - b^y - b^2) \quad [-10t^5 - t^3 - 5t^2; a^{2x}b^3 - a^x b^{y+3} + 2a^{x+2}b^3 - a^x b^5]$$

129 Scrivi il monomio mancante al posto dei puntini in modo da ottenere uguaglianze corrette.

a. $(\dots)(2a - \dots + b) = -6a^2b + 9a^2b^2 - 3ab^2$

b. $(\dots)(1 + 3x^2) = 2x^2 + 6x^4$

c. $(x + y)(\dots) = x^2y + xy^2$

d. $(\dots)(x^n + x^{2n}) = x^{4n} + x^{5n}$

Semplifica le seguenti espressioni contenenti anche moltiplicazioni tra polinomi e monomi.

$$\textbf{130} \quad 2x(x^2 + 1) - 3x(x^2 - x + 1) - (-x^3 + x^2 - x) \quad [2x^2]$$

$$\textbf{131} \quad (3a + 2b)(-2a) - (a - 2b)(-3a) - (-a^2 + ab) \quad [-2a^2 - 11ab]$$

Moltiplicazione di un monomio per un polinomio

$$\textbf{134} \quad 6a^2b\left(-\frac{1}{2}ab^2 + \frac{1}{3}ab\right) + \frac{1}{5}a^2b^2(25ab - 10a) \quad [2a^3b^3]$$

$$\textbf{135} \quad 3x^3(x^2 - 1) - \frac{1}{3}x^4(6x - 1) - \frac{1}{6}x^2(2x^2 + 18x) \quad [x^5 - 6x^3]$$

$$\textbf{136} \quad \frac{1}{2}m\left(\frac{1}{3}m + \frac{1}{2}n\right) - \frac{2}{3}n\left(\frac{1}{4}m + \frac{3}{2}m\right) - \left(\frac{1}{6}m^2 - \frac{1}{3}n^2 - \frac{1}{4}mn\right) \quad \left[\frac{1}{3}n^2 - \frac{2}{3}mn\right]$$

$$\textbf{137} \quad \frac{1}{2}a(a - 2b + 3) - b(-a + b - 2) + 2b(1 + b) - \frac{1}{4}a(2a + 2) - (-2)(-2b) \quad [a + b^2]$$

$$\textbf{138} \quad [(15a^3b) : (-3ab) + b^2]ab + [(-3ab)(-2a) - b^3]a \quad [a^3b]$$

$$\textbf{139} \quad [1 + (-6x)^3 : (54x) + (-6x^2) : (-3x)](-2x) - (7x^3 - 4x^2 - x) \quad [x^3 - x]$$

$$\textbf{140} \quad t^2(t^3 + r^2) - t^4(t + r^2) - (-tr)^2(1 - t^2) \quad [0]$$

$$\textbf{141} \quad \left[(-a)^5 \cdot (-b)^3 : (-ab)^2 : (-a^2) + (-b^9) : (-b^8)\right](a^3b^7) + (-a^2b^4)^2 \quad [a^3b^8]$$

$$\textbf{142} \quad (3^{-3}a^3 + 3^{-2}a^2 + 3^1a + 3^0)(-9a^2) + a^2(a^2 + 27a + 9) + 1, \overline{3}a^5 \quad [a^5]$$

$$\textbf{143} \quad (a^xb^2 + a^3b^x)(a^2b^x) - a^2b^2(ab)^x + (-3a)(-a^2b^x)^2 \quad [-2a^5b^{2x}]$$

Operazioni con i polinomi

Moltiplicazione tra polinomi

Il **prodotto di due polinomi** è il polinomio che si ottiene moltiplicando ogni termine del primo polinomio per ogni termine del secondo polinomio e sommando algebricamente i termini ottenuti.

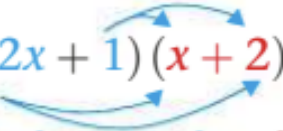
$$\begin{aligned}
 (3x^2 - 2y)(4y - 2x^2 + 1) &= 3x^2(4y - 2x^2 + 1) - 2y(4y - 2x^2 + 1) = \\
 &= 12x^2y - 6x^4 + 3x^2 - 8y^2 + 4x^2y - 2y = \\
 &= 16x^2y - 6x^4 + 3x^2 - 8y^2 - 2y
 \end{aligned}$$

- Il polinomio prodotto di due polinomi che contengono ***m*** e ***n*** termini contiene al massimo ***m* · *n*** termini.

Operazioni con i polinomi

Moltiplicazione tra polinomi

a. $(2x + 1)(x + 2) =$



$$= 2x \cdot x + 2x \cdot 2 + 1 \cdot x + 1 \cdot 2 =$$

$$= 2x^2 + \underline{4x} + \underline{x} + 2 =$$

$$= 2x^2 + 5x + 2$$

b. $(x + y)(x - 3y) =$

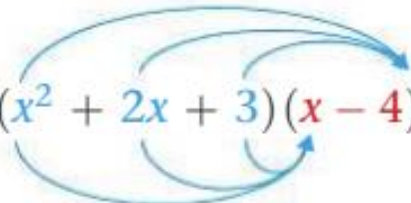


$$= x \cdot x + x \cdot (-3y) + y \cdot x + y \cdot (-3y) =$$

$$= x^2 - \underline{3xy} + \underline{xy} - 3y^2 =$$

$$= x^2 - 2xy - 3y^2$$

c. $(x^2 + 2x + 3)(x - 4) =$



$$= x^2 \cdot x + 2x \cdot x + 3 \cdot x + x^2(-4) + 2x(-4) + 3(-4) =$$

$$= x^3 + \underline{2x^2} + \underline{3x} - \underline{4x^2} - \underline{8x} - 12 =$$

$$= x^3 - 2x^2 - 5x - 12$$

d. $(a - 1)(a + 2)(a - 3) =$

$$= (a - 1)(a^2 - \underline{3a} + \underline{2a} - 6) =$$

$$= (a - 1)(a^2 - a - 6) =$$

$$= a^3 - \underline{a^2} - \underline{6a} - \underline{a^2} + \underline{a} + 6 =$$

$$= a^3 - 2a^2 - 5a + 6$$

Moltiplicazione tra polinomi

Esegui le seguenti moltiplicazioni tra polinomi.

147 $(2x + 1)(x - 2)$

$(a + 2b)(1 - 3b)$

148 $(x - 2)(x + 3)$

$(2a - 1)(a + 3)$

149 $(a^2 - 1)(2a + 1)$

$(b + 2)(b^2 + 1)$

150 $(xy + 1)(x - y)$

$(b - 3)(b^2 - 2)$

$[x^2y - xy^2 + x - y; b^3 - 3b^2 - 2b + 6]$

151 $(2x^2 + x)(2x - 3)$

$(x^2 + 2y^2)(x - y)$

152 $x(x - 1)(x + 2)$

$2x(x^2 - 1)(x + 2)$

$[x^3 + x^2 - 2x; 2x^4 + 4x^3 - 2x^2 - 4x]$

153 $\left(\frac{1}{2}a - 1\right)(2a + 4)$

$\left(\frac{1}{3}y - y^2\right)(3y - 1)$

154 $(a^2 - 1)\left(\frac{a^2}{2} + 2\right)$

$(0,25x - 1)(4x - 16)$

$\left[\frac{1}{2}a^4 + \frac{3}{2}a^2 - 2; x^2 - 8x + 16\right]$

155 $\left(\frac{1}{5}a^3 - \frac{1}{10}\right)(10a^3 - 5)$

$\left(\frac{1}{2}p - \frac{1}{5}q^2\right)(2p^3 - 5q)$

156 $(2^{-1} - 3^{-1}x)(6x - 12)$

$(0,3x - 3^{-2})(9x - 18)$

$[-2x^2 + 7x - 6; 3x^2 - 7x + 2]$

157 $(x - 2)(x^2 + 2x + 3)$

$(a + 1)(2a^2 - a - 1)$

158 $(2a^2 - a + 3)(2a + 4)$

$(x^4 - x^2 + 1)(x^2 - 1)$

$[4a^3 + 6a^2 + 2a + 12; x^6 - 2x^4 + 2x^2 - 1]$

Moltiplicazione tra polinomi

$$159 \quad (x^2 - 2x + 1)(x^2 - x + 2) \quad (a^4 - a^2 + 1)(a^4 - a^2 - 1)$$

$$160 \quad (x^2 - xy + y^2)(x + y) \quad (x^2 + xy + y^2)(x + y)$$

$$[x^3 + y^3; x^3 + 2x^2y + 2xy^2 + y^3]$$

$$161 \quad (x - 2)(x^2 + 1)(x + 3) \quad (a + 2)(a^2 + 2)(a + 1)$$

$$162 \quad (a^2 + b^2)(a + b)(a - b) \quad (x^2 + y^2)(x^2 - y^2)(x^4 + y^4)$$

$$[a^4 - b^4; x^8 - y^8]$$

$$163 \quad (a^2 + 2a)(a + 1)(a^2 - a + 1) \quad (y^2 - y)(y + 1)(y^2 - y + 1)$$

$$164 \quad (x^n - 1)(x^n + 4) \quad (x^{n+1} - x^n)(x^{n+2} + x^{2n})$$

$$[x^{2n} + 3x^n - 4; x^{3n+1} - x^{3n} + x^{2n+3} - x^{2n+2}]$$

$$165 \quad (a^n + 1)(a^n + 3) \quad (a^n + a^2)(a^{2n} - a^3)$$

$$166 \quad \left(\frac{1}{2}a - 1\right)(a + 2)(2a - 4)(x^n - 1) \quad (x^n + 2)(x^n - 3)$$

$$[a^3 - 2a^2 - 4a + 8; x^{3n} - 2x^{2n} - 5x^n + 6]$$

$$167 \quad \left(\frac{1}{3}a - 1\right)(3a^2 - 1)(9a^2 - 6) \quad (a^{2n} + a^n + 1)(a^{3n} - 1)$$

168 Completa la seguente tabella.

Polinomio A	Polinomio B	Polinomio C	$A \cdot B$	$B \cdot C$	$A \cdot B \cdot C$
$2a^2$	$-a^2 + b$	$b^2 - a$			
$a^2 + 2$	$a^2 - 2$	$2a^3 + 3$			

169 Caccia all'errore. Completa la seguente tabella.

Uguaglianza	È corretta?	Eventuale correzione
$(x^2 - 1)(x^2 - 3x + 5) = x^2(x^2 - 3x + 5) - (x^2 - 3x + 5)$	☐ Sì ☐ No	
$(x - 2)(x - 3) = x(x - 3) - 3(x - 2)$	☐ Sì ☐ No	
$(a^2 - a^4)(a^3 - a^2) = a^5 + a^4 - a^7 - a^6$	☐ Sì ☐ No	
$(a^4 - a^2 - 1)(-a^3 + a - 4) =$ $= (a^4 - a^2 - 1)(a - a^3) - 4(a^4 - a^2 - 1)$	☐ Sì ☐ No	

Operazioni con i polinomi

Divisione di un polinomio per un monomio

- **Un polinomio è divisibile per un monomio**, non nullo, soltanto se ogni lettera del monomio divisore compare, con grado maggiore o uguale, in ogni monomio del polinomio dividendo.
- Il **quoziente tra un polinomio e un monomio**, non nullo, tali che il primo sia divisibile per il secondo, è il polinomio ottenuto dividendo **ogni termine** del polinomio per il monomio divisore.

$$\begin{aligned}
 & (-10a^3b^5c + 15a^2b^3c^4 - 20a^4b^3c^5) : (-5a^2b^2c) = \\
 & \underbrace{-10a^3b^5c : (-5a^2b^2c)}_{+2ab^3} + \underbrace{15a^2b^3c^4 : (-5a^2b^2c)}_{-3bc^3} - \underbrace{20a^4b^3c^5 : (-5a^2b^2c)}_{+4a^2bc^4} = +2ab^3 - 3bc^3 + 4a^2bc^4
 \end{aligned}$$

La divisione di un polinomio per un monomio

ESEMPIO

$$\left(-5x^3y^4 + \frac{25}{4}x^2y^3 - \frac{5}{2}xy^2\right) : \left(\frac{5}{2xy^2}\right) = -2x^2y^2 + \frac{5}{2}xy - 1$$

Moltiplicazioni e Divisioni tra monomi

$$174 \quad (-2a)(+3a) + (a-1)(a+2) - 3a(a+2) - (-5a-2) \quad [-8a^2]$$

$$175 \quad (m+n)(-2n) - (m-3n)(m+n) + (-6m^3n^2) : (+2mn^2) \quad [n^2 - 4m^2]$$

$$176 \quad x(x+y) + (x-y)(x-2y) + (-2x^3y)^3 : (-2x^8y^2) - (-2x)(-y) \quad [2x^2 + 2y^2]$$

$$177 \quad [(a+2b-c) - (a-b+c) - (+b-2c)](a+b) - (b+c)(a-b) - 3b^2 + ac \quad [ab + bc]$$

$$178 \quad [(-2x)^2 + y^2](x-y) - 2(x+4y)(x^2 - y^2) + 3xy(4x-y) \quad [2x^3 + 7y^3]$$

$$179 \quad [(-2xy)^4 : (8x^4y) + (-x^4)^3 : (x^3)^3](x^2 + y^2) + y^2(x^3 - 2y^3) \quad [2x^2y^3 - x^5]$$

$$180 \quad \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{2}\right)(3x-2) - \left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\right)(3x+2) + \frac{1}{3}x \quad [-4x]$$

$$181 \quad \left[\left(\frac{2}{5}a^2 - \frac{5}{2}b^3\right)\left(\frac{5}{2}a - \frac{2}{5}b^2\right) + \frac{1}{100}ab^2(16a + 625b)\right](a^3 - b^5) + (-b^5)^2 \quad [a^6]$$

$$182 \quad \text{Videolezione} \quad \left(\frac{1}{2}a - b\right)(2a+b) + \left(a - \frac{1}{2}b\right)(2a+b) - \left[a^2 + \frac{1}{2}b^2 - (2ab)^2 : (-8ab)\right] \quad [2a^2 - 2ab - 2b^2]$$

$$183 \quad \left[-4xy\left(3x - \frac{1}{2}y\right) + (-6xy)(-2x) - (6y^4) : (2y^2)\right](x+1) - 2xy\left(xy - \frac{y}{2}\right) \quad [-3y^2]$$

Moltiplicazioni e Divisioni tra monomi

$$184 \quad \left[\frac{1}{3}(5x + y) - \frac{2}{3}(x + 5y) \right] [-x(x + 2y) + (x - y)(x + 2y)] - (-2y)(-3y^2) \quad [xy^2 - x^2y]$$

$$185 \quad x(x - y) + (x - y)(x + 2y) + (-2x^4y)^3 : (-4x^{12}y) + (-2x)(+y) \quad [2x^2 - 2xy]$$

$$186 \quad (m - n)(-2n) - (m + 3n)(m - n) + (-24m^3n^5) : (-6m^2n^4) - (-m)^2 \quad [5n^2 - 2m^2]$$

$$187 \quad (+3a)(-2a) + (a - 2)(a + 3) - 2a(a + 3) - (-5a - 3) \quad [-7a^2 - 3]$$

$$188 \quad (a^2 - a^3)(a - a^2) + (a + a^3)(a^2 - a) - a^3(2a^2 - 3a + 2) \quad [-a^2]$$

$$189 \quad [(a - 1)(a - 2)(a - 3) - (a + 1)(a + 2)(a + 3)] : (-4) \quad [3a^2 + 3]$$

$$190 \quad (m^2 + m + 1)(m + 1) + (m^2 - m - 1)(m - 1) - 2m(m^2 + 1) \quad [2]$$

$$191 \quad (a - 1)(a + 3)(2 - a) + (a^2 + a + 2)(a - 3) \quad [-2a^2 + 6a - 12]$$

$$192 \quad (x^2 - 2x + 1)(x^2 - 2x - 1) - (x^2 + 1)(x^2 - 2) + (-2x)(-2x^2) \quad [5x^2 + 1]$$

$$193 \quad (a - 1)(a - 2)(a + 3) - (a^2 - 1)(a + 3) - 3a(-a + 2) \quad [9 - 12a]$$

$$194 \quad (x^3 + 1)(x^2 + 2) - (x^2 + x + 1)(x^3 - 1) + x^2(x^2 - x - 2) \quad [x + 3]$$

$$195 \quad (a - b - 3)(a + b + 3) - (a^2 - b^2 + 4) - 3(-2b - 3) \quad [-4]$$

