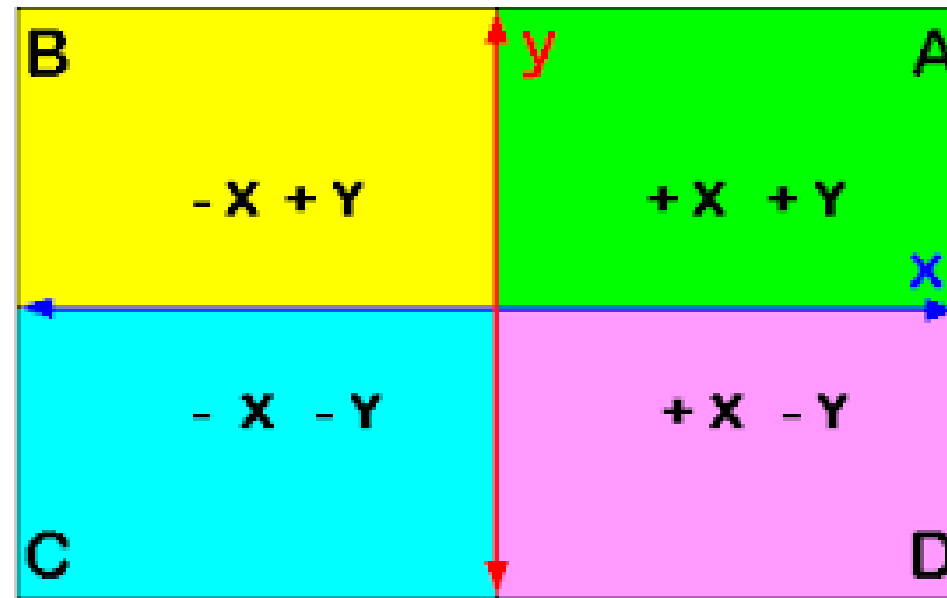


# La funzione lineare(retta) 1



# Indice argomenti

EQUAZIONE DELLA RETTA. 3

GRAFICO DI UNA RETTA

RETTA parallela all'asse  $x$ . 4

RETTA parallela all'asse  $y$ . 6

RETTA bisettrice 8

RETTA passante per l'origine. 10

RETTA non passante per l'origine. 11

RETTE PARTICOLARI. 13

Calcolo intersezione con gli assi. 15

Dalla Forma implicita a quella esplicita. 40

Condizione di appartenenza di un punto ad una retta 45  
Punto di intersezione tra due rette.  
50. 95

Distanza punto retta 54

TERMINE NOTO. 19

COEFFICIENTE ANGOLARE. 23

CASO  $m > 0$ . 24

CASO  $m < 0$ . 28

Coeff. Angolare dati 2 punti. 33

# Equazione di una retta

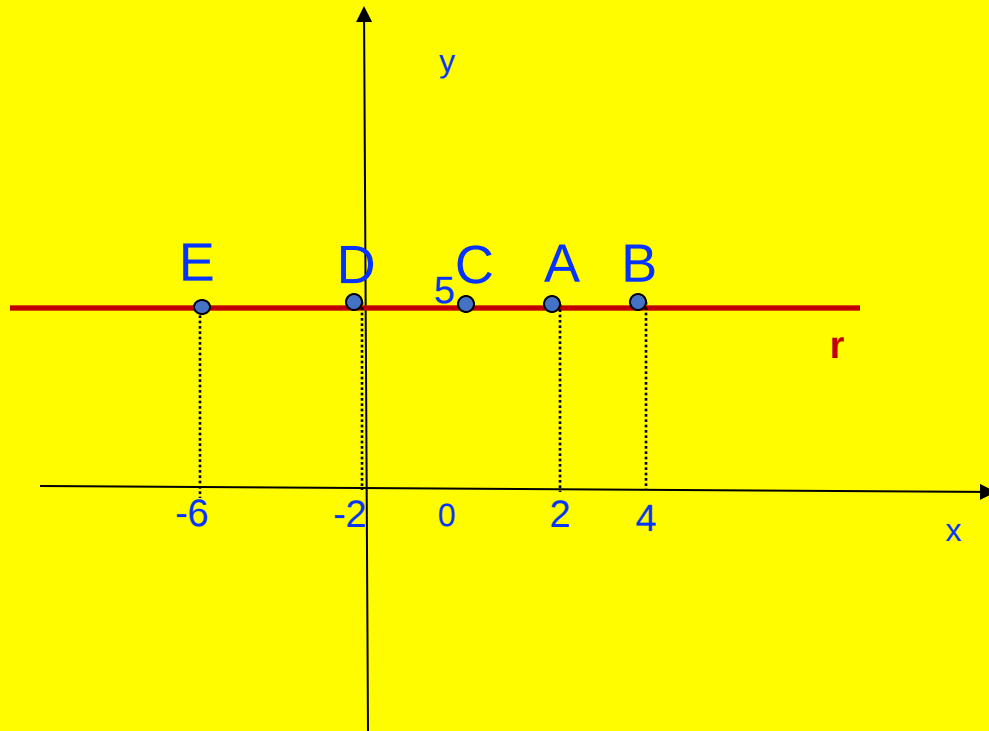
# Equazione della retta

Rette Orizzontali, // ASSE x

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO DEI PUNTI TUTTI CON UGUALE ORDINATA

$A(2; 5)$     $B(4; 5)$     $C(0; 5)$     $D(-2; 5)$     $E(-6; 5)$     $G(*; 5)$



Il risultato è una retta r

Che ha un pò di caratteristiche:

1). È parallela // all'asse x.  
Retta orizzontale

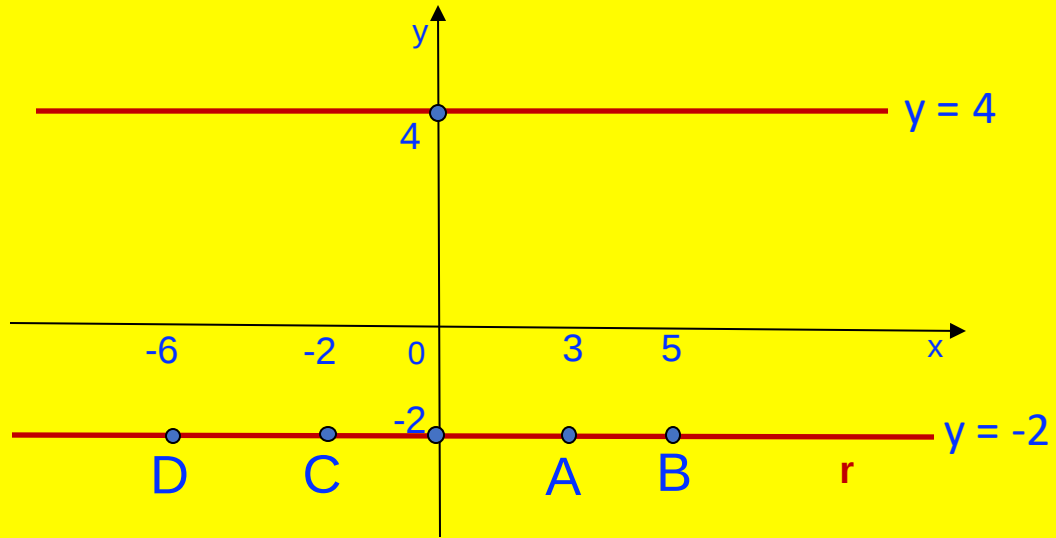
2) La retta ha equazione  $y = 5$

Preso un punto qualsiasi G. con  $x$  scelta a mio piacimento, cqm sono costretto a dare ordinata  $y=5$ .  $G(*; 5)$

$G(11; 5)$   
 $\boxed{x}$     $\boxed{y}$

# Equazione della retta

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO



A(3; -2)

B(5; -2)

C(-2; -2)

D(-6; -2)

Rette Orizzontali , // ASSE x

La retta ha equazione  $y = 4$

La retta ha equazione  $y = -2$

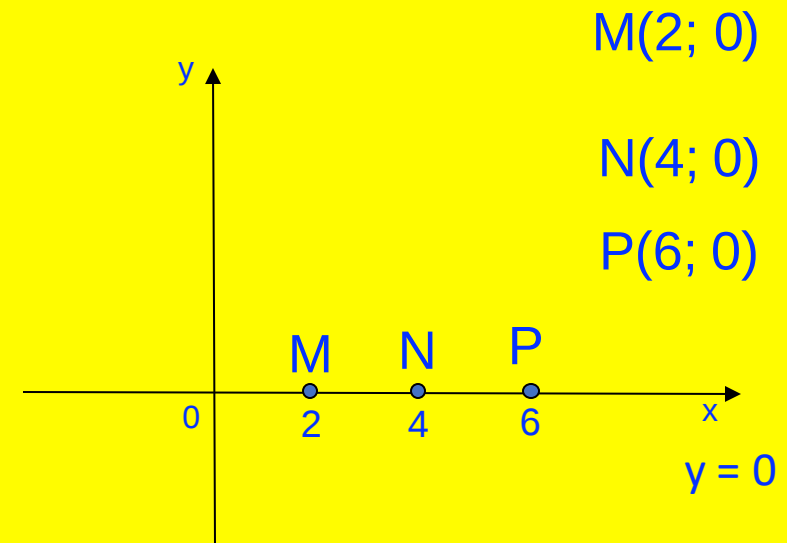
CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

L'asse delle x avrebbe equazione  $y = 0$ . Perché ?

Posizioniamo dei punti sopra l'asse x e ricaviamo le coordinate:

Le coordinate dei punti trovati hanno tutti in comune ordinata  $y = 0$

**Quindi, l'asse delle x ha per equazione  $y = 0$**



# Equazione della retta

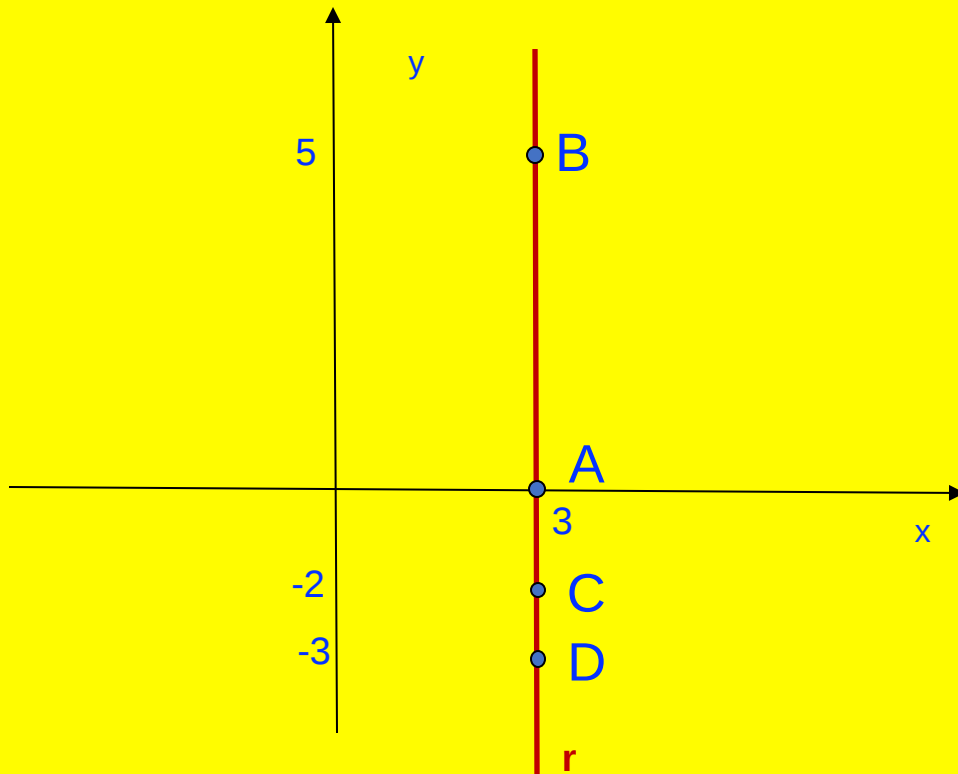
Rette Verticali , // ASSE y

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO DEI PUNTI TUTTI CON UGUALE ASCISSA

$A(3; 0)$     $B(3; 5)$     $C(3; -2)$     $D(-2; 5)$

$G( * ; 5)$



Il risultato è una retta  $r$

Che ha un pò di caratteristiche:

1). È parallela // all'asse  $y$ .  
Retta verticale

2) La retta ha equazione  $x = 3$

Preso un punto qualsiasi  $G$ . con  $y$  scelta a mio piacimento, cqm sono costretto a dare ascissa  $x = 3$ .  $G(3; *)$

$G(3; 11)$

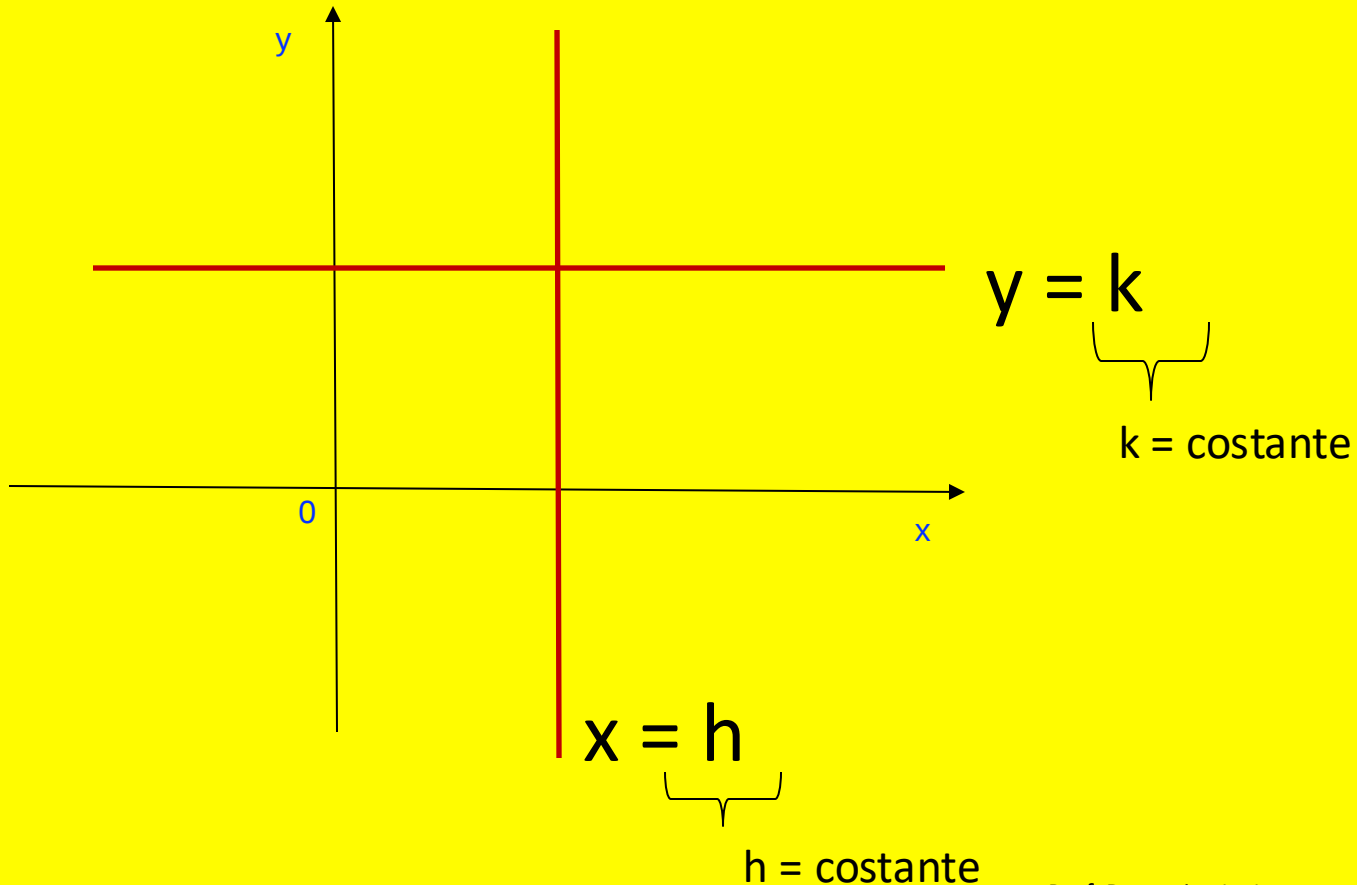
$x$

$y$

# Equazione della retta

## In generale

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO



In generale

Le rette verticali sono rette con equazione:

$$x = h$$

Le rette orizzontali sono rette con equazione:

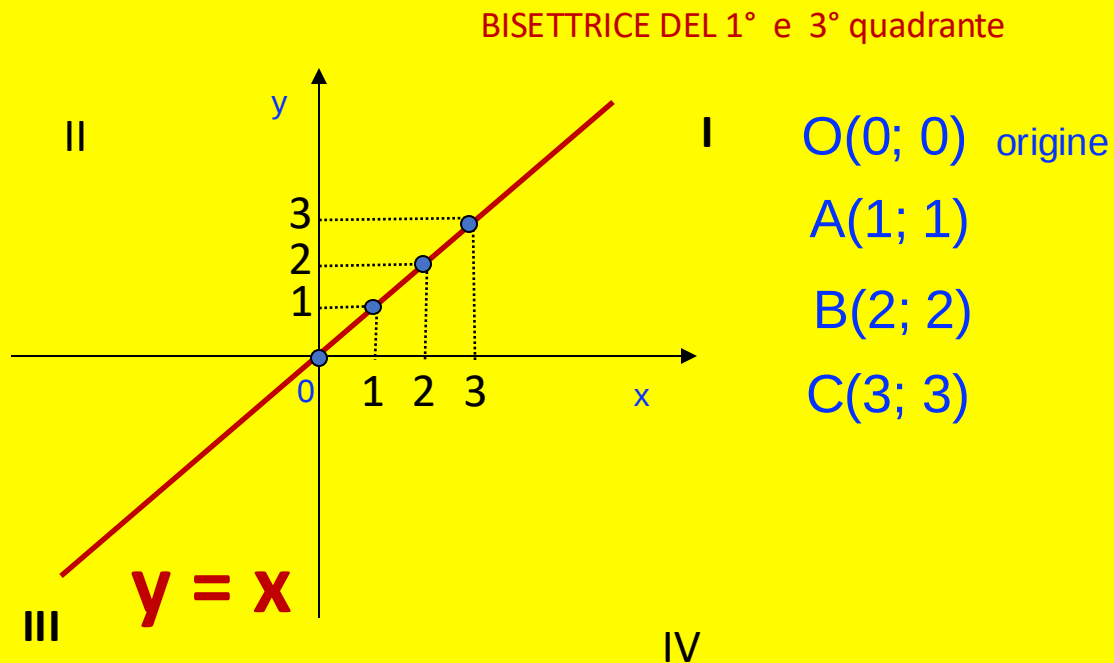
$$y = k$$

**h** e **k** costanti

# Equazione della retta

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO UNA RETTA CHE DIVIDE IL 1° E IL 3° QUADRANTE IN PARTI UGUALI



Troviamo le coordinate di Alcuni punti su questa retta:

Anche l'origine "O" degli assi è un punto di questa retta

Tutti i punti che appartengono a questa retta hanno una Proprietà che li accomuna:

$$x = y$$

Quindi:

La retta bisettrice 1° e 3° quadrante ha equazione

$$y = x$$

Oppure possiamo scrivere:

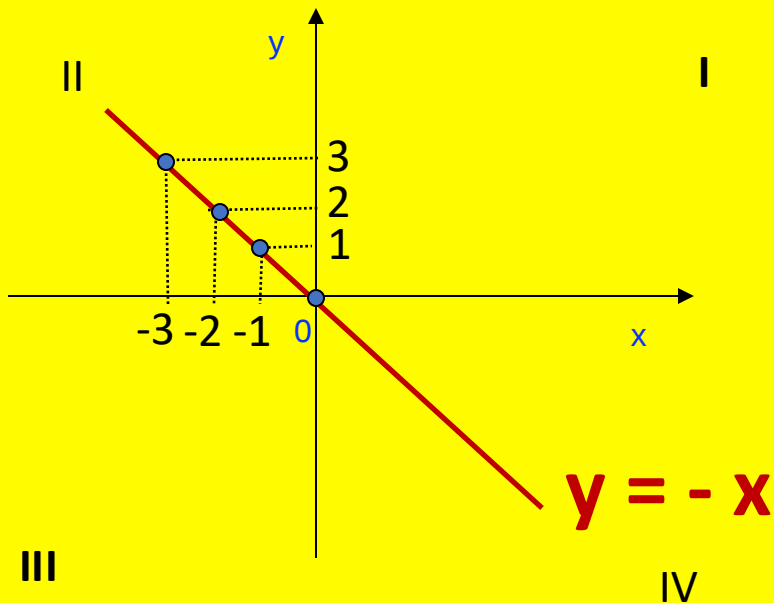
$$y - x = 0$$

# Equazione della retta

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO UNA RETTA CHE DIVIDE IL 2° E IL 4° QUADRANTE  
IN PARTI UGUALI

BISETTRICE DEL 2° e 4° quadrante



O(0; 0) origine

A(-1; 1)

B(-2; 2)

C(-3; 3)

$$y = -x$$

# Retta bisettrice

Troviamo le coordinate di Alcuni punti su questa retta:

Anche l'origine "O" degli assi è un punto di questa retta

Tutti i punti che appartengono a questa retta hanno una  
Proprietà che li accomuna:

$$-x = y$$

Quindi:

La retta bisettrice 2° e 4° quadrante ha equazione

$$y = -x$$

Oppure possiamo scrivere:

$$y + x = 0$$

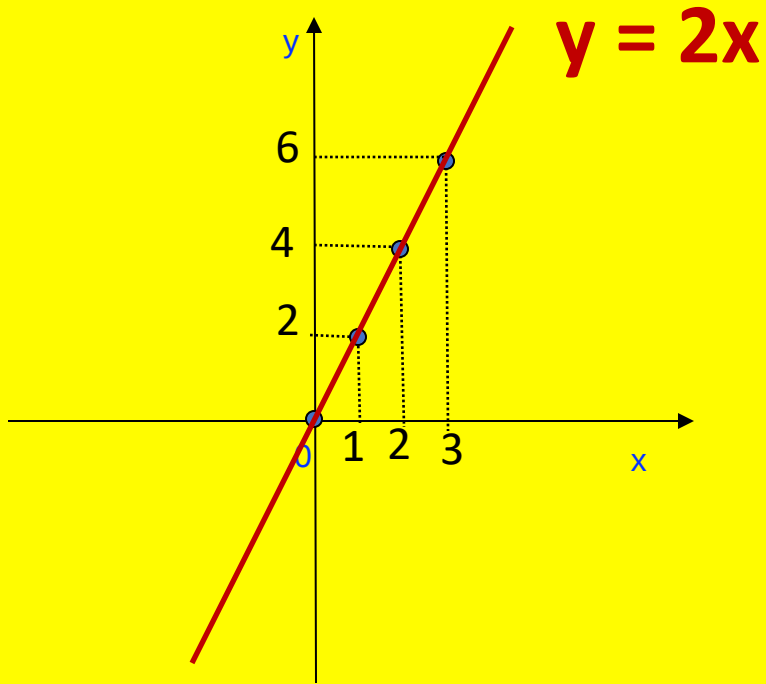
# Equazione della retta

passante per l'origine

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

Proviamo a descrivere la retta passante per i punti:

$A(1; 2)$   $B(2; 4)$   $C(3; 6)$   $O(0; 0)$  origine



$A(1; 2)$

$B(2; 4)$

$C(3; 6)$

$O(0; 0)$  origine

In questi punti notiamo che la  $y$  è uguale al doppio della  $x$

Questa retta avrà equazione

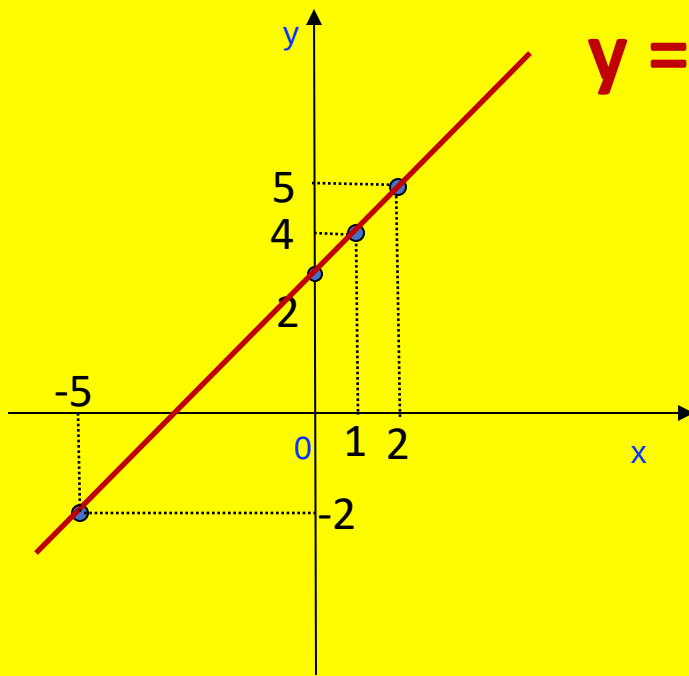
$$Y = 2x$$

# Equazione della retta

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

Proviamo a descrivere la retta passante per i punti:

A(2; 5)    O(0; 3) origine    B(1; 4)    C(-5; -2)



A(2; 5)

B(1; 4)

C(-5; -2)

O(0; 3) origine

## NON passante per l'origine

Quindi questa retta avrà equazione

$$y = x + 3$$

Oppure:

$$y = 3 + x;$$

$$x - y + 3 = 0$$

# Equazione della retta

Le rette sono descritte con equazioni

- Equazioni di 1° grado
- Hanno al più due incognite. (x; y)

Quindi:

L'equazione del tipo:  $y = 2x + 4$  è certamente l'equazione di una retta.

Vediamo di quale retta si tratta:

Costruiamo una tabella di valori

tabella di valori

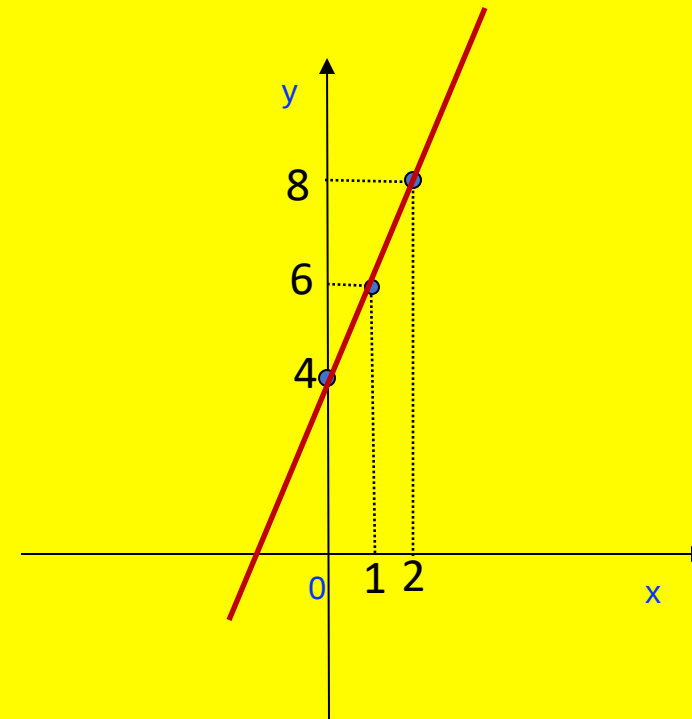
| x | y |
|---|---|
| 1 | 6 |
| 2 | 8 |
| 0 | 4 |

$$y = 2x + 4$$

$$y = 2 \cdot 1 + 4 = 6$$

$$y = 2 \cdot 2 + 4 = 8$$

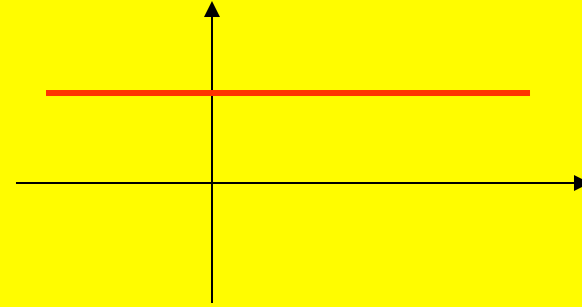
$$y = 2 \cdot 0 + 4 = 4$$



# Rette particolari

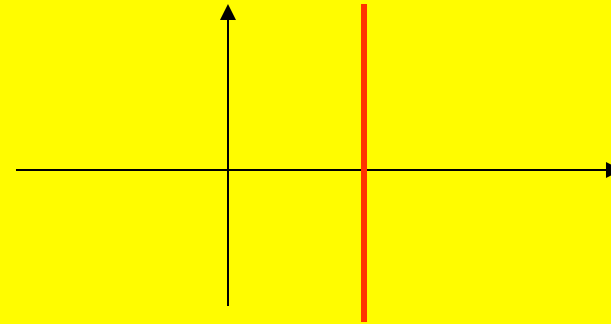
$y = k$  con  $k$  numero reale

Retta orizzontale

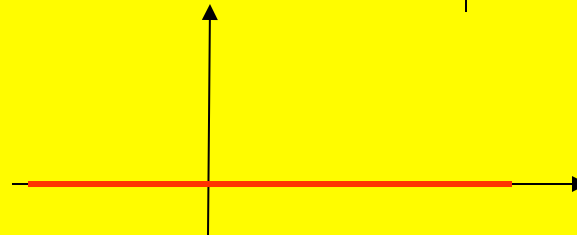


$x = k$  con  $k$  numero reale

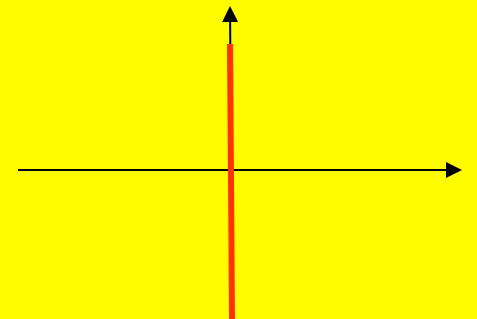
Retta verticale



$y = 0$  corrisponde  
all'asse delle x ascisse

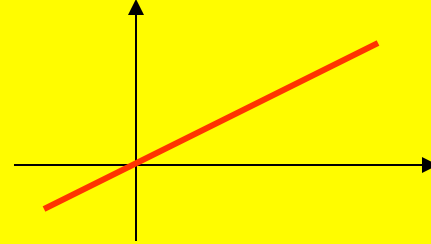


$x = 0$  corrisponde all'asse  
delle y ordinate

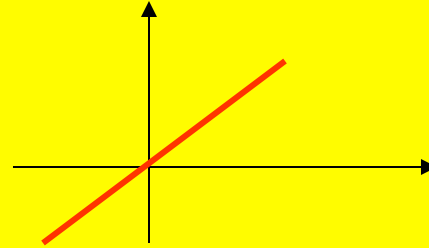


# Rette particolari

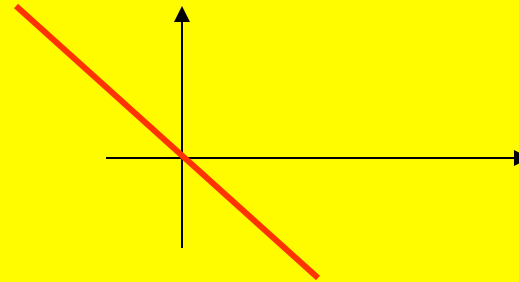
$y = mx$  retta passante per O



$y = x$  bisettrice I° e III° Quadrante



$y = -x$  bisettrice II° e IV° Quadrante



# Equazione della retta

Traccia il grafico della seguente equazione :  $y = -2x - 1$

Determina i punti di intersezione con gli assi x e y

Intersezione **ASSE y**

$$\begin{aligned}\text{Poniamo } x &= 0 & y &= -2 \cdot x - 1 \\ y &= -2 \cdot 0 - 1 & &= -1\end{aligned}$$

$$A(0; -1)$$

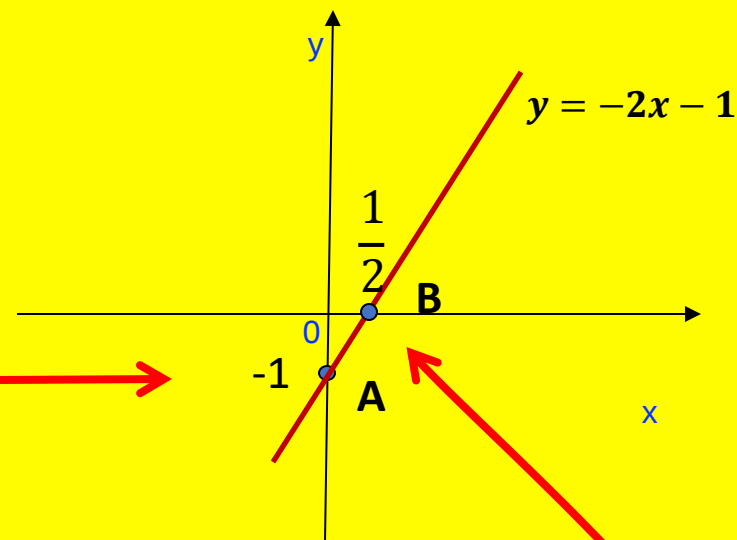
Intersezione **ASSE x**

$$\text{Poniamo } y = 0 \quad y = -2 \cdot x - 1 = 0$$

$$\begin{aligned}-2 \cdot x &= -1 & \frac{-2}{-2} \cdot x &= \frac{-1}{-2} & x &= \frac{1}{2} & B\left(\frac{1}{2}; 0\right)\end{aligned}$$

## P. Intersezione con assi

Vediamo di quale retta si tratta:



# Equazione della retta

## P. Intersezione con assi

Coefficiente  
angolare  
e termine noto

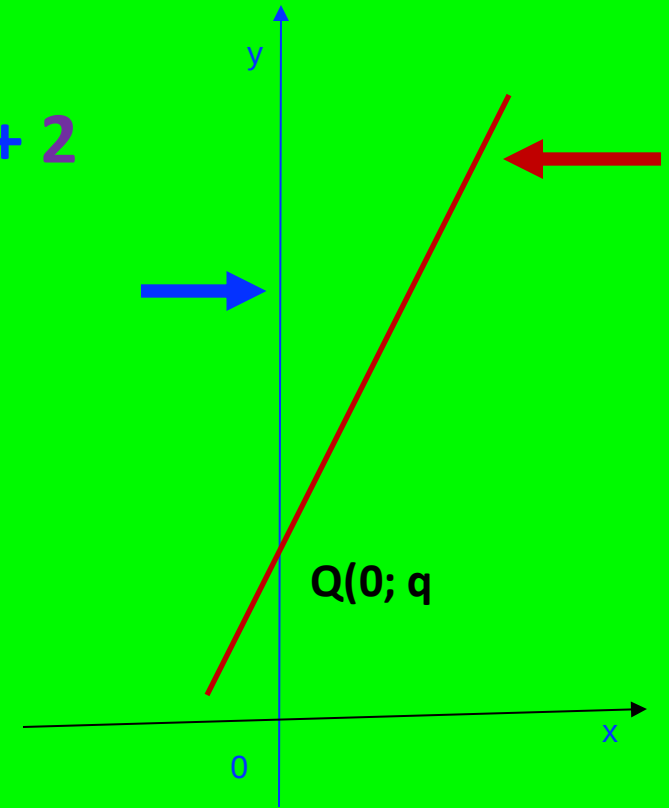
# Equazione della retta

Consideriamo una equazione della retta del tipo:  $y = 3x + 2$

$$y = mx + q$$

$m = 3$  Coefficiente angolare

$q = 2$  Termine noto



Dal **punto di vista geometrico**

il termine noto  $q$  mi rappresenta il punto di intersezione tra  
in un punto di coordinate:  $Q(0; q)$

$\left\{ \begin{array}{l} L'asse \text{ } y \\ la \text{ retta. } r \end{array} \right.$

Termine  
noto

# Equazione della retta

Significato geometrico del **TERMINE NOTO**  $q$ .

Consideriamo una equazione della retta del tipo:  $y = 3x + 2$

tabella di valori

| x | y  |
|---|----|
| 3 | 11 |
| 1 | 5  |
| 0 | 2  |

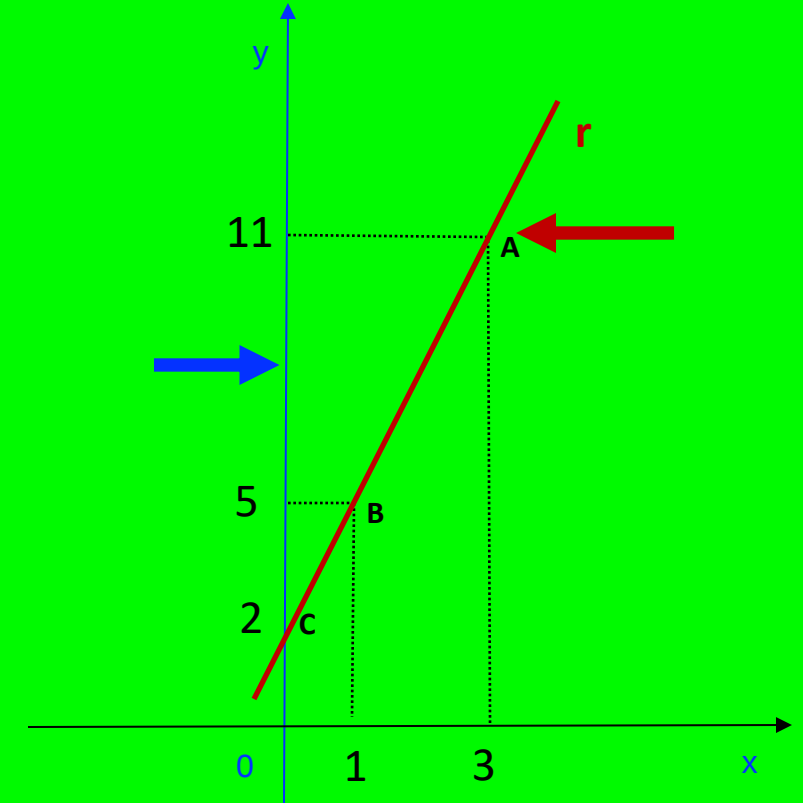
$$y = 3x + 2$$

$y = 3 \cdot 3 + 2 = 11$  La retta passa per il punto **A(3; 11)**

$y = 3 \cdot 1 + 2 = 5$  La retta passa per il punto **B(1; 5)**

$y = 3 \cdot 0 + 2 = 2$  La retta passa per il punto **C(0; 2)**

## Termine noto



In generale

$$y = mx + q$$

$$x = 0$$

→

$$y = m \cdot 0 + q$$

→

$$y = q$$

# Equazione della retta

Consideriamo una equazione della retta del tipo:

$$y = 3x - 4$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ q = -4 \end{cases} \leftarrow$$

$q = -4$  vuol dire che la retta interseca l'asse delle  $y$  nel punto  $y = -4$

$y = 3x - 4$  Se volessi disegnarla

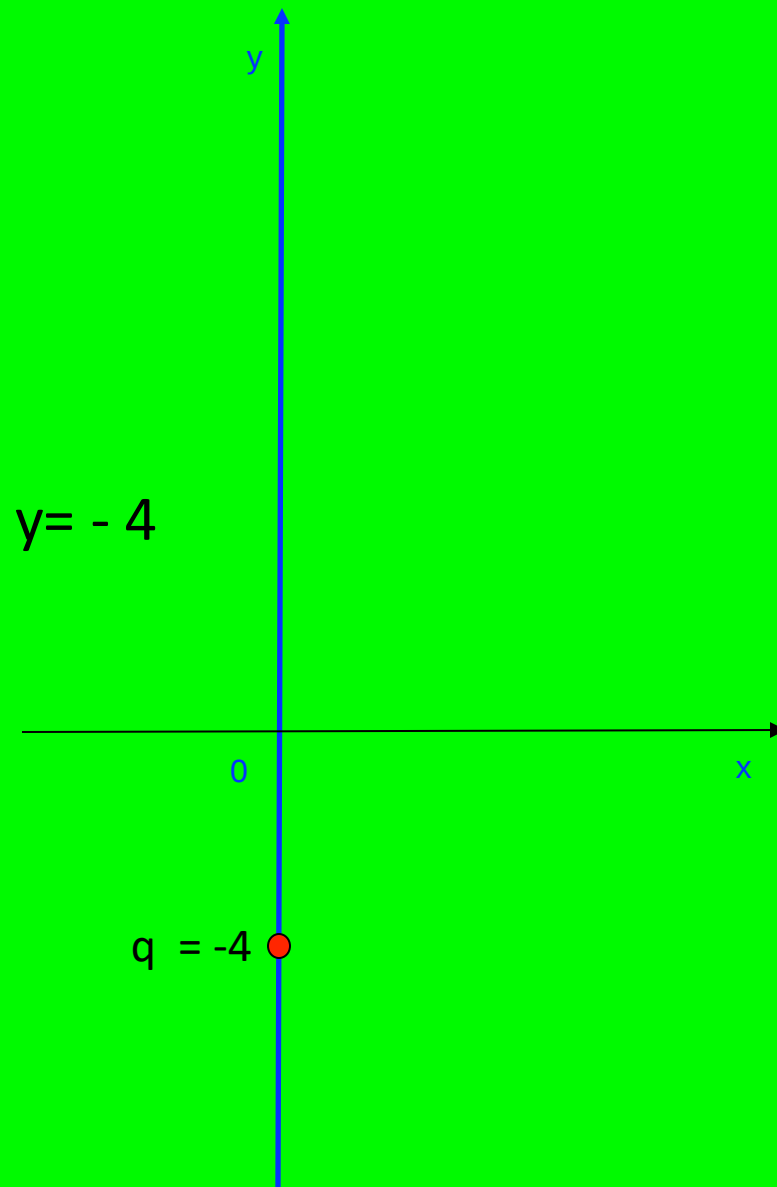
tabella di valori

| x | y  |
|---|----|
| 0 | -4 |

$$y = 3x - 4$$

$$y = 3 \cdot 0 - 4 = -4 \quad \text{La retta passa per il punto } A(0; -4)$$

Termine noto



# Equazione della retta

Consideriamo una equazione della retta del tipo:

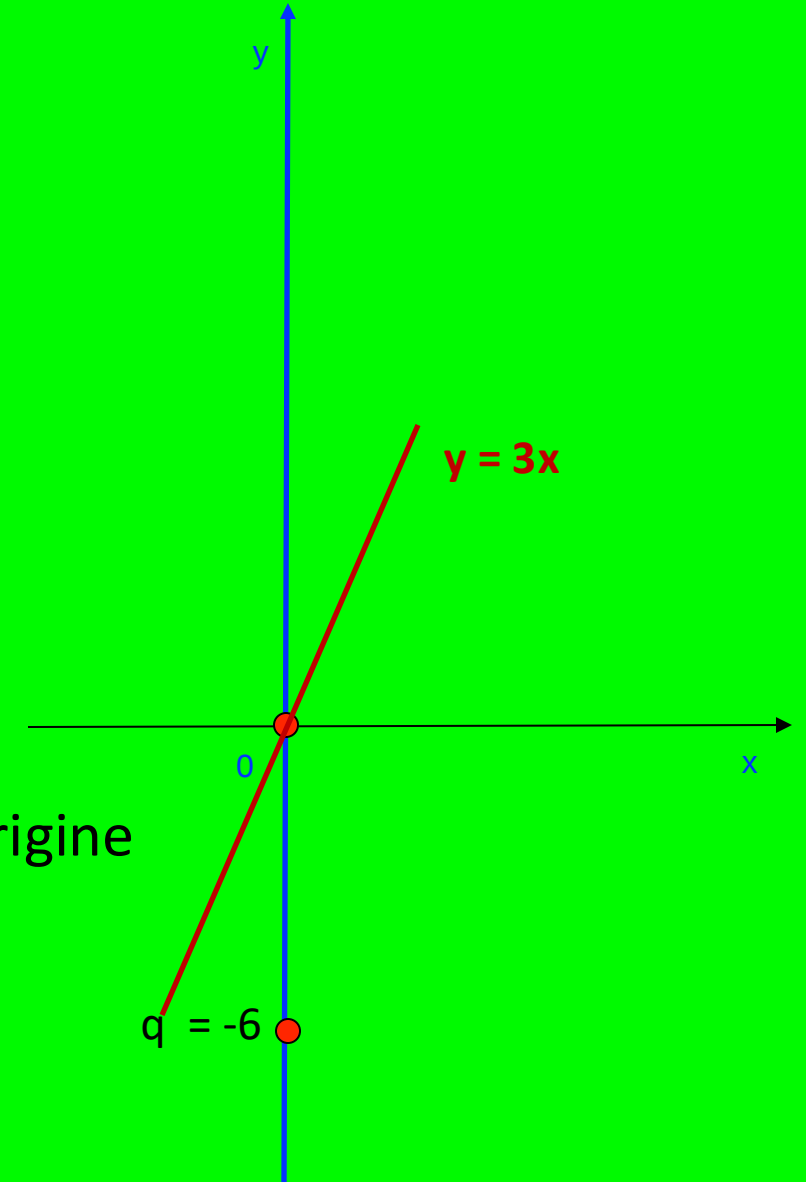
$$y = 3x \quad \begin{cases} m = 3 \\ q = 0 \end{cases}$$

Sono rette del tipo.  $y = mx$

Che hanno la proprietà di passare per l'origine.,

Tutte le rette che hanno  $q = 0$  sono rette che passano per l'origine

Termine noto

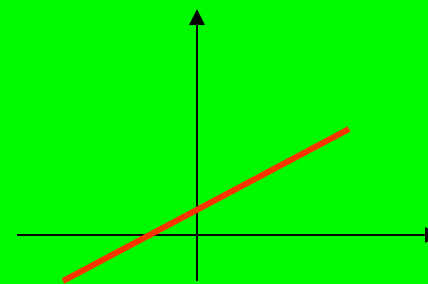


# Coefficiente angolare

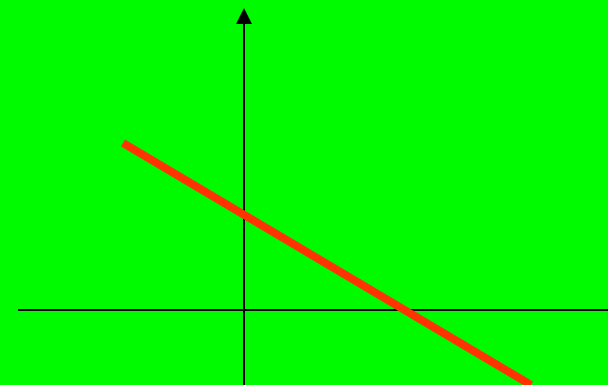
# IL coefficiente angolare

Il coefficiente angolare  $m$  esprime la pendenza della retta

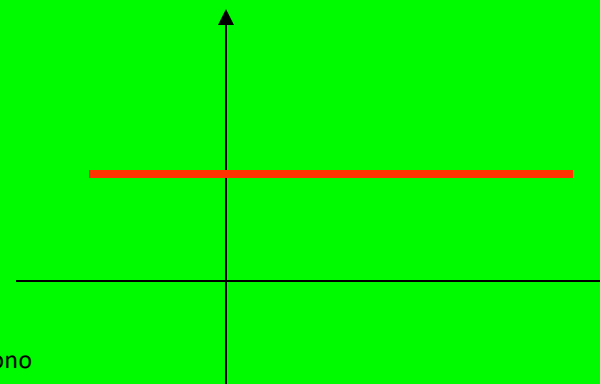
Se  $m > 0$  la retta è crescente



Se  $m < 0$  la retta è decrescente



Se  $m = 0$  la retta non ha pendenza cioè è orizzontale



Equazione della retta

coefficiente angolare

$$y = mx + q$$

Caso  $m > 0$

retta crescente

# Equazione della retta

Cos'è il **coefficiente angolare**?

$$y = 3x + 2$$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

tabella di valori

| x | y |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 1 | 5 |

$$y = 3x + 2$$

$$y = 3 \cdot 0 + 2 = 2 \quad A(0; 2)$$

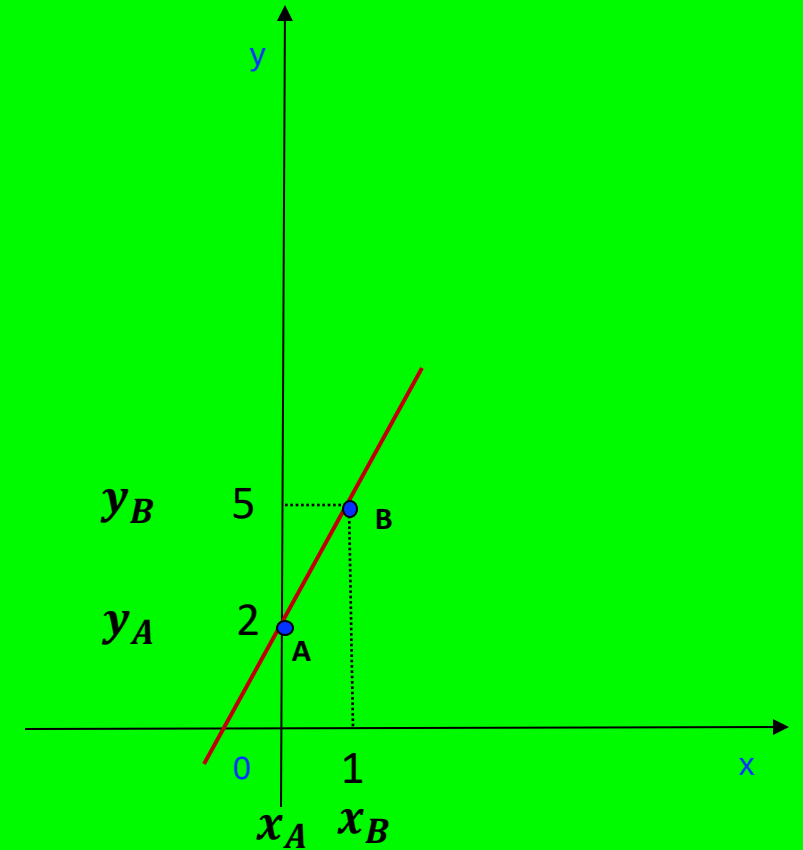
$$y = 3 \cdot 1 + 2 = 5 \quad B(1; 5)$$

Per determinare il coefficiente angolare usiamo la formula :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$m = \frac{5 - 2}{1 - 0} = \frac{3}{1} = 3$$

## coefficiente angolare



$$\rightarrow m = 3.$$

# Equazione della retta

Cos'è il **coefficiente angolare**?  $y = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow m = \frac{1}{2}$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

tabella di valori

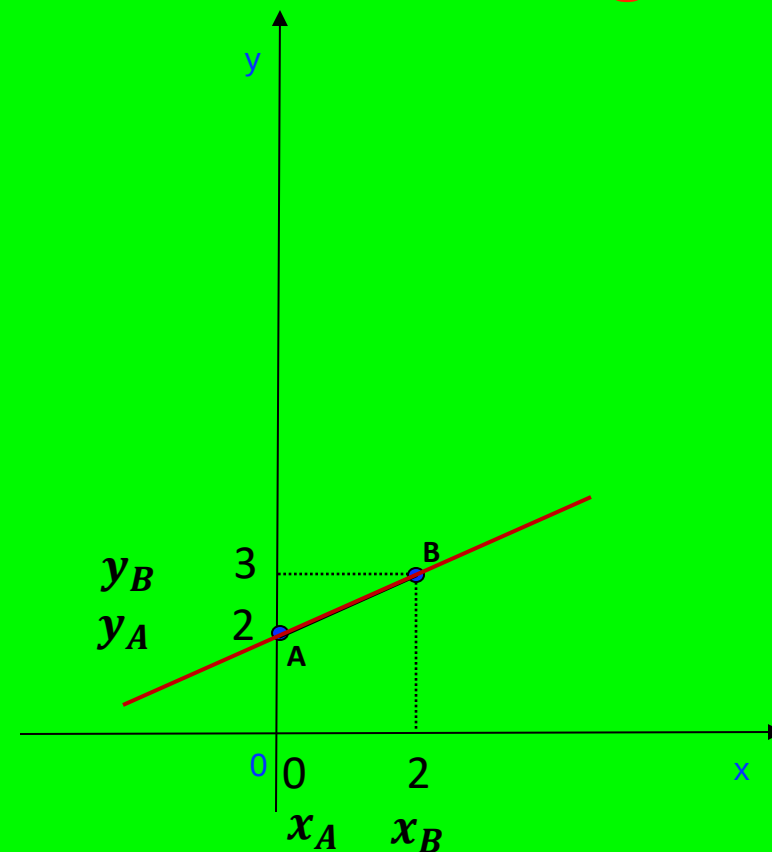
| x | y |
|---|---|
| 0 | 2 |
| 2 | 3 |

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 2 = 2 \quad A(0; 2)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3 \quad B(2; 3)$$

**coefficiente angolare**



Come determinare il coefficiente angolare?

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

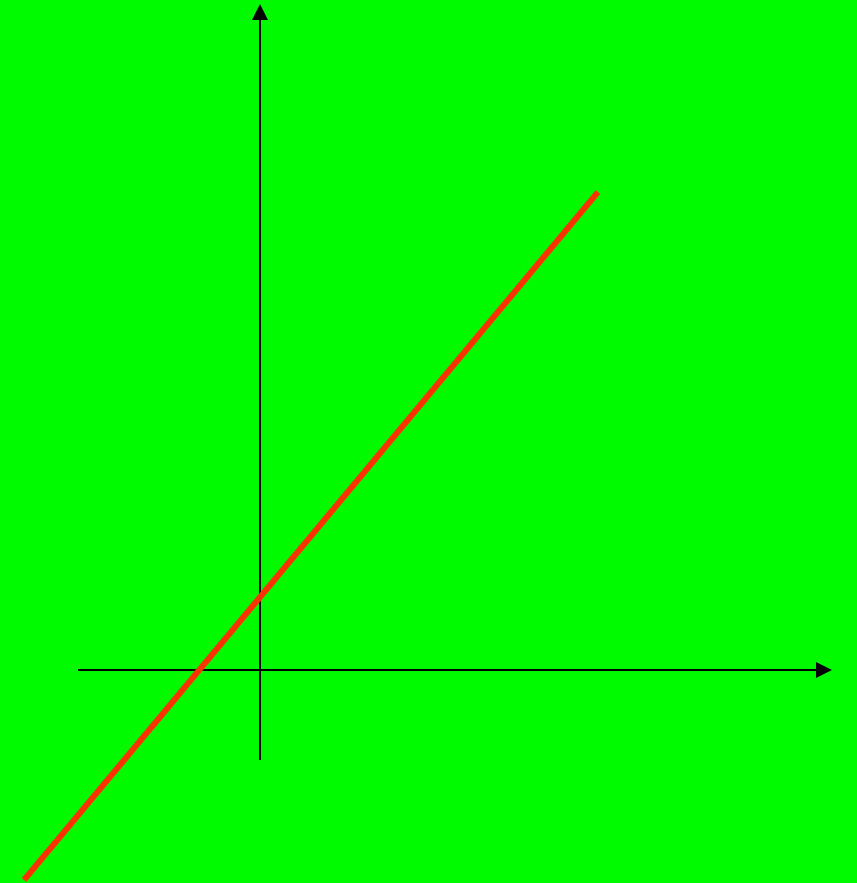
$$m = \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow m = \frac{1}{2}$$

# IL coefficiente angolare

Il coefficiente angolare  $m$  esprime la pendenza della retta

Se  $m > 0$  la retta è crescente



Equazione della retta

coefficiente angolare

$$y = mx + q$$

Caso  $m < 0$

retta decrescente

# Equazione della retta

Cos'è il **coefficiente angolare**?  $y = -2x + 3 \rightarrow m = -2$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

tabella di valori

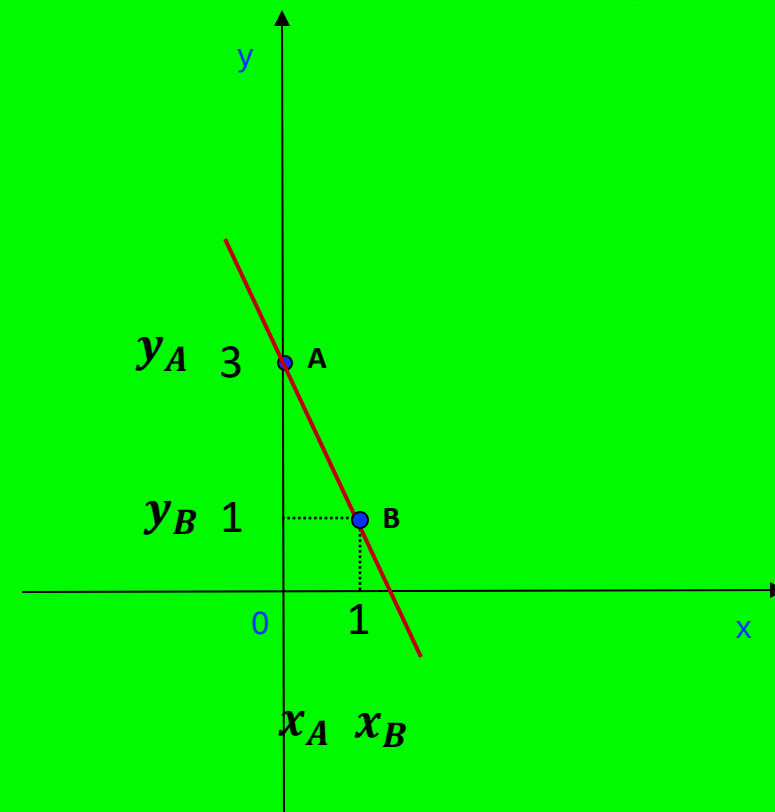
| x | y |
|---|---|
| 0 | 3 |
| 1 | 1 |

$$y = -2x + 3$$

$$y = -2 \cdot 0 + 3 = 3 \quad A(0; 3)$$

$$y = -2 \cdot 1 + 3 = 1 \quad B(1; 1)$$

coefficiente angolare



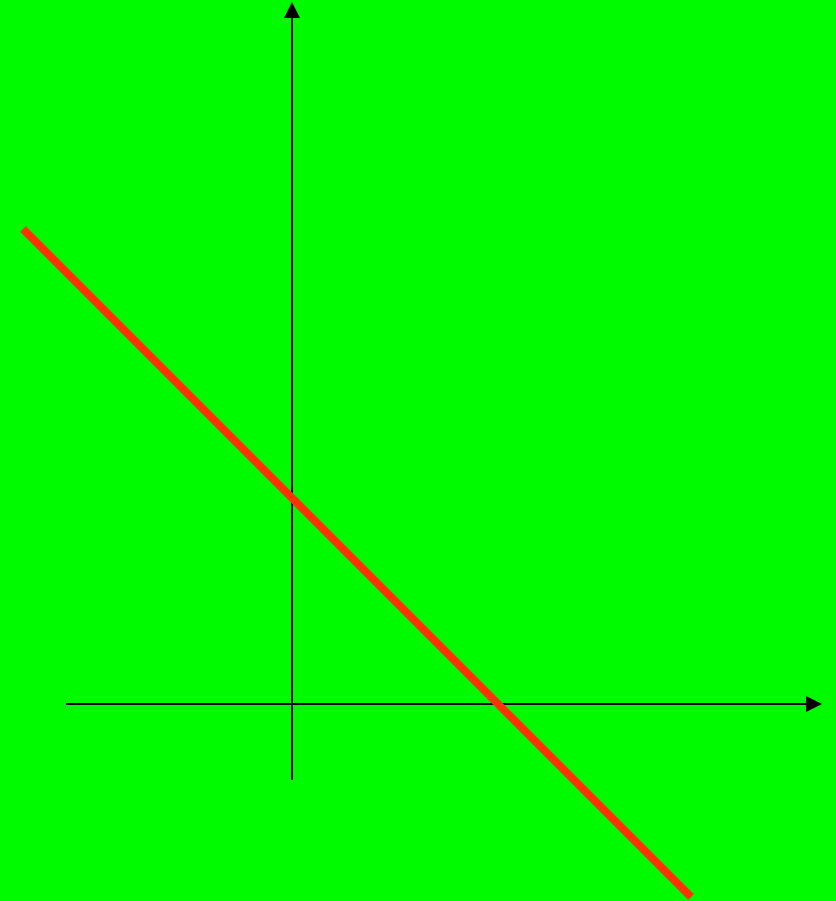
TROVIAMO il coefficiente angolare?

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad m = \frac{3 - 1}{0 - 1} = \frac{2}{-1} = -2 \quad \rightarrow m = -2$$

# IL coefficiente angolare

Il coefficiente angolare  $m$  esprime la pendenza della retta

Se  $m < 0$  la retta è decrescente



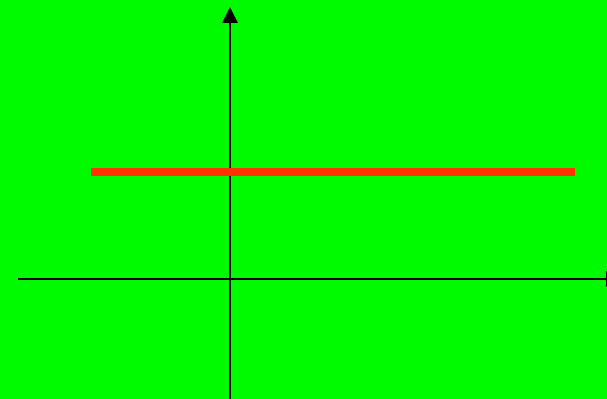
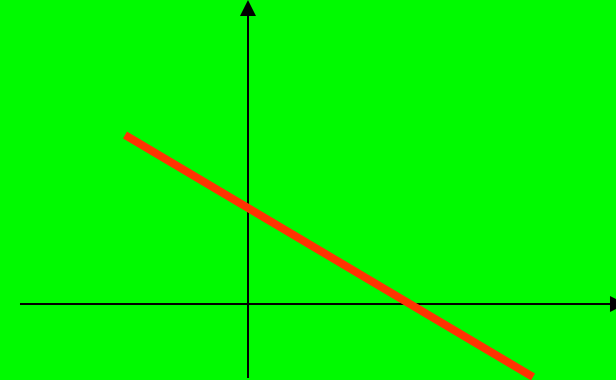
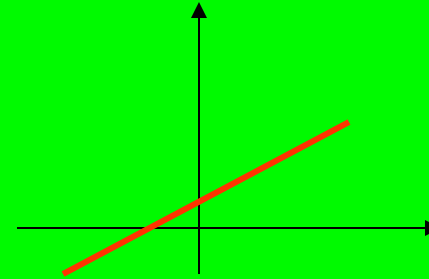
# IL coefficiente angolare

Il coefficiente angolare  $m$  esprime la pendenza della retta

Se  $m > 0$  la retta è crescente

Se  $m < 0$  la retta è decrescente

Se  $m = 0$  la retta non ha pendenza cioè è orizzontale



# Determinare il coefficiente angolare dati 2 punti

CONOSCO LE COORDINATE DI DUE PUNTI PER I QUALI PASSA LA RETTA

$A(x_A, y_A)$     $B(x_B, y_B)$


$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Determinare il coefficiente angolare dati 2 punti

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Esercizi

coefficiente angolare

Esercizi

coefficiente angolare

$r_2$

$r_1$

$r_3$

$r_4$

Esercizi

coefficiente angolare

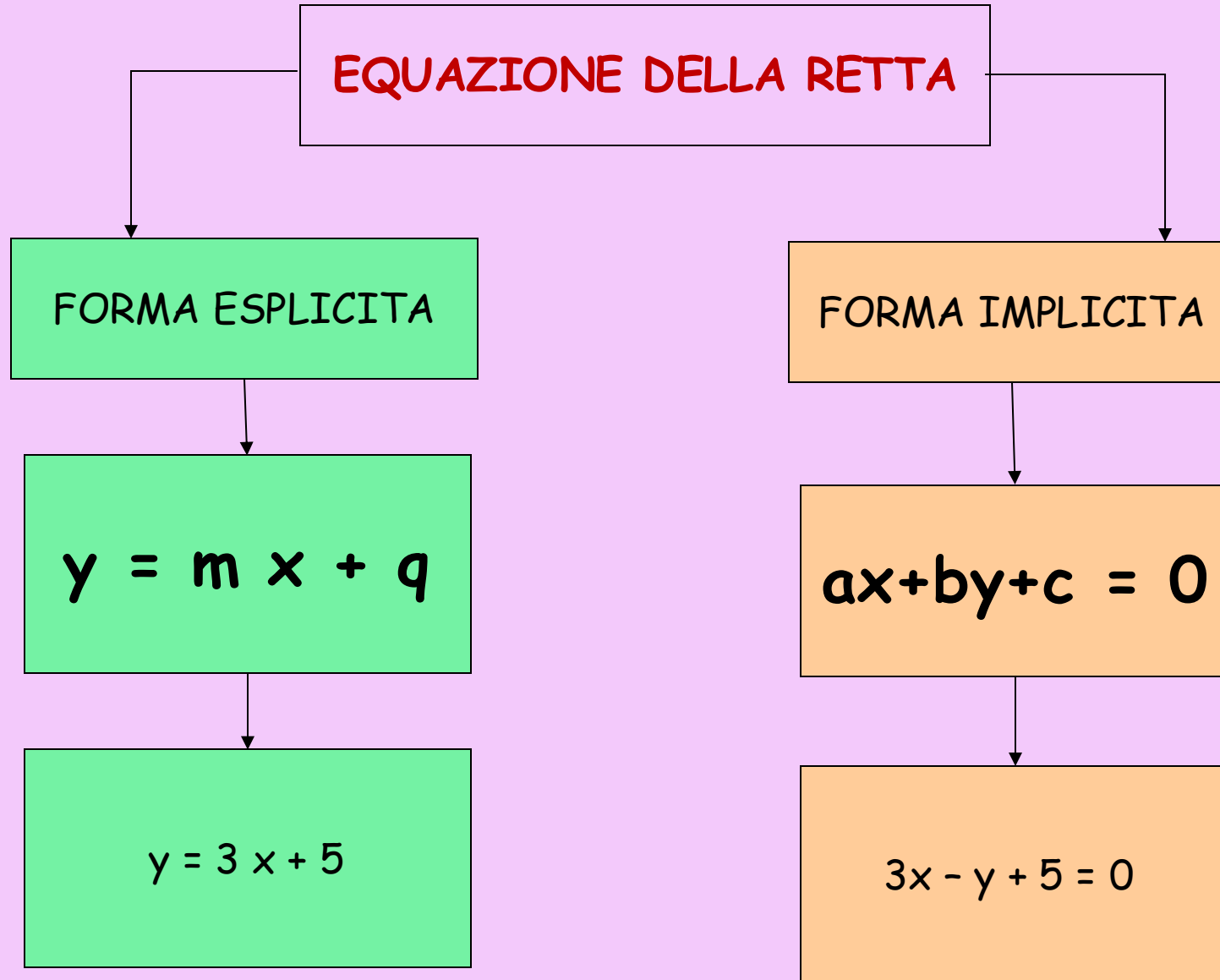
# Esercizi

coefficiente angolare

Dalla Forma implicita  
a quella esplicita

# Esercizi

## Dalla Forma implicita a quella esplicita



**Esempio:**

**Forma implicita:**

$$ax + by + c = 0$$
$$2x + 3y + 2 = 0$$

**Forma esplicita**

$$y = mx + q$$
$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

# Esercizi

## Dalla Forma implicita a quella esplicita

### Dalla Forma implicita a quella esplicita

**Esempio 1**     **Da:**  $ax + by + c = 0$      **a:**  $y = ax + b$

$$2x + 3y + 2 = 0 \rightarrow 3y = -2x - 2 = 0 \rightarrow y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} \rightarrow \text{Con} \rightarrow$$

$$m = -\frac{2}{3}$$

$$q = -\frac{2}{3}$$

**Esempio 2**     **Da:**  $ax + by + c = 0$      **a:**  $y = ax + b$

$$x + 2y - 4 = 0 \rightarrow 2y = -x + 4 = 0 \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2 \rightarrow \text{Con} \rightarrow$$

$$m = -\frac{1}{2}$$

$$q = 2$$

# Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

**Scrivi l'equazione esplicita delle seguenti rette, identificane il coefficiente angolare e il termine noto**

# Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

# Esercizi

## Condizioni di appartenenza di un punto ad una retta

Data l'equazione della retta:  $2x - y + 1 = 0$

Stabilire se il punto  $A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$  soddisfa l'equazione se appartiene alla retta sopra citata

$$A\left(\frac{1}{2}; 1\right)$$

$$\begin{aligned} 2x - y + 1 &= 0 \\ 2\frac{1}{2} - 1 + 1 &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} 1 - 1 + 1 &= 0 \\ 1 &= 0 \end{aligned}$$

Uguaglianza falsa.

Il punto non appartiene alla retta

Il punto A non soddisfa l'equazione della retta

$$B\left(\frac{1}{4}; \frac{3}{2}\right)$$

$$\begin{aligned} 2x - y + 1 &= 0 \\ 2\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 &= 0 \end{aligned} \quad \rightarrow \quad \begin{aligned} \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 &= 0 \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Uguaglianza vera.

Il punto appartiene alla retta

Il punto B soddisfa l'equazione della retta

$$2 \cdot 5 + (-4) - 6 = 0$$

$$-4 + 4(2) - 8 = 0$$

$$5 \cdot 0 + 8\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 0$$

$$3 \cdot 4 + 6\left(-\frac{7}{3}\right) - 5 = 0$$





# Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

# Esercizi

## Punto di intersezione tra due rette

$$y = 2x + 3$$

$$y = -2x - 1$$



$$y = y$$



$$2x + 3 = -2x - 1$$

$$2x + 2x = -3 - 1$$

$$4x = -4$$

$$x = -1$$



$$x = -1$$



$$y = 2(-1) + 3 = 1$$



$$A(-1; 1)$$





# Esercizi

## Punto di intersezione tra due rette



# Esercizi

## Distanza punto retta

Data una retta di equazione

$$ax + by + c = 0$$

Punto

$$P(x_0, y_0)$$

**Distanza Punto - retta**

$$d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

# Esercizi

## Distanza punto retta

Data una retta di equazione

$$2x + y - 4 = 0$$

Punto

$$P(4, 5)$$

**Distanza Punto - retta**

$$d(P, r) = \frac{|2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} =$$

$$\frac{|2 \cdot 4 + 1 \cdot 5 - 4|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{9}{\sqrt{5}} =$$

$$= \frac{9}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{9\sqrt{5}}{5}$$

# Esercizi

## Distanza punto retta

# Esercizi

## Distanza punto retta