

Calcolo di logaritmi

Classe terza tecnico

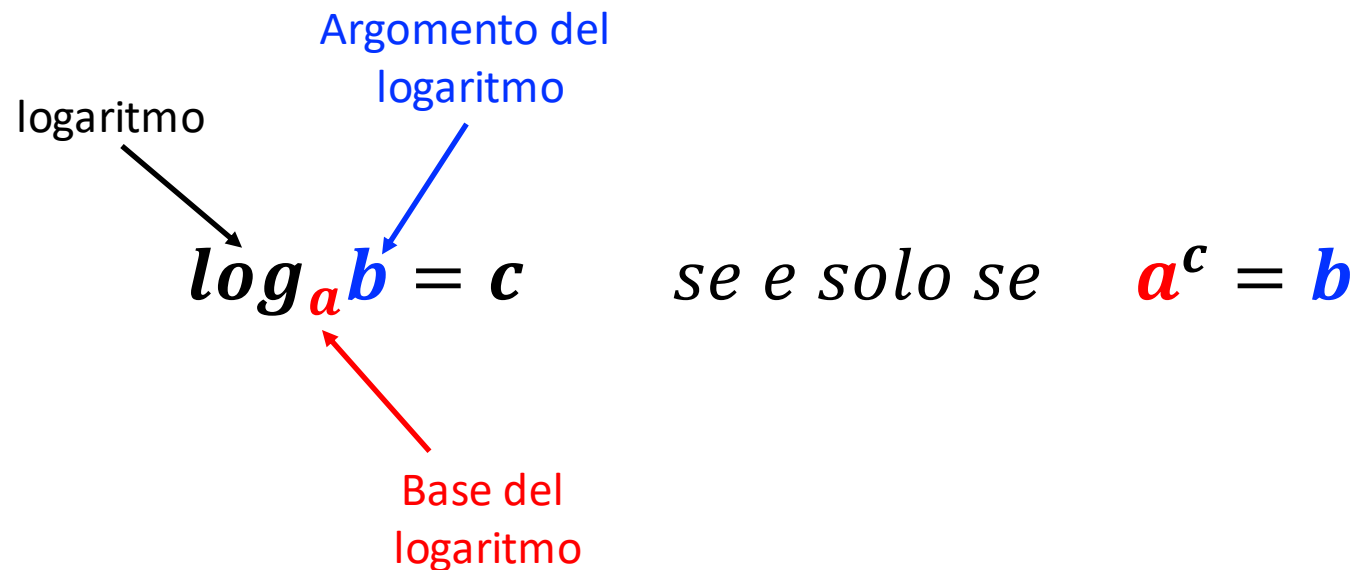
Definizione

M Logaritmo in base a di b

Dati due numeri reali positivi a e b , con $a \neq 1$

si chiameremo logaritmo in base a di b Il numero $\log_a b = c$

In cui vale la regola



The diagram shows the equation $\log_a b = c$ with three arrows pointing to its parts: a black arrow from the word "logaritmo" to the "log" part, a blue arrow from the text "Argomento del logaritmo" to the variable b , and a red arrow from the text "Base del logaritmo" to the variable a . To the right of the equation, the text "se e solo se" is followed by the equation $a^c = b$, where a is red and b is blue.

$$\log_a b = c \quad \text{se e solo se} \quad a^c = b$$

Dalla definizione possiamo dedurre

Per $a > 0 \wedge a \neq 1$

- $\log_a 1 = 0$

Infatti $a^0 = 1$

- $\log_a a = 1$

- $\log_a a^n = n$ quindi $\Rightarrow \log_a a^1 = 1$

Calcolo di logaritmi

TROVIAMO C



$$\log_a b = c$$

13

ESERCIZIO GUIDA

Calcoliamo $\log_2(4 \cdot \sqrt[3]{2})$ applicando la definizione di logaritmo.

$$x = \log_2(4 \cdot \sqrt[3]{2}) \text{ è equivalente a } 2^x = 4 \cdot \sqrt[3]{2} \rightarrow 2^x = 2^2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \rightarrow 2^x = 2^{\frac{7}{3}} \rightarrow x = \frac{7}{3}.$$

prima proprietà delle potenze

$$\text{Quindi } \log_2(4 \cdot \sqrt[3]{2}) = \frac{7}{3}.$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = c \quad \text{se e solo se} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^c = \frac{1}{2} \quad \text{quindi} \quad c = 1$$

$$\log_2 1 = c \quad \text{se e solo se} \quad 2^c = 1 \quad \text{quindi} \quad c = 0$$

$$\log_5 125 = c \quad \text{se e solo se} \quad 5^c = 125 \quad \text{quindi} \quad c = 3 \quad 5^3 = 125$$

Calcola i seguenti logaritmi applicando la definizione.

Esempio

$$\log_3 \frac{3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{9}}$$

TROVIAMO C

$$\log_a b = c$$

$$\log_3 \frac{3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{9}} = c \quad \text{se e solo se} \quad 3^c = 3^{\left(\frac{3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{9}} \right)}$$

$$\frac{3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{3 \cdot 3^{\frac{1}{2}}}{9^{\frac{1}{3}}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 9^{-\frac{1}{3}} = 3 \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{-\frac{2}{3}} = 3^{1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{3}} = 3^{\frac{5}{6}}$$

$$3^c = 3^{\frac{5}{6}} \quad \text{quindi} \quad \log_3 \frac{3 \cdot \sqrt[2]{3}}{\sqrt[3]{9}} = \frac{5}{6}$$



Calcola i seguenti logaritmi applicando la definizione.

TROVIAMO C

$$\log_{\textcolor{red}{a}} \textcolor{blue}{b} = c$$

14 $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2};$

$\log_{10} 10.$

15 $\log_2 1;$

$\log_2 2.$

16 $\log_2 16;$

$\log_3 9.$

17 $\log_5 125;$

$\log_7 49.$

18 $\log_3 243;$

$\log_2 64.$

19 $\log 100;$

$\log 1000.$

20 $\log_3 \frac{1}{9} \sqrt{3};$

$\log_2 \frac{1}{16}.$

21 $\log_5 0,04;$

$\log_{745} 1.$

22 $\log_2 \frac{4}{\sqrt{2}};$

$\log_3 (3 \cdot \sqrt[4]{3}).$

23 $\log_2 \frac{\sqrt[5]{4}}{2};$

$\log_6 (6 \cdot \sqrt[3]{6}).$



Calcola i seguenti logaritmi applicando la definizione.

TROVIAMO C

$$\log_{\textcolor{red}{a}} \textcolor{blue}{b} = c$$

24 $\log_7(7\sqrt{7});$

$$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

25 $\ln(e\sqrt{e});$

$$\ln \frac{1}{e^4}.$$

26 $\log_2(\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2});$

$$\log \frac{1}{\sqrt[13]{10}}.$$

27 $\log_5 \sqrt[5]{5};$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

28 $\log_3 \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[3]{9}};$

$$\log_5 \left(0,2 \frac{\sqrt{5}}{5} \right).$$

29 $\log_3(27 \cdot \sqrt{3});$

$$\log_4 \frac{1}{2}.$$

30 $\log_{625} \frac{\sqrt[3]{5}}{25};$

$$\log_{16} \frac{2}{\sqrt[7]{2}}.$$

31 $\ln \sqrt{e^3};$

$$\ln \sqrt{e\sqrt{e}}.$$

32 $\log_2 \sqrt{2} 2;$

$$\log_{0,1} 10.$$

33 $\log_{\sqrt{a}} a^3;$

$$\log_a (a\sqrt{a}).$$

TROVIAMO **b**



$$\log_a \mathbf{b} = c$$

Calcola il valore di b usando la definizione di logaritmo.

TROVIAMO b

$$\log_a b = c$$

36 $\log_2 b = 1;$ $\log_3 b = 4.$

37 $\log_3 b = -1;$ $\log_2 b = -1.$

38 $\log_2 b = \frac{1}{2};$ $\log_3 b = \frac{1}{4}.$

39 $\log_3 b = 0;$ $\log_{0,4} b = 1.$



Calcola il valore di b usando la definizione di logaritmo.

TROVIAMO b

$$\log_{\textcolor{red}{a}} \textcolor{blue}{b} = c$$

40 $\log_5 b = -\frac{1}{3}; \quad \log_{32} b = -\frac{1}{4}.$

41 $\log_{\frac{1}{2}} b = -2; \quad \log_5 b = -\frac{2}{5}.$

42 $\log b = 2; \quad \log(1 - b) = -1.$

43 $\log(b^2 + 1) = 1; \quad \log_3(b^2 + 8) = 2.$

TROVIAMO **a**



$$\log_a b = c$$

Calcola il valore della base a usando la definizione di logaritmo.

TROVIAMO a

$$\log_a b = c$$

45

$$\log_a 9 = 2;$$

$$\log_a 125 = 3.$$

46

$$\log_a 100 = 2;$$

$$\log_a 2 = 1.$$

47

$$\log_a \frac{1}{4} = 2;$$

$$\log_a \frac{16}{81} = 4.$$

48

$$\log_a \frac{1}{4} = -2;$$

$$\log_a \frac{8}{27} = -3.$$

49

$$\log_a 5 = 1;$$

$$\log_a 100 = -2.$$

50

$$\log_a 4 = \frac{1}{2};$$

$$\log_a \frac{1}{2} = -2.$$

51

$$\log_a 7 = -\frac{1}{2};$$

$$\log_a 4 = \frac{1}{3}.$$

52

$$\log_a (2a - 3) = 1;$$

$$\log_a (2\sqrt{a} - 2) = \frac{1}{2}.$$



Calcola il valore della base a usando la definizione di logaritmo.

Proprietà dei logaritmi

Dalla definizione possiamo dedurre

Per $a > 0 \wedge a \neq 1$

- $\log_a 1 = 0$

Infatti $a^0 = 1$

- $\log_a a = 1$

- $\log_a a^n = n$ quindi $\Rightarrow \log_a a^1 = 1$

M Prime proprietà dei logaritmi

$$(1) \quad k = \log_a a^k \quad \forall k \in R, \quad \forall a \in R^+ - \{1\}$$

(1)

Esempio:

$$3 = \log_2 2^3 = \log_2 8 \quad (1)$$

$$3 = \log 10^3 = \log 1000 \quad (1)$$

$$3 = \ln e^3 \quad (1)$$



Calcola il valore delle seguenti espressioni utilizzando la definizione di logaritmo.

57 $\log_2 16 - \log_3 27$ [1]

58 $\log 1 + \log 10 + \log 100 + \log 1000$ [6]

59 $2\log_2 \frac{1}{4} + \log_3 \frac{1}{9}$ [-6]

60 $3e^{\ln 5} - 2\ln(\log 10)$ [15]

61 $\log_2(\log_7 \sqrt{7}) + \ln(\log_3 3 - \ln e)$ [-1]

62 $\log_2 32 - 4\log_4 16 + \log[\log_2(\log 100)]$ [-3]

M Esercizi

5 Completa, calcolando i seguenti logaritmi.

a. $\log_2 \sqrt{2\sqrt[3]{2}} = \log_2 (2 \cdot 2^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (2^{1+\frac{1}{3}})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (2^{\frac{4}{3}})^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$

b. $\log_3 \sqrt[3]{9\sqrt{3}} = \log_3 (3^2 \cdot 3^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{3}} = \log_3 (3^{\frac{5}{2}})^{\frac{1}{3}} = \log_3 3^{\frac{5}{6}} = \dots\dots\dots$

c. $\log_5 \frac{5\sqrt[3]{\sqrt{5}}}{\sqrt{5}} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

6 ESERCIZIO SVOLTO

Completiamo l'uguaglianza $\log_2 \sqrt{2\sqrt{2}} = \dots\dots\dots \log_2 \sqrt{2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \log_2 (2^1 \cdot 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} = \log_2 2^{\frac{3}{4}} = \log_2 2^{\frac{3}{4}}$

Dobbiamo scrivere al posto dei puntini il numero cui bisogna elevare 2 per ottenere $\sqrt{2\sqrt{2}}$.

Poiché $\sqrt{2\sqrt{2}} = (2 \cdot 2^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (2^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{4}}$, al posto dei puntini occorre scrivere il numero $\frac{3}{4}$.

M Prime proprietà dei logaritmi

$$(2) \quad k = a^{\log_a k} \quad \forall k \in R^+, \quad \forall a \in R^+ - \{1\}$$

(2)

Esempio:

$$3 = 2^{\log_2 3} \quad (2)$$

$$3 = 10^{\log 3} \quad (2)$$

$$3 = e^{\ln 3} \quad (2)$$



53

Calcola:

$5^{\log_5 3};$

$10^{\log 2};$

$3^{\log_3 \frac{1}{3}} - \log_3 1;$

$2^{\log_2 7} - 10^{\log 5}.$

$$k = \log_a a^k$$

$$k = a^{\log_a k}$$

Semplifica, senza utilizzare la calcolatrice.

28 $8^{\log_8 7} = \dots\dots\dots$ $e^{\ln 12} = \dots\dots\dots$ $\ln e^{12x} = \dots\dots\dots$

$\ln 5 = 5$

29 $10^{\log \sqrt{x}} = \dots\dots\dots$ $\ln e^{13x} = \dots\dots\dots$

30 $6^{2\log_6 3} = (6^{\log_6 3})^2 = \dots\dots$ $\ln \frac{1}{e^5} = \ln e^{\dots\dots} = \dots\dots$

$k = \log_a a^k$

$k = a^{\log_a k}$

Semplifica, senza utilizzare la calcolatrice.

$$\mathbf{31} \quad 7^{3\log_7 2} = \dots \quad \ln(e^{2x} \cdot e^{3x}) = \ln e^{\dots} = \dots$$

$$\mathbf{32} \quad 7 = \log_3 3^{\dots} \quad 5 = e^{\ln \dots} \quad 8 = 7^{\dots}$$

$$\mathbf{33} \quad 3 = \log_{10} \dots \quad 8 = 10^{\log \dots 8} \quad 2 = 10^{\dots}$$

$$k = \log_a a^k$$

$$k = a^{\log_a k}$$



37 $\log_3 (\log_5 5)$

38 $\log_5 (\log_2 32)$

39 $\ln (\log 10)$

40 $\log_2 (\log_3 81)$

[0]

[1]

[0]

[2]

$$k = \log_a a^k$$

$$k = a^{\log_a k}$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^n = n$$

M Esercizi

Calcola il valore delle seguenti espressioni, senza utilizzare la calcolatrice.

$$\mathbf{41} \quad \log_4 (\log_3 81) \quad [1]$$

$$\mathbf{42} \quad \log_2 (\log_5 \sqrt{5}) \quad [-1]$$

$$\mathbf{43} \quad \frac{\log_2 16 - \log_{\sqrt{3}} 1}{\log_{2\sqrt{3}} 12 - \log 0,01} \quad [1]$$

$$k = \log_a a^k$$

$$k = a^{\log_a k}$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a^n = n$$

Teoremi sui logaritmi

Teoremi sui logaritmi

$$1) \operatorname{Log}_a b + \operatorname{Log}_a c = \operatorname{Log}_a(bc) \quad \forall b \in R^+, \quad \forall c \in R^+$$

$$2) \operatorname{Log}_a b - \operatorname{Log}_a c = \operatorname{Log}_a\left(\frac{b}{c}\right) \quad \forall b \in R^+, \quad \forall c \in R^+$$

$$3) \operatorname{Log}_a(b^c) = c \cdot \operatorname{Log}_a b \quad \forall b \in R^+, \quad \forall c \in R$$

M Proprietà dei logaritmi

$$1) \log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$$

122 $\log_2 3 + \log_2 6$

M Proprietà dei logaritmi

$$2) \operatorname{Log}_a b - \operatorname{Log}_a c = \operatorname{Log}_a \left(\frac{b}{c} \right)$$

123 $\log_2 10 - \log_2 5$

M Proprietà dei logaritmi

$$3) \operatorname{Log}_a(b^c) = c \cdot \operatorname{Log}_a b$$

124 $2 \log 2 + \log 3$

125 $2 \log_3 6 - \log_3 4$

65

VERO O FALSO?

a. $\log 5 - \log 4 = \log 1$

☐ V ☐ F

b. $\log \frac{4}{3} = \frac{\log 4}{\log 3}$

☐ V ☐ F

c. $\log_2 \sqrt{6} = \frac{1}{2} \log_2 6$

☐ V ☐ F

d. $\log_2(2 \cdot 7) = 1 + \log_2 7$

☐ V ☐ F

e. $(\log_3 8)^2 = 2 \log_3 8$

☐ V ☐ F

66

VERO O FALSO?

- a. $2\log_3 5 = \log_3 10$
- b. $\log_4 9 = 2\log_4 3$
- c. $\frac{1}{2}\log_2 36 = \log_2 \frac{1}{2} \cdot 36$
- d. $(\log_2 7)^2 = \log_2 49$
- e. $\frac{\log 11}{2} = \log \sqrt{11}$

☐ V ☐ F☐ V ☐ F☐ V ☐ F☐ V ☐ F☐ V ☐ F

M Esercizi

Scrivi sotto forma di un unico logaritmo le seguenti espressioni. Supponi che le variabili assumano valori per cui gli argomenti di tutti i logaritmi sono positivi.

$$\textbf{122} \quad \log_2 3 + \log_2 6 \quad [\log_2 18]$$

$$\textbf{123} \quad \log_2 10 - \log_2 5 \quad [1]$$

$$\textbf{124} \quad 2 \log 2 + \log 3 \quad [\log 12]$$

$$\textbf{125} \quad 2 \log_3 6 - \log_3 4 \quad [2]$$

$$\textbf{126} \quad \log 400 - 2 \log 2 \quad [2]$$

$$\textbf{127} \quad \log 500 + \frac{1}{2} \log 4 \quad [3]$$

$$\textbf{128} \quad \frac{1}{3} \log 8 + \log \frac{1}{200} \quad [-2]$$

$$\textbf{129} \quad \ln(4e^5) - \ln(e^2) - 2 \ln 2 \quad [3]$$

$$\textbf{130} \quad \log 400 - 2 \log 5 - \frac{1}{2} \log 4 \quad [\log 8]$$

$$\textbf{131} \quad \log_3 600 - 2 \log_3 2 - \frac{1}{2} \log_3 25 + \log_3 \frac{3}{10} \quad [2]$$

$$\textbf{132} \quad 2 \log 4 - \log 2 + \log 8 - \log 16 \quad [\log 4]$$

$$\textbf{133} \quad \frac{3}{2} \log 3 - \log 9 \quad \left[\log \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$\textbf{134} \quad \log 5 - \log \sqrt{5} + \frac{1}{4} \log 25 - \frac{3}{2} \log \sqrt[3]{5} \quad [\log \sqrt{5}]$$

$$\textbf{135} \quad 1 + \log \sqrt{10} - \frac{1}{3} \log 10 - \log \sqrt[6]{10} \quad [\log 10]$$

$$\textbf{136} \quad 7 \ln x - \ln y \quad \left[\ln \frac{x^7}{y} \right]$$

$$\textbf{137} \quad 8 \ln(x+5) - 4 \ln x \quad \left[\ln \frac{(x+5)^8}{x^4} \right]$$

$$\textbf{138} \quad \frac{1}{2} (\log x + \log y) - 2 \log(x-y) \quad \left[\log \frac{\sqrt{xy}}{(x-y)^2} \right]$$

$$\textbf{139} \quad \log(x-y) + \log(x+y) - \log(x^2 - 2xy + y^2) \quad \left[\log \frac{x+y}{x-y} \right]$$



Applica le proprietà dei logaritmi per scrivere le seguenti espressioni sotto forma di un unico logaritmo, supponendo positivi tutti gli argomenti dei logaritmi.

82

$\log 3 + \log 7 - \log 6$

$\left[\log \frac{7}{2} \right]$

83

$\log_2 50 - \log_2 300 + \log_2 3$

$[-1]$

84

$\frac{1}{2} \log 81 - \log \frac{9}{7} + \log \frac{10}{7}$

$[1]$

85

$\frac{1}{3} \log 27 + \log 3 - \log 9$

$[0]$

86

$\frac{1}{4} \log 81 + 2 \log \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log \frac{1}{9} + \log 2$

$[\log 2]$

87

$\log_3 \frac{9}{7} - \log_3 \frac{27}{7} + \log_3 \sqrt{3}$

$\left[-\frac{1}{2} \right]$

Applica le proprietà dei logaritmi per scrivere le seguenti espressioni sotto forma di un unico logaritmo, supponendo positivi tutti gli argomenti dei logaritmi.

$$\text{88} \quad \frac{1}{3}[\log_3 35 - (\log_3 7 - 2\log_3 5)] \quad [\log_3 5]$$

$$\text{89} \quad 2\ln 3 + \ln(2e^3) - \ln(18e^4) \quad [-1]$$

$$\text{90} \quad \log_3 a + \log_3 b - \log_3 5 + \log_3 \frac{1}{b} \quad \left[\log_3 \frac{a}{5}\right]$$

$$\text{91} \quad \log_5 h - 2\log_5 b + \frac{1}{2}\log_5 6 \quad \left[\log_5 \frac{h\sqrt{6}}{b^2}\right]$$

$$\text{92} \quad \frac{\log(20a) + \log(5b)}{2} \quad [\log_{10} \sqrt{ab}]$$

$$\text{93} \quad 5\ln(x+2) - 2\ln x + \ln(2x) \quad \left[\ln \frac{2(x+2)^5}{x}\right]$$

142 ESERCIZIO GUIDATO

Supposto $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$, scrivi $\log(xy^4z^3)$ sotto forma di somme algebriche di logaritmi di x , y e z .

$$\begin{aligned}\log(xy^4z^3) &= \log x + \log y^4 + \dots = \\ &= \log x + \dots \log y + \dots \log z\end{aligned}$$

Ricorda che $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$

Ricorda che $\log_a(b^c) = c \cdot \log_a b$

Supposto $x > 0, y > 0, z > 0$, scrivi sotto forma di somme algebriche di logaritmi di x, y o z i seguenti logaritmi.

143 $\log(xy^2)$ $[\log x + 2 \log y]$

144 $\log \frac{x^3}{y}$ $[3 \log x - \log y]$

145 $\log(2x^2y)$ $[\log 2 + 2 \log x + \log y]$

146 $\log(y\sqrt[3]{z})$ $[\log y + \frac{1}{3} \log z]$

147 $\log \frac{x}{\sqrt{y}}$ $[\log x - \frac{1}{2} \log y]$

148 $\log \sqrt{\frac{xy}{z}}$ $[\frac{1}{2} (\log x + \log y - \log z)]$

149 $\log \frac{\sqrt[3]{xy}}{\sqrt{z^3}}$ $[\frac{1}{3} \log x + \frac{1}{3} \log y - \frac{3}{2} \log z]$

150 $\log \frac{\sqrt{x}}{y\sqrt[3]{z}}$ $[\frac{1}{2} \log x - \log y - \frac{1}{3} \log z]$

151 $\log \frac{1}{xy\sqrt{z}}$ $[-\log x - \log y - \frac{1}{2} \log z]$

152 $\log \frac{x}{\sqrt{y} \cdot \sqrt[3]{z}}$ $[\log x - \frac{1}{2} \log y - \frac{1}{3} \log z]$



Calcola il valore della base a usando la definizione di logaritmo.

Cambiamenti di base

Cambiamenti di base

Siano

- a, b, c tre numeri positivi
- con $a \neq 1$ e $c \neq 1$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Siano} \\ \bullet \ a, b, c \text{ tre numeri positivi} \\ \bullet \ \text{con } a \neq 1 \text{ e } c \neq 1 \end{array} \right\} \longrightarrow \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Dimostrazione

Partiamo con l'identità $a^{\log_a b} = b$ Applichiamo un logaritmo ad entrambi i membri:

$$\log_c a^{\log_a b} = \log_c b$$

Applichiamo al PRIMO Membro la proprietà del logaritmo di una potenza

$$2) \log_a(b^c) = c \cdot \log_a b$$

$$\log_a b \cdot \log_c a = \log_c b$$

Divido entrambi i membri per $\log_c a$

$$\frac{\log_a b \cdot \log_c a}{\log_c a} = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Corollari legati al cambiamento di base:

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = \frac{\log_a b}{\log_a \frac{1}{a}} = \frac{\log_a b}{-1} = -\log_a b$$

Esempio – semplificazione di una espressione contenente logaritmi

$$\log_3(9\sqrt{7}) - \log_9 7 =$$

$$= \log_3(9\sqrt{7}) - \frac{\log_3 7}{\log_3 9} =$$

Cambiamento di base

$$= \log_3(9\sqrt{7}) - \frac{\log_3 7}{2} =$$

Risolvo il logaritmo

$$= \log_3(9\sqrt{7}) - \log_3 \sqrt{7} =$$

$$= \log_3 \frac{9\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \log_3 9 = 2$$

Applico la proprietà dei logaritmi
(il logaritmo di un quoziente è uguale
alla differenza dei logaritmi)

160 ESERCIZIO SVOLTO

Utilizzando anche la proprietà del cambiamento di base, semplifichiamo l'espressione:

$$\frac{1}{\log_5 3} - \log_3 5$$

PSPDFKit

$$\frac{1}{\log_5 3} - \log_3 5 = \frac{1}{\log_5 3} - \frac{\log_5 5}{\log_5 3} =$$

Trasformando $\log_3 5$ in base 5

$$= \frac{1}{\log_5 3} - \frac{1}{\log_5 3} =$$

Osservando che $\log_5 5 = 1$

$$= 0$$

M Esercizi

Utilizzando anche la proprietà del cambiamento di base, semplifica le seguenti espressioni.

161 $\log_2 5 \cdot \log_5 8$

[3]

162 $\log_7 100 \cdot \log 49$

[4]

163 $\log_3 18 - \log_9 4$

[2]

164 $\log_5 27 \cdot \log_3 5$

[3]

165 $\log_5 \frac{1}{15} + \log_{25} 9$

[-1]

166 $\log_2 (2\sqrt{3}) - \log_4 3$

[1]

167 $\log_5 (5\sqrt{7}) - \log_{25} 7$

[1]

168 $\ln 10 - \log e \cdot \ln 100 - \frac{1}{\log e}$

[-2]

169 $\log_3 5 \cdot \log_{25} 9$

[1]

170 $\log_3 \sqrt[3]{3} - \log_9 (3\sqrt[3]{3})$

$\left[-\frac{1}{3}\right]$

171 $\frac{1}{\log_2 3 - 1} + \frac{1}{\log_4 \frac{4}{9}}$

[0]

172 $(\log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_4 3 + \log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_{16} 9) \cdot \ln 2$

$[-\ln 3]$

173 $\frac{\log_{\frac{1}{2}} 3 + \log_2 9}{\log_4 9}$

[1]

174 $\frac{\log_5 3 + \log_{25} 9}{\log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{9}}$

[1]

175 $\sqrt{4^{\frac{1}{\log_5 2}} : 5^{2 \log_5 4}}$

$\left[\frac{5}{4}\right]$

176 $25^{\log_{\frac{1}{5}} 3 + \frac{1}{\log_3 5}}$

[1]

177 $2^{\frac{1}{\log_{25} 4}} + 9^{\frac{1}{\log_4 3}}$

[21]

178 $25^{\frac{1}{\log_3 5}} + 1000^{\frac{1}{\log_2 10}}$

[17]

PSPDFKit

