Mathematiké tèkne

Analisi matematica

Limiti

Studio dei 4 casi

Prof. Domenico Lo Iacono

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Finito

Esercizi

Verifica limite

Esercizi

Limiti Dx e SX.

Esercizi

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Asintoti Verticali

Esercizi

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

Asintoti Orizzontali

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Indice

Come indichiamo il Limite ?

$y = f(x)$ **Funzione**

x **Variabile indipendente**

Funzione a cui applichiamo il limite $\boldsymbol{y = f(x)}$

$\lim$ **= Limite**

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

$\boldsymbol{l}$

finito o infinito

x **tendente a** c

$\boldsymbol{c}$

finito o infinito

Si legge: Limite per x tendente a c di $f(x)$ uguale ad l

Introduzione al concetto numerico di limite

Mathematiké tèkne

Limite finito

quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l \quad \textit{Finito}$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

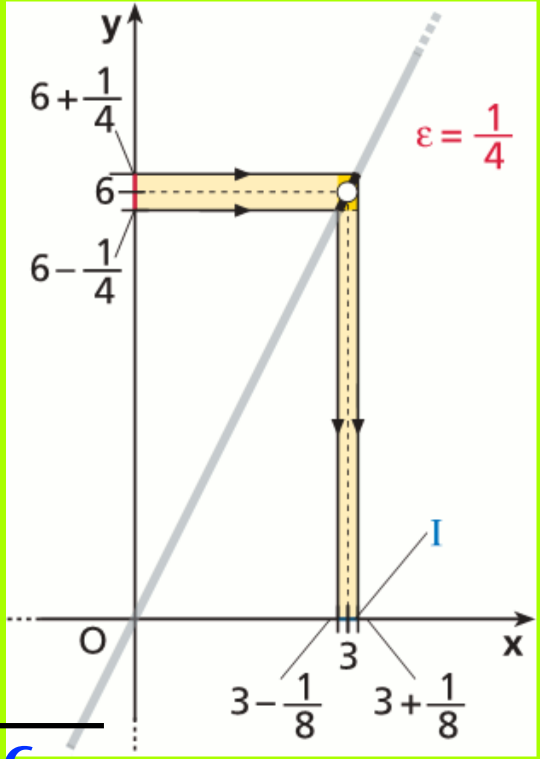
$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 2

Consideriamo la funzione: $y = f(x) = \dfrac{2x^2 - 6x}{x - 3}$

Dominio: $\forall x \in R - \{3\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 3**?



Mettiamici in intorno del punto 3, ossia;

$3-\epsilon$ $\quad$ 3 $\quad$ $3+\epsilon$

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/0inj0lqhu3?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Limite finito quando x tende a un valore finito
Analisi numerica

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

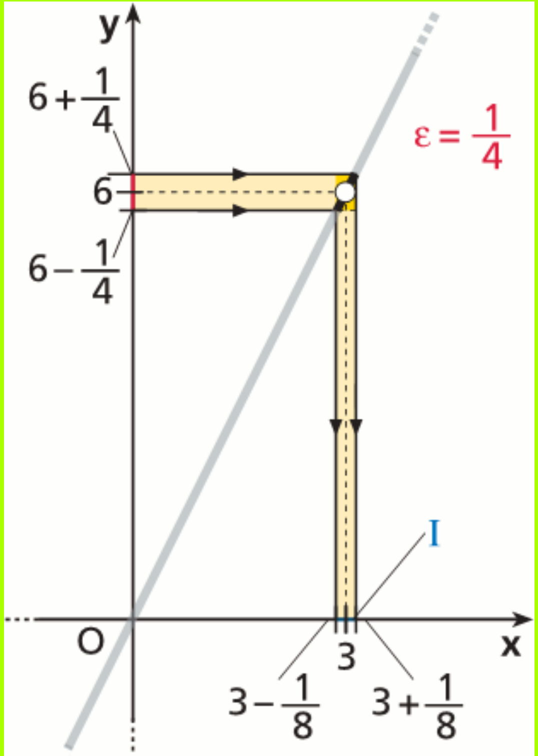
$x=3$ non fa parte del dominio, quindi questo limite nel punto 3 non esiste

ESEMPIO 2

Ricordiamo che siamo in intorno del punto 3;

$3-\epsilon$ $\quad$ 3 $\quad$ $3+\epsilon$

VEDIAMO COSA SUCCEDE IN QUESTO INTORNO



$$\lim_{x\to 3}\frac{2x^2-6x}{x-3} = \lim_{x\to 3}\frac{2x(x-3)}{x-3} = 6$$

Mathematiké
tèkne

$\lim_{x \to c} f(x) = l$

Limite finito quando x tende a un valore finito
Analisi numerica

$3-\epsilon$ | 3 | $3+\epsilon$

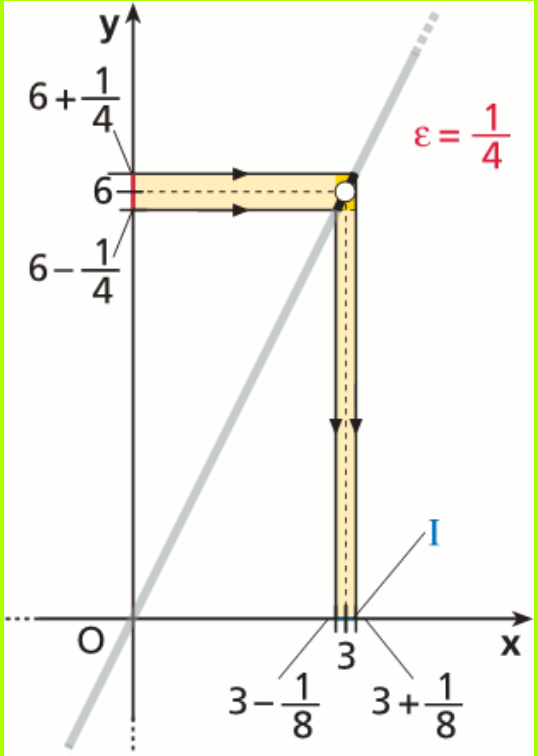
(siamo sempre in intorno del punto 3)

ESEMPIO 2

x	f(x)
2,9	5,8
2,99	5,98
2,999	5,998
2,9999	5,9998

$\rightarrow$ **6**

$$f(x) = \frac{2x^2-6x}{x-3}$$



(intorno del punto 3)

$$f(2{,}9) = \frac{2x^2-6x}{x-3} = \frac{2(2{,}9)^2-6(2{,}9)}{2{,}9-3} = \frac{16{,}82-17{,}4}{-0{,}1} = \frac{-0{,}58}{-0{,}1} = 5{,}8$$

$$f(2{,}99) = \frac{2(2{,}99)^2-6(2{,}99)}{2{,}99-3} = \frac{17{,}8802-17{,}94}{-0{,}01} = \frac{-0{,}0598}{-0{,}01} = 5{,}98$$

$$f(2{,}999) = \frac{2(2{,}999)^2-6(2{,}999)}{2{,}999-3} = \frac{17{,}988002-17{,}994}{-0{,}01} = \frac{-0{,}005998}{-0{,}001} = 5{,}998$$

Limite finito quando x tende a un valore finito
Analisi numerica

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 2

$3 - \epsilon$

x	f(x)
2,9	5,8
2,99	5,98
2,999	5,998
2,9999	5,9998

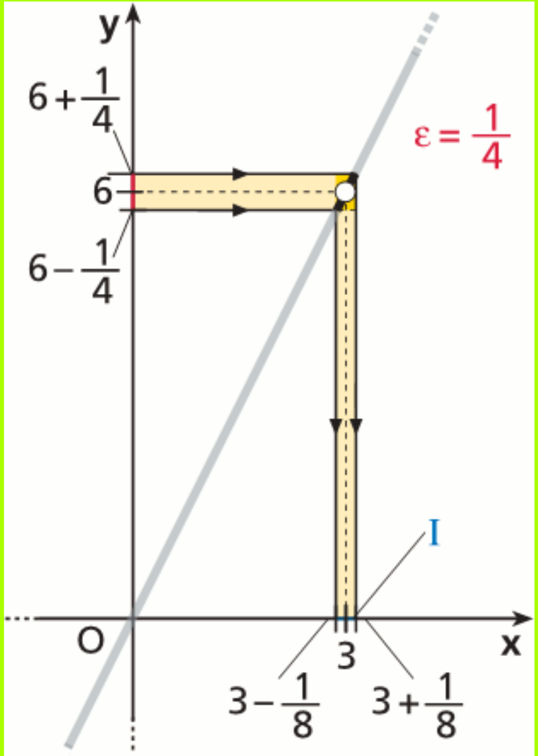
3

$3 + \epsilon$

X	f(x)
3,1	6,2
3,01	6,02
3,001	6,002
3,0001	6,0002

6

$$f(x) = \frac{2x^2 - 6x}{x - 3}$$



$$f(3{,}1) = \frac{2(3{,}1)^2 - 6(3{,}1)}{3{,}1 - 3} = \frac{19{,}22 - 18{,}6}{0{,}1} = \frac{0{,}62}{0{,}1} = 6{,}2$$

$$f(3{,}01) = \frac{2(3{,}01)^2 - 6(3{,}01)}{3{,}01 - 3} = \frac{18{,}1202 - 18{,}06}{0{,}01} = \frac{0{,}0602}{0{,}01} = 6{,}02$$

$$f(3{,}001) = \frac{2(3{,}001)^2 - 6(3{,}001)}{3{,}001 - 3} = \frac{18{,}012002 - 18{,}006}{0{,}01} = \frac{0{,}006002}{0{,}001} = 6{,}002$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Interpretazione Grafica

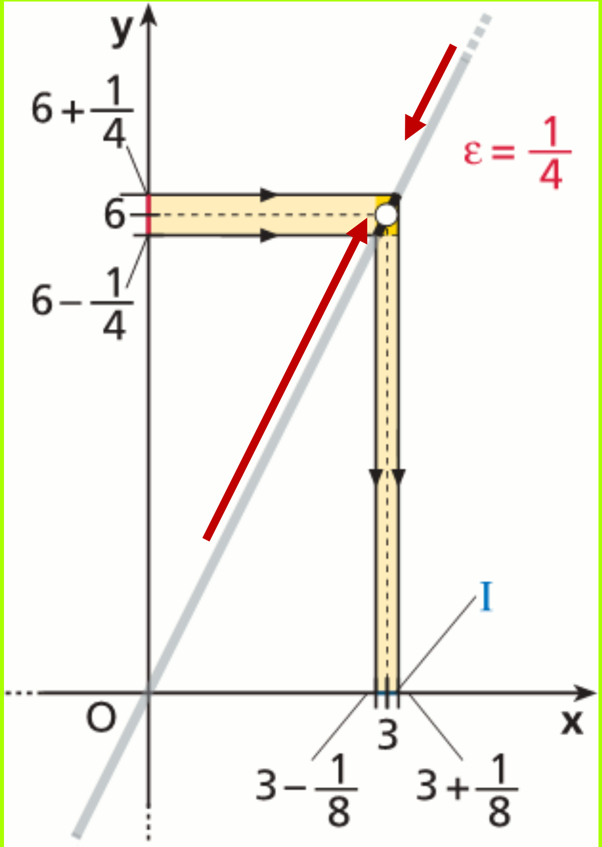
ESEMPIO 2

$x=3$ **non fa parte del dominio, quindi**

questo limite nel punto 3 non esiste

Ma esiste in un intorno del punto 3, ossia;

f(x) si avvicina a 6



quando x Si avvicina a 3

$$\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2x^2 - 6x}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{2x(x-3)}{x-3} = 6$$

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/ijlaizypq2?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Preview

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x\to c} f(x) = l$$

Provare a calcolare i seguenti limiti:

ESEMPIO 3

$$\lim_{x\to -1} \frac{x+1}{x^3}$$

ESEMPIO 4a

$$\lim_{x\to -1} 2^{x+1} - x^3$$

ESEMPIO 4b

$$\lim_{x\to 0}\left(2^{x+1} - x^3\right)$$

ESEMPIO 5

$$\lim_{x\to 0} \frac{x+1}{x^3+1}$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

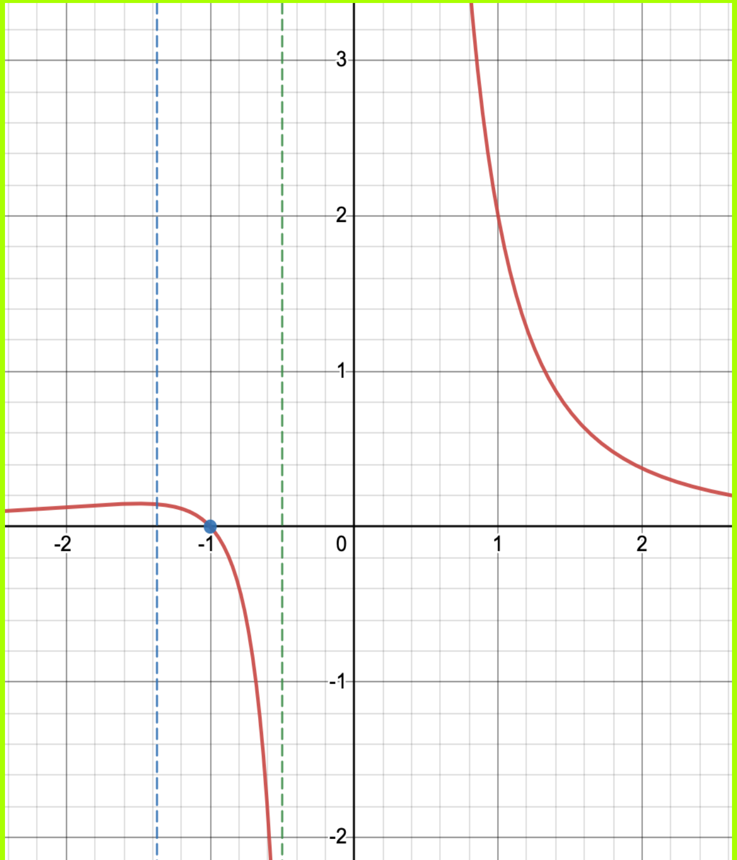
Consideriamo la funzione:

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3}.$$

Dominio: $\forall x \in R - \{0\}$

ESEMPIO 3

Da notare che la funzione si avvicina all'asse x=0 sia da destra che da sinistra ma non lo tocca mai perché non definita in tale punto.



Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x*** **si avvicina a -1** ?

$$\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} \frac{x+1}{x^3} = \frac{-1+1}{(-1)^3} = 0$$

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

Analisi numerica

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3}$$

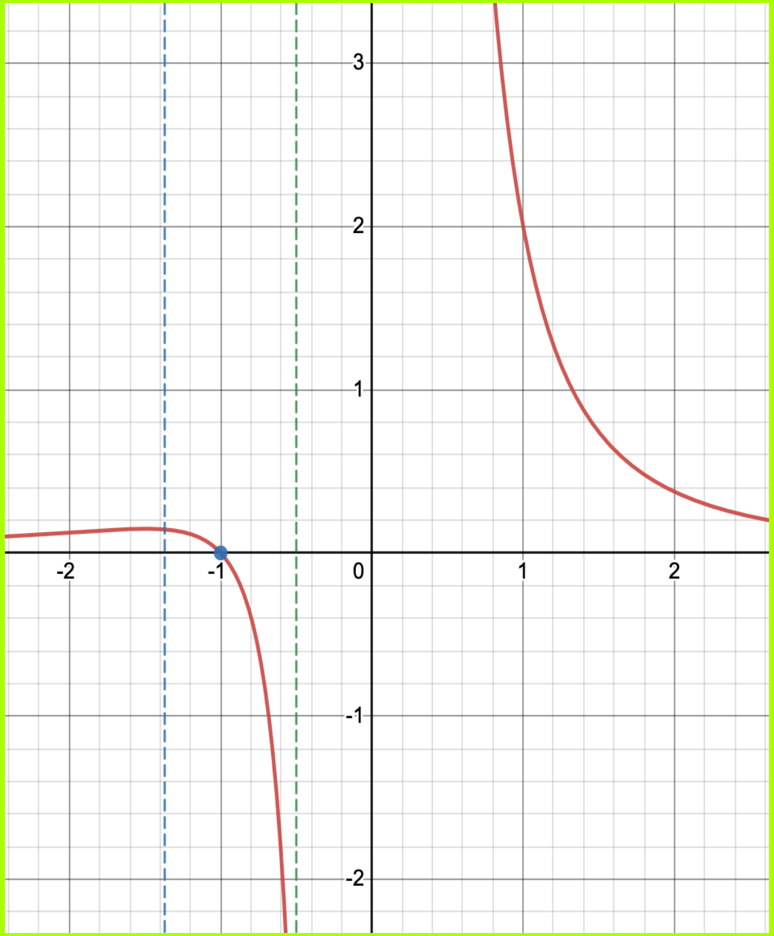
ESEMPIO 3

$-1-\epsilon$ | -1 | $-1+\epsilon$

x	f(x)
-1,1	0,075
-1,01	0,0097
-1,001	0,00099
-1,0001	0,00010

x	f(x)
-0,9	-0,1371
-0,99	-0,010
-0,999	-0,0010
-0,9999	-0,000100

$\longrightarrow$ **0** $\longleftarrow$



$$f(-1{,}1) = \frac{-1{,}1+1}{(-1{,}1)^3} = \frac{-0{,}1}{-1{,}331} = 0{,}075$$

$$f(-1{,}01) = \frac{-1{,}01+1}{(-1{,}01)^3} = \frac{-0{,}01}{-1{,}030301} = 0{,}0097$$

$$f(-1{,}001) = \frac{-1{,}001+1}{(-1{,}001)^3} = \frac{-0{,}001}{-1{,}003003001} = 0{,}00099$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

Interpretazione Grafica

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 3

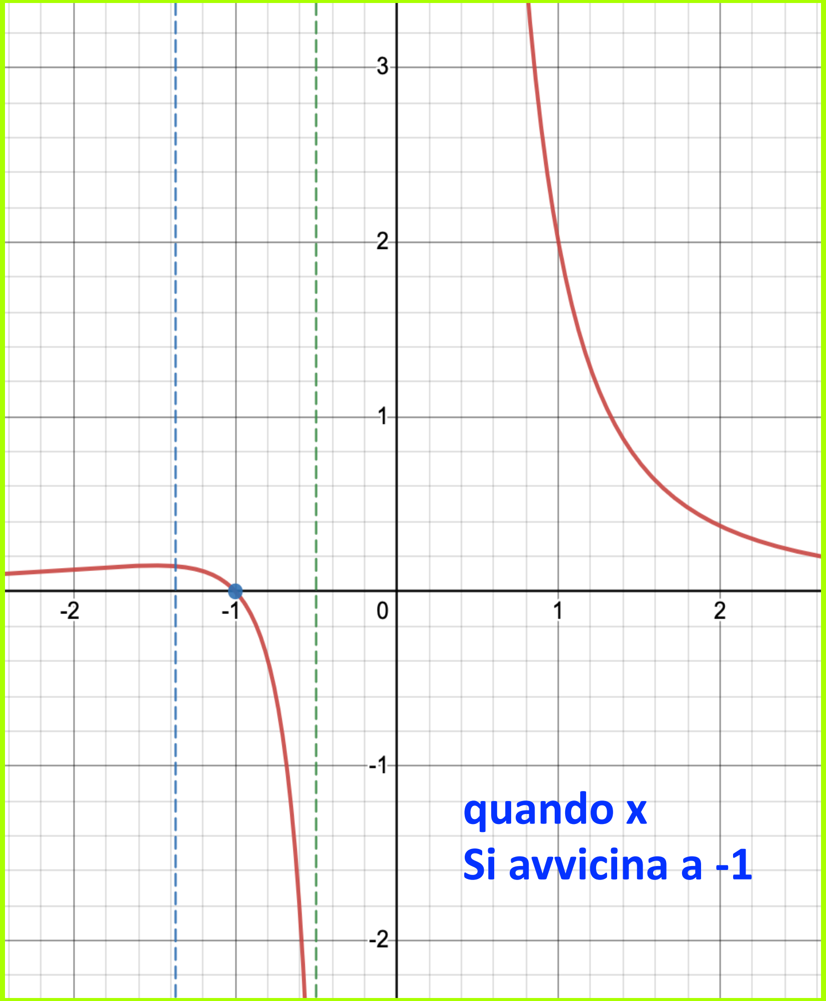
$$\lim_{x \to -1} \frac{x+1}{x^3}$$

Mettiamoci in un intorno del punto -1, ossia;

$-1-\epsilon$ -1 $-1+\epsilon$

$$\lim_{x \to -1} \frac{x+1}{x^3} = \frac{-1+1}{(-1)^3} = \frac{0}{-1} = 0$$

f(x) si
avvicina
a 0



quando x
Si avvicina a -1

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/ec0ymmxxwv?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

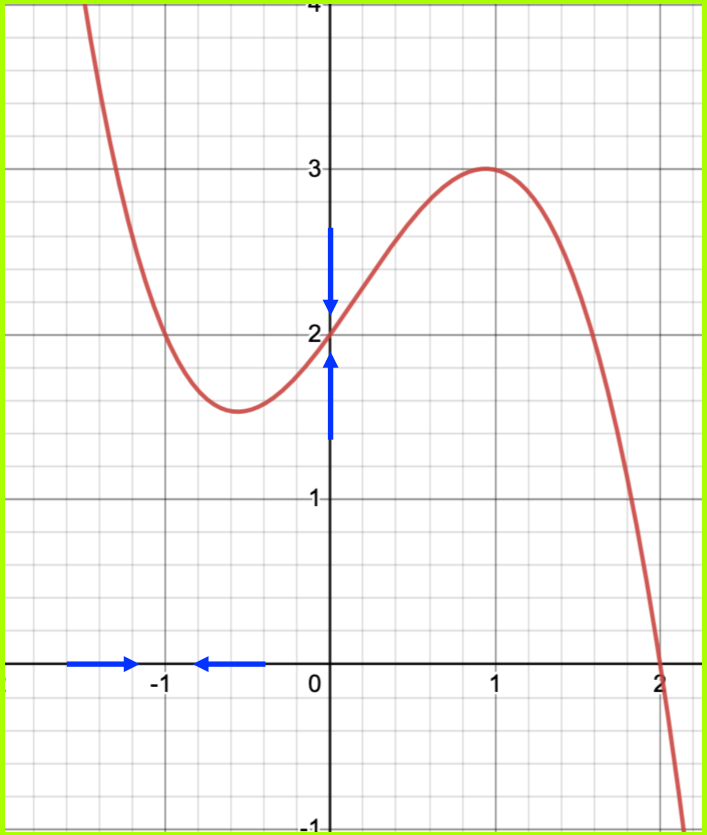
Limite finito quando x tende a un valore finito

$\lim_{x \to c} f(x) = l$

ESEMPIO 4a

Consideriamo la funzione: $f(x) = 2^{x+1} - x^3$.

Dominio: $\forall x \in R$



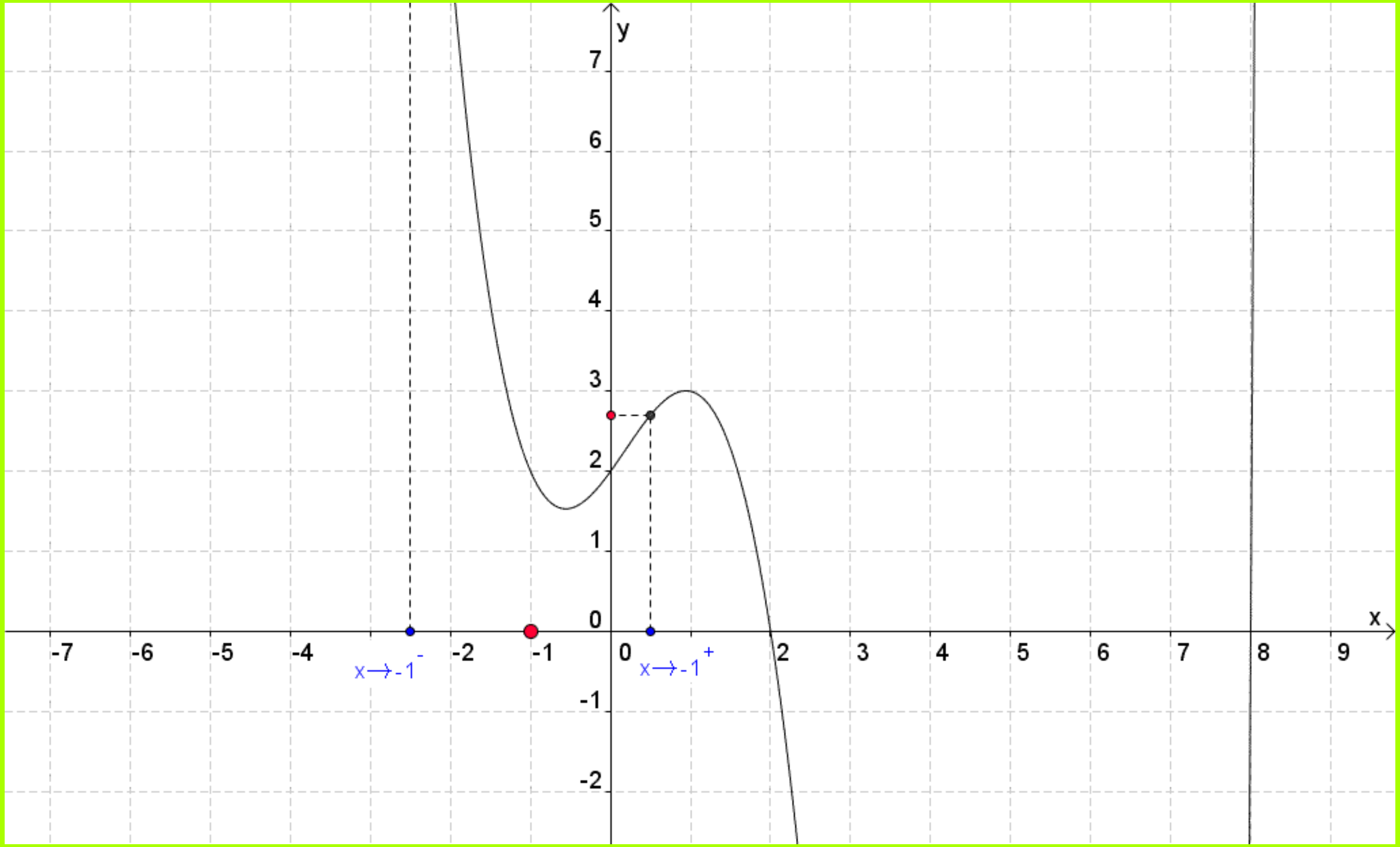
Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a -1**?

$$\lim_{x \to -1} f(x) = \lim_{x \to -1} 2^{x+1} - x^3 = 2^{-1+1} - (-1)^3 = 2$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Guardiamo cosa accade graficamente considerando il precedente esempio:



ESEMPIO 4a

Nota:
$x \to -1^+$

Analogamente,
$x \to -1^-$

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/qm4pqpsuze?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 4b

Consideriamo la funzione:

$$f(x) = 2^{x+1} - x^3$$

Dominio: $\forall x \in R$

Che cosa succede ai valori di $f(x)$ quando **x si avvicina a 0** ?

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} 2^{x+1} - x^3 = 2^{0+1} - 0^3 = 2^1 - 0^3 = 2$$

Limite finito quando x tende a un valore finito

$\lim_{x \to c} f(x) = l$

ESEMPIO 4b

Analisi numerica

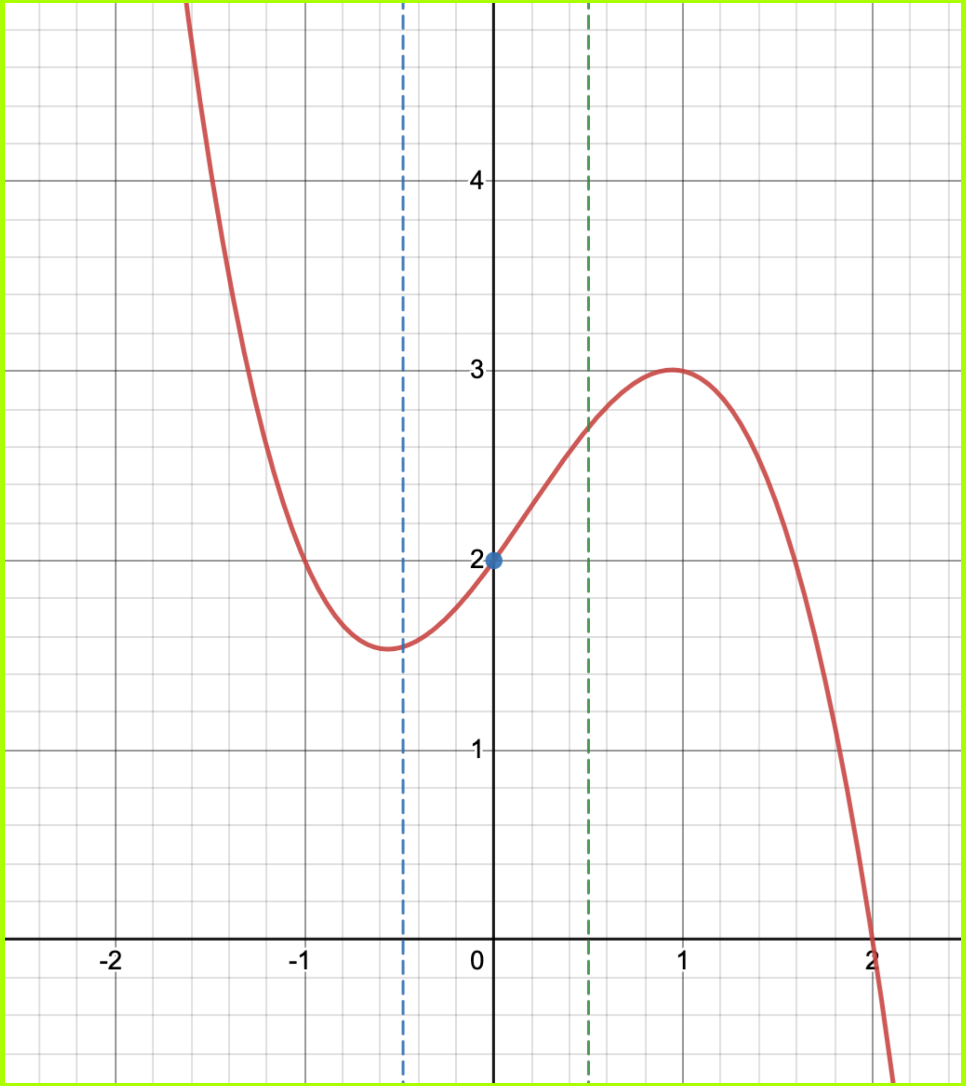
$$f(x) = 2^{x+1} - x^3$$

$0 - \epsilon$ $\quad$ 0 $\quad$ $0 + \epsilon$

x	f(x)
-0,1	1,86
-0,01	1,98
-0,001	1,99
-0,0001	1,999

x	f(x)
0,1	2,14
0,01	2,01
0,001	2,001
0,0001	2,00001

$\rightarrow$ **2** $\leftarrow$



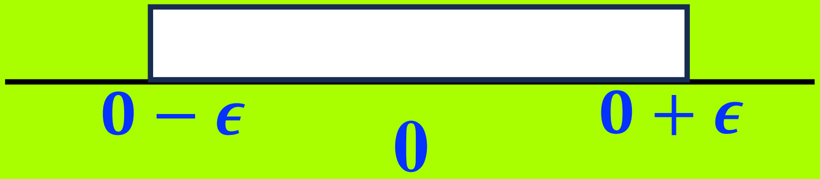
Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Interpretazione Grafica

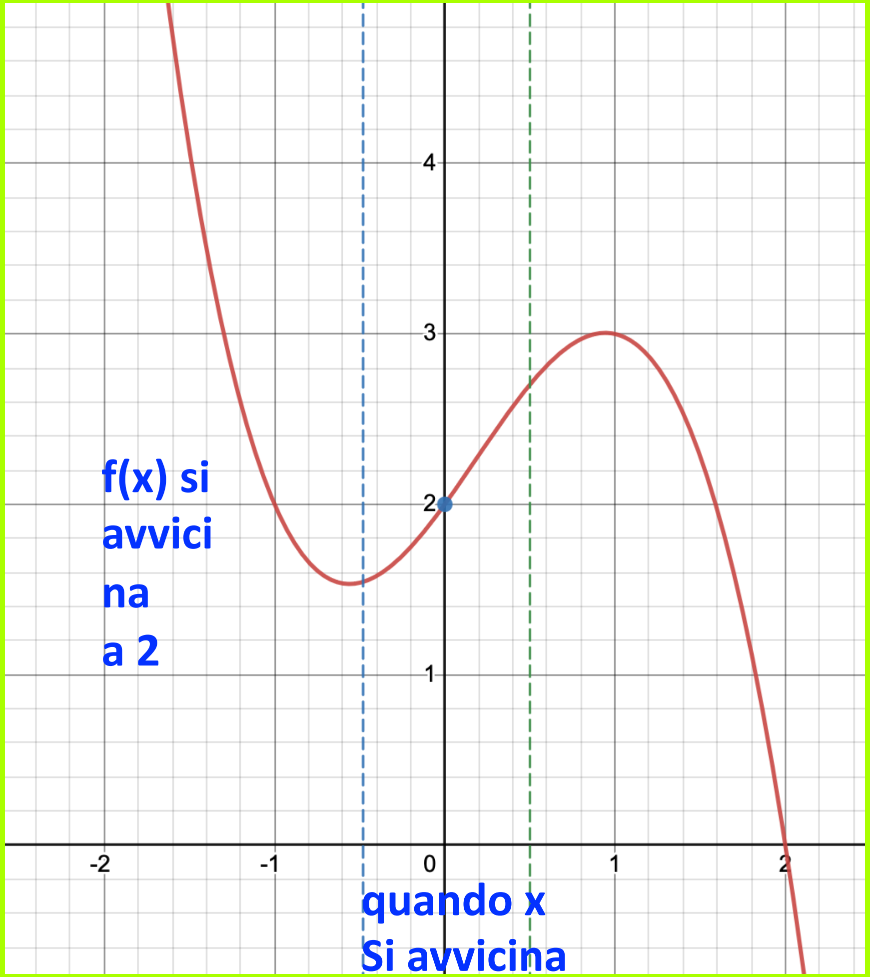
$$\lim_{x \to 0}\left(2^{x+1} - x^3\right)$$

Stiamo sempre in un intorno del punto 0, ossia;



$$\lim_{x \to 0} 2^{x+1} - x^3 = 2^{0+1} - 0^3 = 2^1 - 0^3 = 2$$

ESEMPIO 4b



a 0

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/pupo23igkx?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

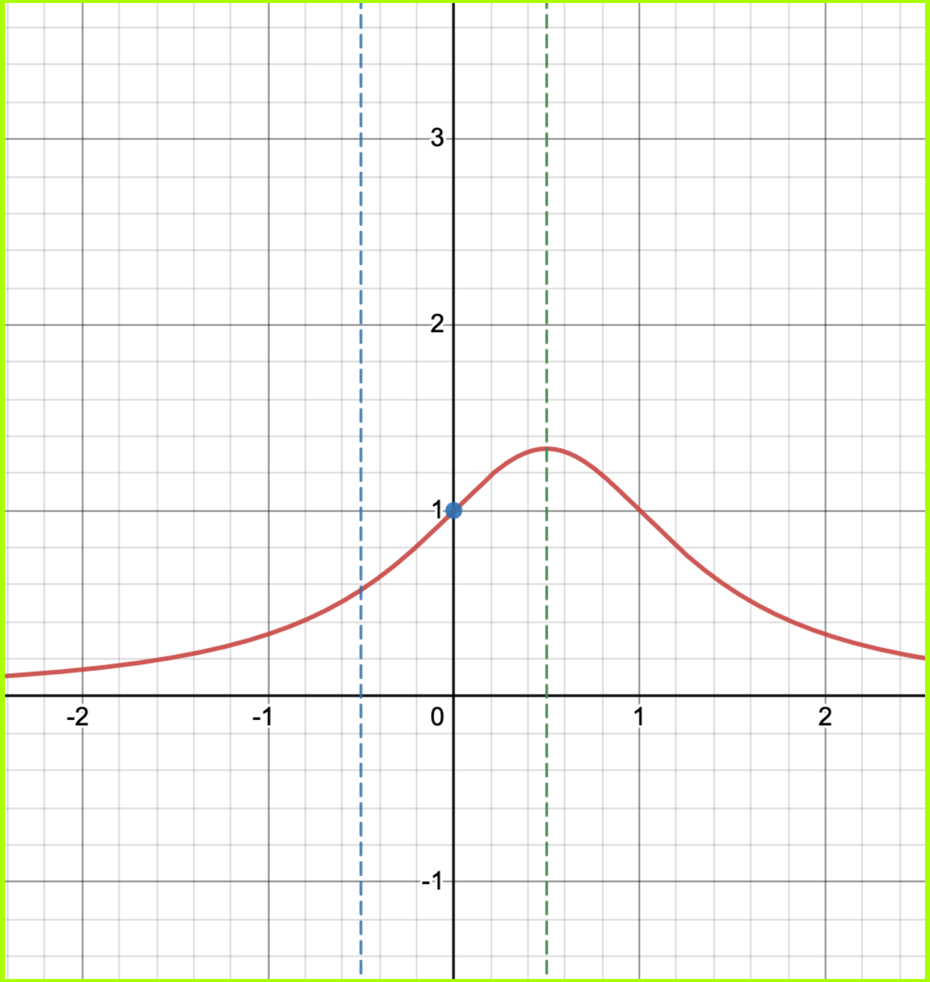
Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x\to c} f(x) = l$$

Consideriamo la funzione: $f(x) = \dfrac{x+1}{x^3+1}$.

ESEMPIO 5

Dominio: $\forall x \in R - \{-1\}$



Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 0** ?

$$\lim_{x\to 0} f(x) = \lim_{x\to 0} \frac{x+1}{x^3+1} = \frac{0+1}{(0)^3+1} = 1$$

Mathematiké ML tèkne

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Analisi numerica

$$f(x) = \frac{x+1}{x^3+1}$$

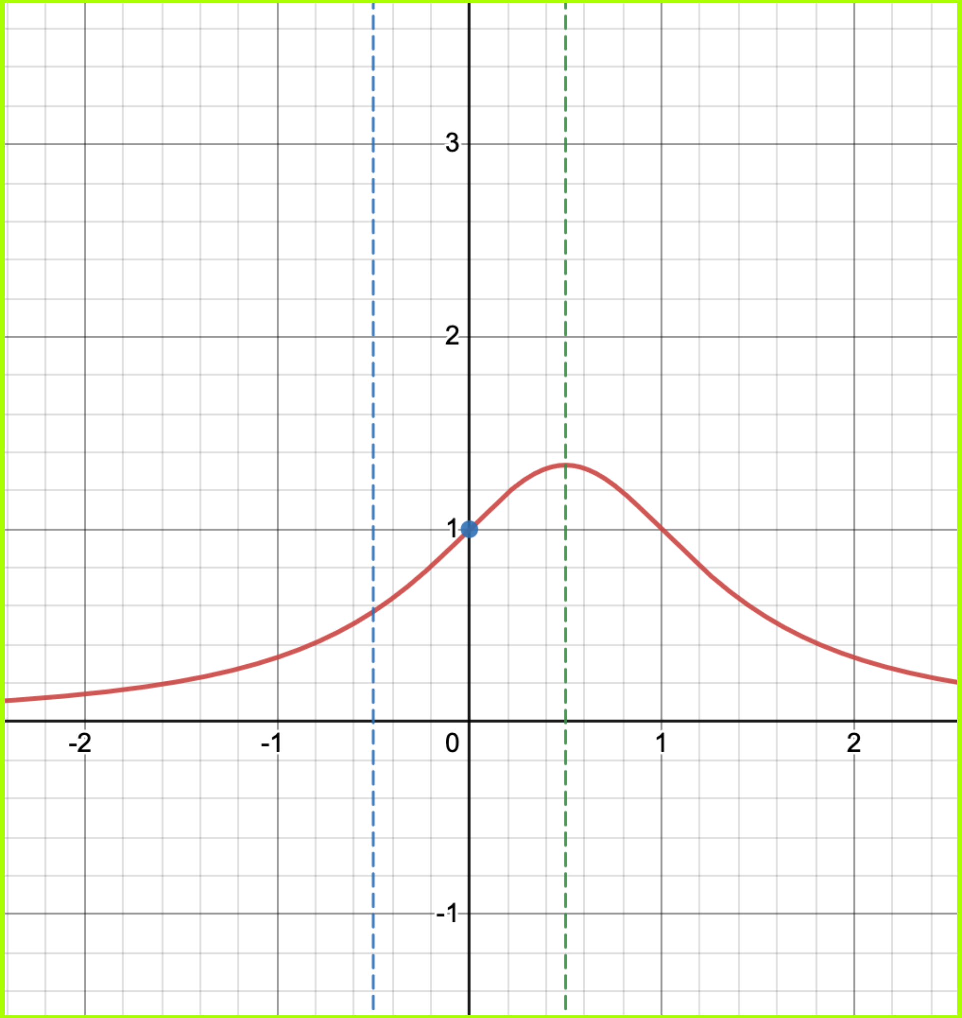
ESEMPIO 5

$0-\epsilon$ | 0 | $0+\epsilon$

x	f(x)
-0,1	0,90
-0,01	0,99
-0,001	0,999
-0,0001	0,9999

x	f(x)
0,1	1,098
0,01	1,099
0,001	1,001
0,0001	1,0001

$\longrightarrow$ 1 $\longleftarrow$



$$\lim_{x \to 0} f(x) = \lim_{x \to 0} \frac{x+1}{x^3+1} = \frac{0+1}{(0)^3+1} = 1$$

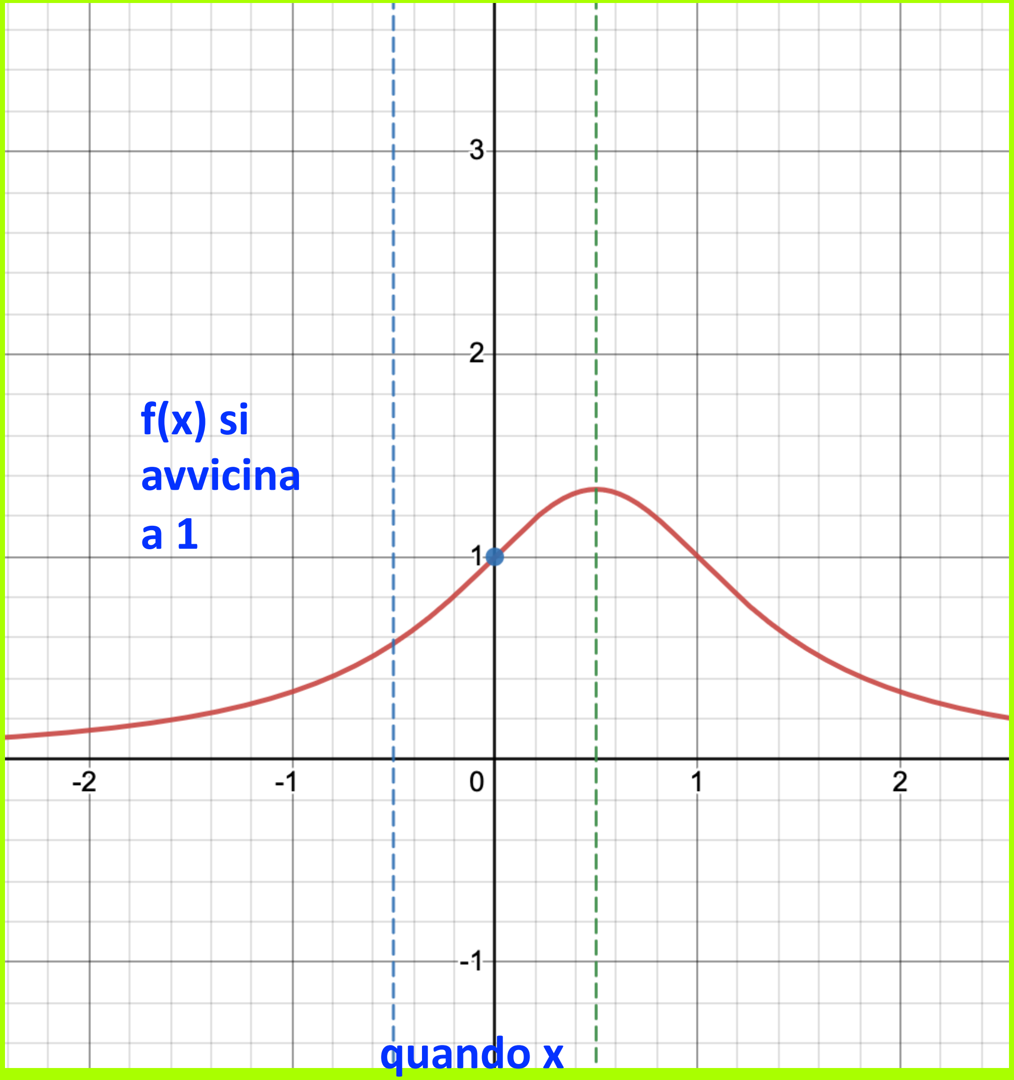
Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

Interpretazione Grafica

ESEMPIO 4

$$\lim_{x \to 0} \frac{x+1}{x^3+1}$$



Ricordiamoci dell’ intorno del punto 0, ossia;

$0-\epsilon$ $\quad 0 \quad$ $0+\epsilon$

Limite finito quando x tende a un valore finito

ESEMPIO 5

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/liz8vrn4oq?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies

Preview

Mathematiké tèkne

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 6

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$$

Dominio: $\forall x \in R - \{3\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 3** ?

Analisi numerica

$3 - \epsilon$ $\quad$ 3 $\quad$ $3 + \epsilon$

x	2,9	2,99	2,999	3	3,001	3,01	3,1
y	5,9	5,99	5,999	Non definita	6,001	6,01	6,1

$\longrightarrow 6 \longleftarrow$

Limite finito quando x tende a un valore finito

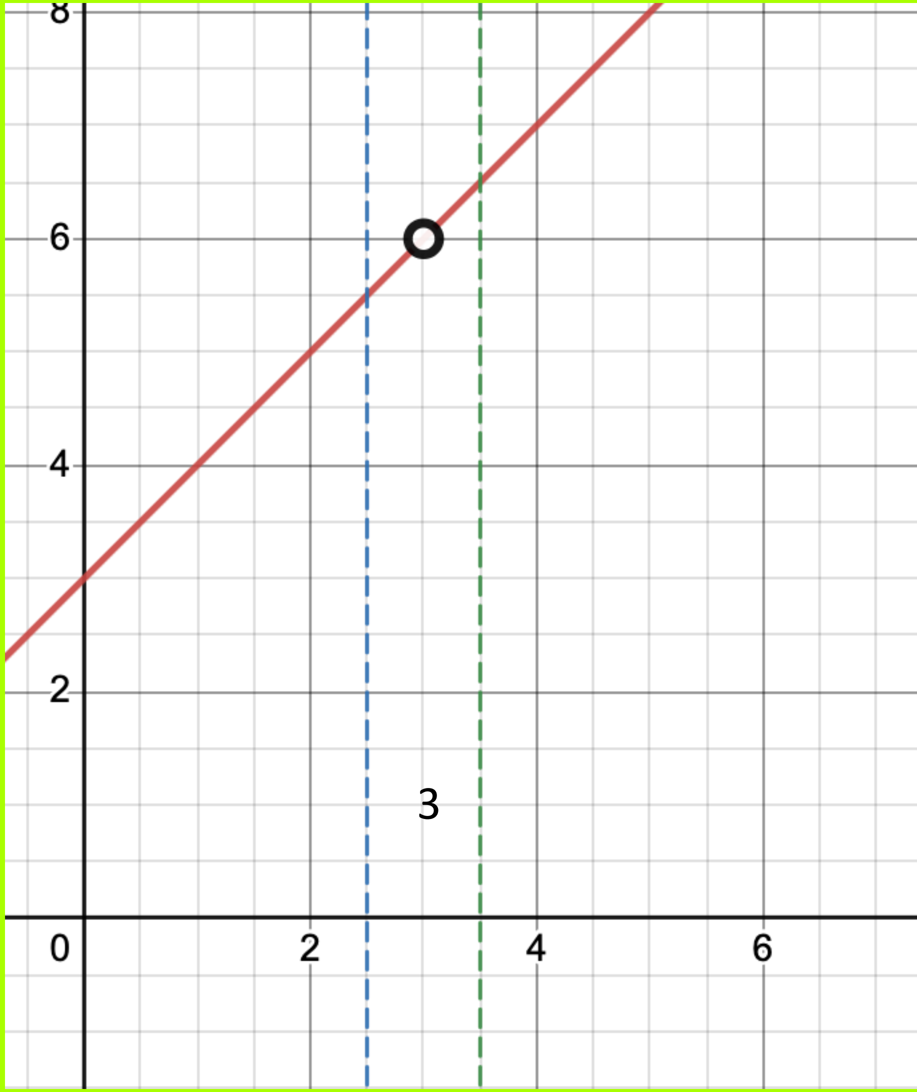
$$\lim_{x \to c} f(x) = l$$

ESEMPIO 6

Interpretazione grafica

$$\lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3} = \lim_{x \to 3} \frac{(x-3)(x+3)}{x-3} = \lim_{x \to 3} x + 3 = 6$$

Per $x \neq 3$



Il grafico della funzione è una retta, privata del suo punto di ascissa 3.

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/86hlwxscv9?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

ESERCIZI

ESERCIZI

1 $\lim_{x \to 2} f(x)$, dove $f(x) = \dfrac{x^3 - 8}{x^2 - 4}$

x	$f(x)$
1,9	.....
1,99	.....
1,999	.....
1,9999	.....

x	$f(x)$
2,1	.....
2,01	.....
2,001	.....
2,0001	.....

2 $\lim_{x \to 0} f(x)$, dove $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{x}$

x	$f(x)$
−0,1	.....
−0,01	.....
−0,001	.....
−0,0001	.....

x	$f(x)$
0,1	.....
0,01	.....
0,001	.....
0,0001	.....

Mathematiké tèkne

ESERCIZI

$$\lim_{x \to 0} f(x) = \qquad f(x) = \frac{1-2x}{x-5}$$

x	$f(x)$
$-0,1$	.....
$-0,01$	.....
$-0,001$	.....
$-0,0001$	.....

x	$f(x)$
$0,1$	.....
$0,01$	.....
$0,001$	.....
$0,0001$	.....

$$\lim_{x \to 2} f(x) = \qquad f(x) = \frac{x^2+5x+6}{x+3}$$

x	$f(x)$
$1,9$	.....
$1,99$	.....
$1,999$	.....
$1,9999$	.....

x	$f(x)$
$2,1$	.....
$2,01$	.....
$2,001$	.....
$2,0001$	.....

6 Considera la funzione $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim_{x \to 1} f(x)$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

8 Considera la funzione $f(x) = 2^{\frac{1}{2-x}}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 2^+} f(x)$.

Definizione particolare
Limite finito quando x tende a un valore finito

Verifica del limite

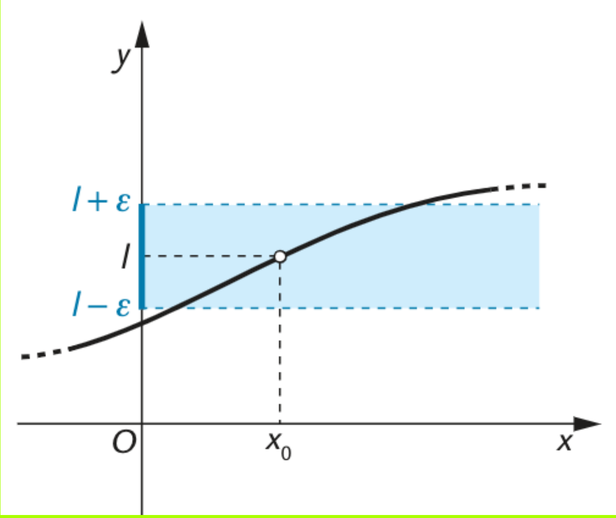
Definizione particolare.

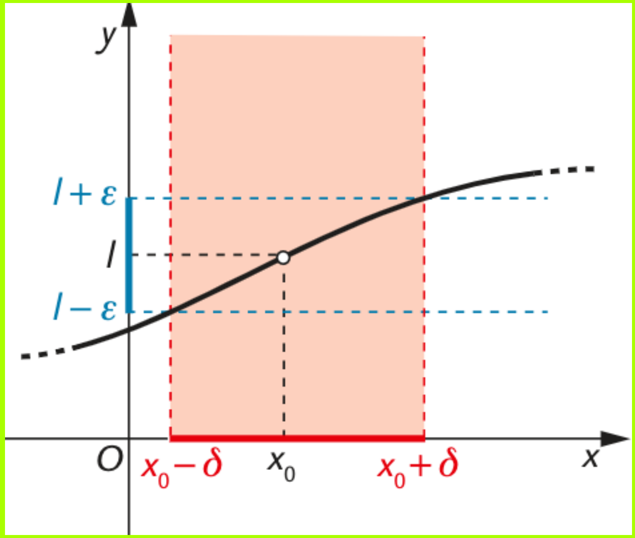
Verifica del limite

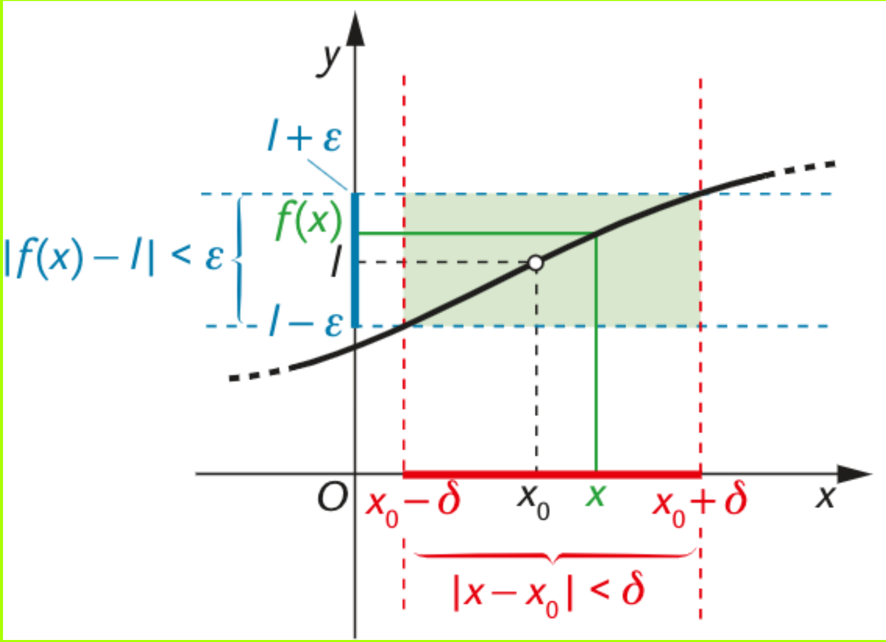
Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = l. \quad \Leftrightarrow$$

$$\forall \varepsilon > 0 \qquad \exists \delta > 0 \; tc: \quad 0 < |x - x_0| < \delta \quad \Longrightarrow. \;\; |f(x) - l| < \varepsilon$$







Esercizio – Verifica limite
Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to 2} 2x - 1 = 3. \quad \Longleftrightarrow$$

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \; tc: \quad 0 < |x-2| < \delta \quad \Longrightarrow \quad |(2x-1) - 3| < \varepsilon$$

Intorno del punto 2

$$|2x - 4| < \varepsilon$$

$$2x - 4 < \varepsilon \qquad 2x < 4 + \varepsilon \qquad x < \frac{4+\varepsilon}{2} \qquad x < 2 + \frac{\varepsilon}{2}$$

$$2x - 4 > -\varepsilon \qquad 2x > 4 - \varepsilon \qquad x > \frac{4-\varepsilon}{2} \qquad x > 2 - \frac{\varepsilon}{2}$$

Intorno del punto 2

Quindi $\quad 2 - \frac{\varepsilon}{2} < x < 2 + \frac{\varepsilon}{2}$

Limite verificato

Esercizio – Verifica limite

Limite finito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1} = 2. \quad \Leftrightarrow$$

Intorno del punto 1

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0 \; tc: \quad 0 < |x-1| < \delta \quad \Longrightarrow \quad \left|\left(\frac{x^2-1}{x-1}\right) - 2\right| < \varepsilon$$

$\left|\frac{x^2-1}{x-1} - 2\right| < \varepsilon$; $\quad \left|\frac{(x-1)(x+1)}{x-1} - 2\right| < \varepsilon$; $\quad |x+1-2| < \varepsilon;$ $\quad |x-1| < \varepsilon;$

$x - 1 < \varepsilon \qquad x < 1 + \varepsilon$

$x - 1 > -\varepsilon \qquad x > 1 - \varepsilon$

Intorno del punto 1

Quindi $\quad 1 - \varepsilon < x < 1 + \varepsilon$

Limite verificato

Esercizio – Verifica limite.
Limite finito quando x tende a un valore finito

Verifica i seguenti limiti per x che tende a x_0 finito. Nelle soluzioni è riportato l'intorno di x_0 che soddisfa la definizione.

45 $\lim_{x\to 0}(2x-1)=-1$ $\left[-\frac{\varepsilon}{2}<x<\frac{\varepsilon}{2}\right]$

46 $\lim_{x\to -1}(3x+1)=-2$ $\left[-1-\frac{\varepsilon}{3}<x<-1+\frac{\varepsilon}{3}\right]$

47 $\lim_{x\to 0}(4x-1)=-1$ $\left[-\frac{\varepsilon}{4}<x<\frac{\varepsilon}{4}\right]$

48 $\lim_{x\to 2}(3x-2)=4$ $\left[2-\frac{\varepsilon}{3}<x<2+\frac{\varepsilon}{3}\right]$

49 $\lim_{x\to 4}(5-2x)=-3$ $\left[4-\frac{\varepsilon}{2}<x<4+\frac{\varepsilon}{2}\right]$

50 $\lim_{x\to 5}(6-2x)=-4$ $\left[5-\frac{\varepsilon}{2}<x<5+\frac{\varepsilon}{2}\right]$

51 $\lim_{x\to 4}(2x+1)=9$ $\left[4-\frac{\varepsilon}{2}<x<4+\frac{\varepsilon}{2}\right]$

Esercizio – Verifica limite.
Limite finito quando x tende a un valore finito

Pag 450 volume 4s
Bergamini Trifone
Zanichelli

Utilizzando la definizione di limite, verifica i seguenti limiti.

28 $\lim_{x \to 1}(2 - 3x) = -1$

29 $\lim_{x \to 0} 2x = 0$

30 $\lim_{x \to -3}(x + 5) = 2$

31 $\lim_{x \to -2}(3x + 4) = -2$

32 $\lim_{x \to 0}(x - 6) = -6$

33 $\lim_{x \to \frac{1}{2}}(4x - 1) = 1$

34 $\lim_{x \to -3}(x - 5) = -8$

35 $\lim_{x \to -\frac{1}{2}}\left(x + \frac{1}{2}\right) = 0$

Esercizio – Verifica limite.
Limite finito quando x tende a un valore finito

Pag 450 volume 4s
Bergamini Trifone
Zanichelli

Utilizzando la definizione, verifica i seguenti limiti.

37 $\lim_{x \to 1} (2 - 3x^2) = -1$

38 $\lim_{x \to -3} (x^2 + 5) = 14$

39 $\lim_{x \to \frac{1}{2}} (4x^2 - 1) = 0$

40 $\lim_{x \to -2} (4 - x^2) = 0$

41 $\lim_{x \to 2} \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right) = 3$

42 $\lim_{x \to 0} (x^2 - 3x) = 0$

43 $\lim_{x \to 0} (x^2 - 2x + 1) = 1$

44 $\lim_{x \to 0} (x^3 - 1) = -1$

45 $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = 4$

46 $\lim_{x \to -2} \frac{x + 4}{x} = -1$

47 $\lim_{x \to -2} \frac{x}{x + 1} = 2$

48 $\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 4}{x} = 4$

49 $\lim_{x \to 1} \ln x = 0$

50 $\lim_{x \to 2} 2^x = 4$

51 $\lim_{x \to 16} \sqrt{x} = 4$

Esercizio – Verifica limite.
Limite finito quando x tende a un valore finito

Pag 450 volume 4s
Bergamini Trifone
Zanichelli

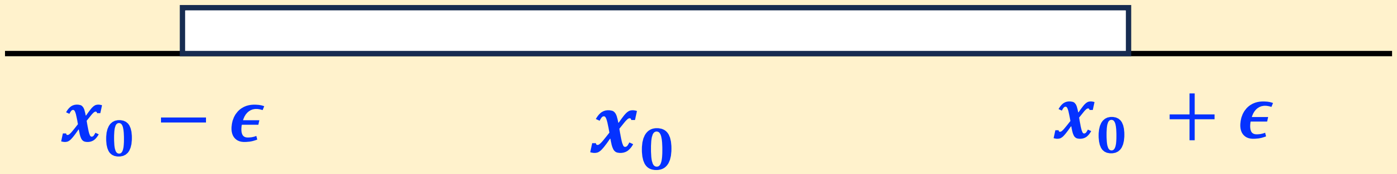
Limite destro e limite sinistro

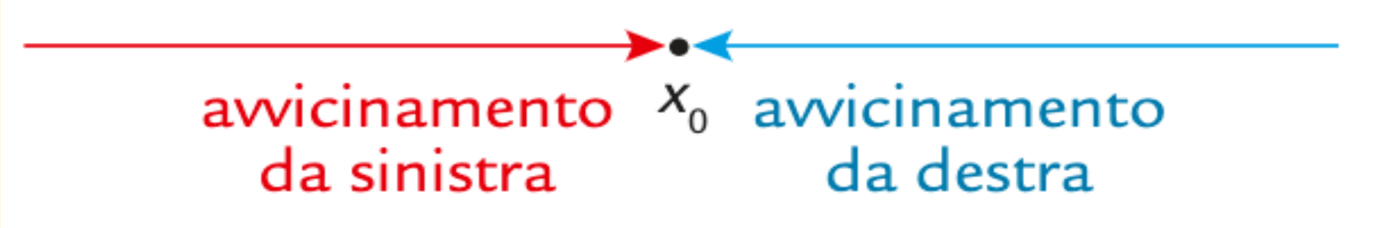
$$\lim_{x \to c^{\pm}} f(x) =$$

Limite destro e limite sinistro

$$\lim_{x \to x_0^{\pm}} f(x) = l \qquad con\ x_0 \in R$$

Mettiamoci intorno del punto x_0;





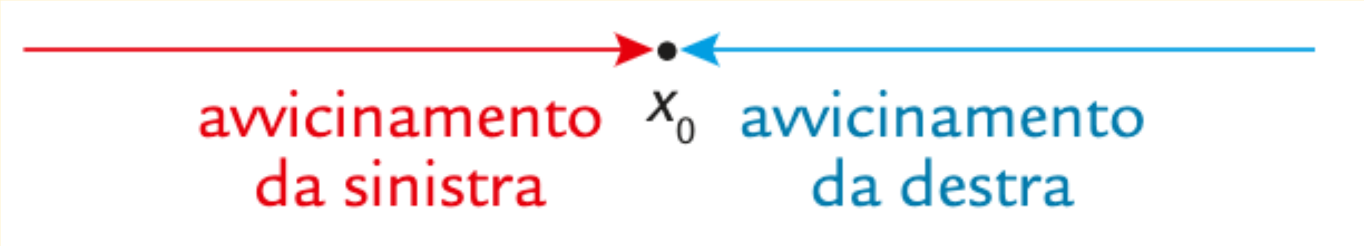
Limite destro e limite sinistro

Per affermate che $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = l$ $\quad x_0 \in R \quad$ è necessario controllare che

$x \to x_0^-$ da sinistra

$$f(x) \to l$$

$x \to x_0^+$ da destra



si parla in questo di limite sinistro e di limite destro e si scrive

- $\underbrace{\lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)}_{\text{per indicare il limite } \textit{sinistro}}$

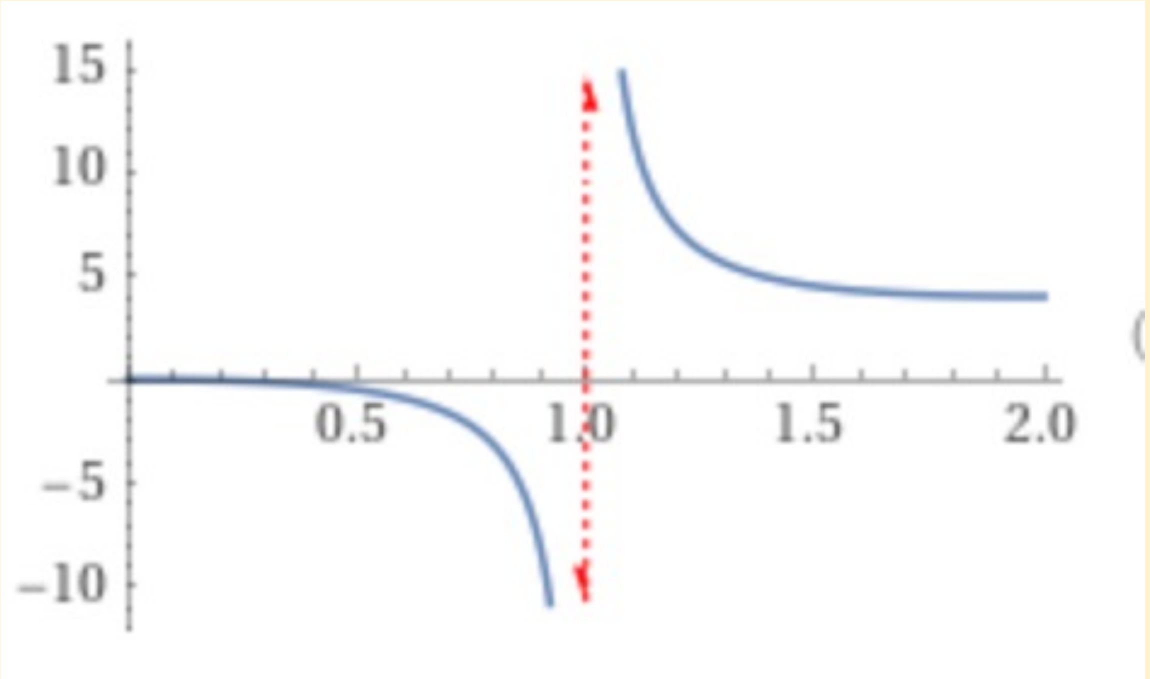
- $\underbrace{\lim\limits_{x \to x_0^+} f(x)}_{\text{per indicare il limite } \textit{destro}}$

Esempio

$$f(x) = \frac{x^2}{x-1}$$

Dominio

La funzione non è definita per x=1



Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 1 da DX e da SX**?

Esempio

A Sinistra

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{0{,}9^2}{0{,}9-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{0{,}81}{0{,}9-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{0{,}81}{-0{,}1} = -8{,}1$$

$$\lim_{x\to 1^-} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{0{,}9999^2}{0{,}9999-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{0{,}99980001}{-0{,}0001} = -9998{,}001$$

A Destra

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1{,}1^2}{1{,}1-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1{,}21}{1{,}1-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1{,}21}{0{,}1} = 12{,}1$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{x^2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1{,}0001^2}{1{,}0001-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{1{,}00020001}{0{,}0001} = 10002{,}001$$

Non esiste invece il $\lim_{x\to 1} f(x) = poiche\ i\ limiti\ \boldsymbol{dx}\ e\ \boldsymbol{sx}\ sono\ diversi\ tra\ loro.$

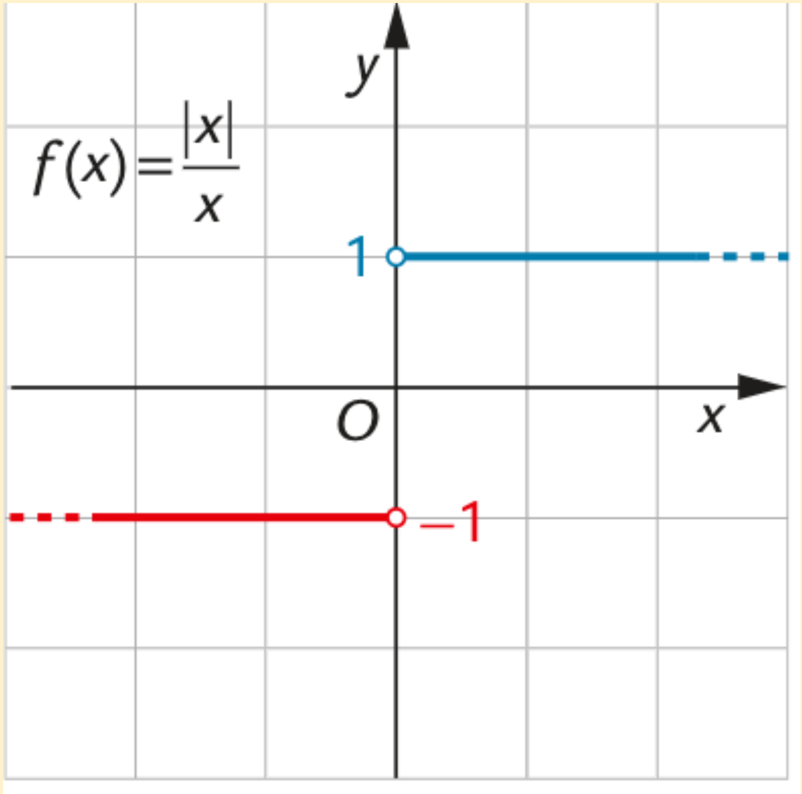
.

Esempio

$$f(x) = \frac{|x|}{x}$$

La funzione non è definita per x=0

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 0**?



$\boldsymbol{x \to 0^-}$ $\boldsymbol{x < 0}$ $\boldsymbol{\mathrm{f}(x) = \frac{-x}{x} = -1}$ $\boldsymbol{f(x) \to -1}$

$\boldsymbol{x \to 0^+}$ $\boldsymbol{x > 0}$ $\boldsymbol{\mathrm{f}(x) = \frac{x}{x} = 1}$ $\boldsymbol{f(x) \to 1}$

Quindi… $\boxed{\lim_{x\to 0^-} f(x) = -1}$ $\lim_{x\to 0^+} f(x) = 1$

Non esiste invece il $\lim_{x\to 0} f(x) = poiche\ i\ limiti\ \mathbf{dx}\ e\ \mathbf{sx}\ sono\ diversi\ tra\ loro.$

ESERCIZI

Approccio numerico al concetto di limite

Completa le uguaglianze, deducendo dal grafico il valore dei limiti indicati, se esistono.

11

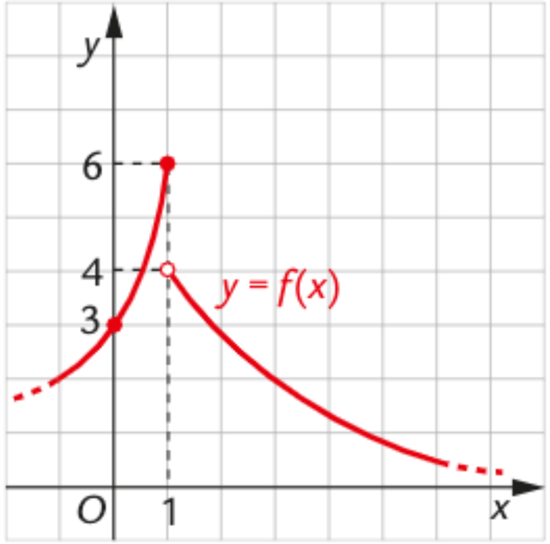
a. $\lim_{x \to 0} f(x) =$ ....

b. $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$ ....

c. $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

d. $\lim_{x \to 1} f(x) =$ ....

e. $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ....



12

a. $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

b. $\lim_{x \to -2^-} f(x) =$ ....

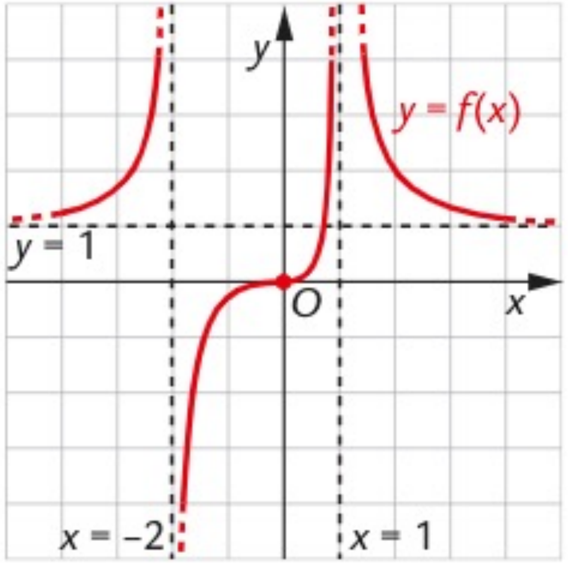
c. $\lim_{x \to -2^+} f(x) =$ ....

d. $\lim_{x \to 0} f(x) =$ ....

e. $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$ ....

f. $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

g. $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ....



Approccio numerico al concetto di limite

Completa le uguaglianze, deducendo dal grafico il valore dei limiti indicati, se esistono.

13 **a.** $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

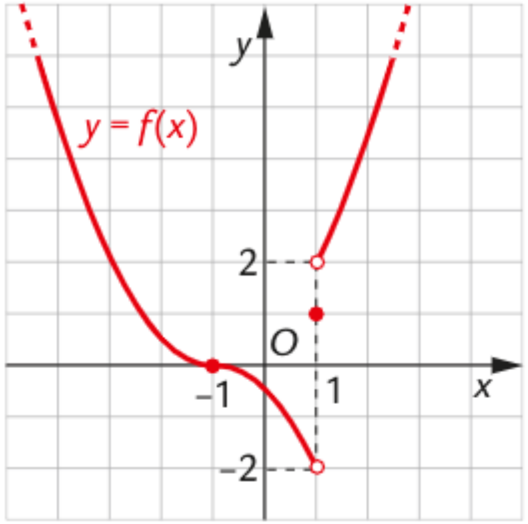
b. $\lim_{x \to -1} f(x) =$ ....

c. $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$ ....

d. $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

e. $\lim_{x \to 1} f(x) =$ ....

f. $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ....



14 **a.** $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

b. $\lim_{x \to -1^-} f(x) =$ ....

c. $\lim_{x \to -1^+} f(x) =$ ....

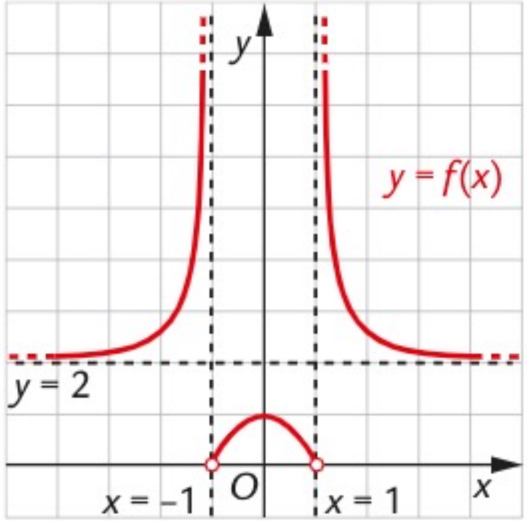
d. $\lim_{x \to -1} f(x) =$ ....

e. $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$ ....

f. $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

g. $\lim_{x \to 1} f(x) =$ ....

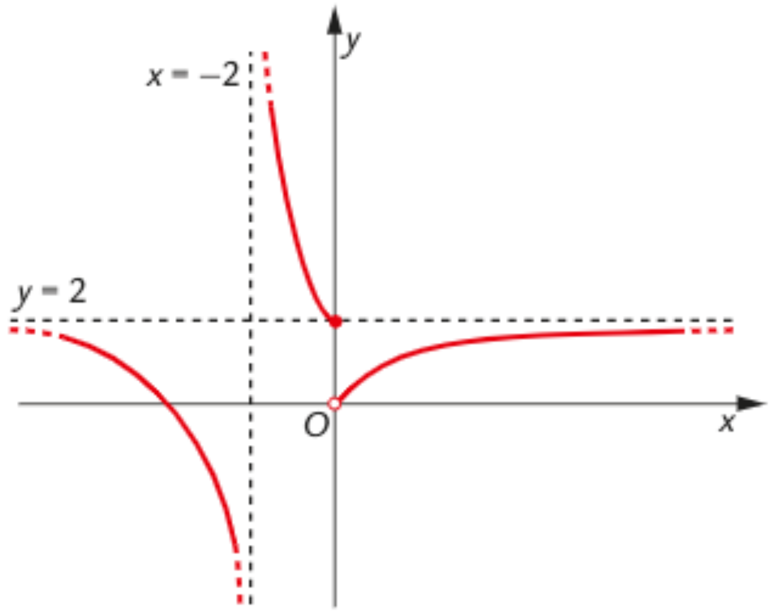
h. $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ....



Approccio numerico al concetto di limite

Completa le uguaglianze, deducendo dal grafico il valore dei limiti indicati, se esistono.

15



a. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

b. $\lim_{x \to -2^-} f(x) = \dots\dots\dots$

c. $\lim_{x \to -2^+} f(x) = \dots\dots\dots$

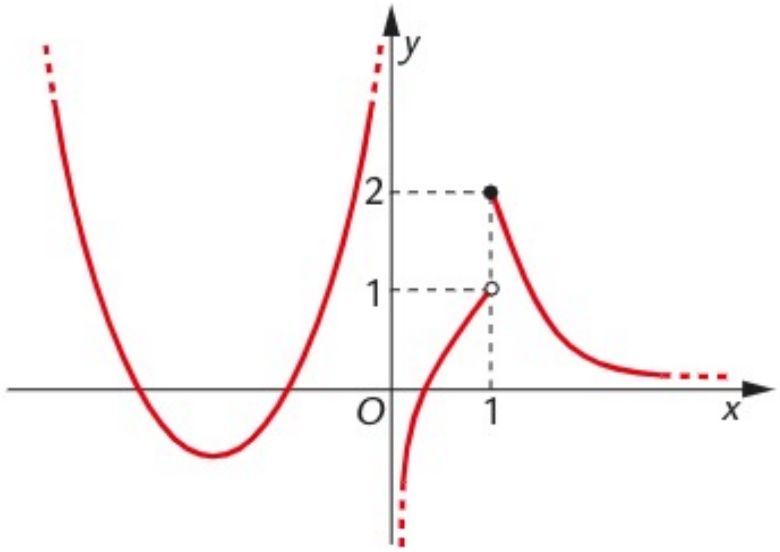
d. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$

e. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$

f. $f(0) = \dots\dots\dots$

g. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

16



a. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

b. $\lim_{x \to 0^-} f(x) = \dots\dots\dots$

c. $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \dots\dots\dots$

d. $\lim_{x \to 1^-} f(x) = \dots\dots\dots$

e. $\lim_{x \to 1^+} f(x) = \dots\dots\dots$

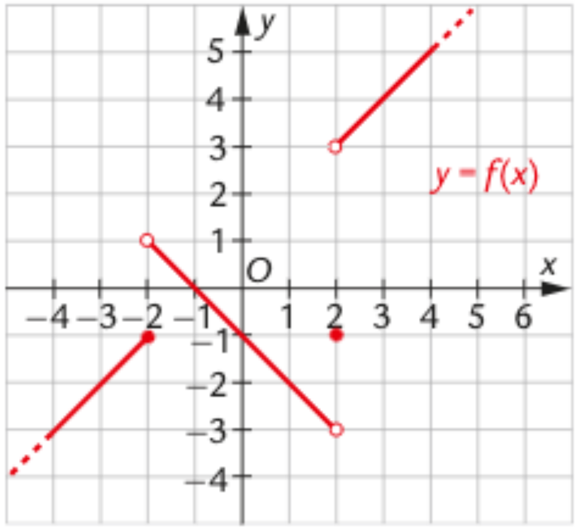
f. $f(1) = \dots\dots\dots$

g. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \dots\dots\dots$

Approccio numerico al concetto di limite

Completa le uguaglianze, deducendo dal grafico il valore dei limiti indicati, se esistono.

17



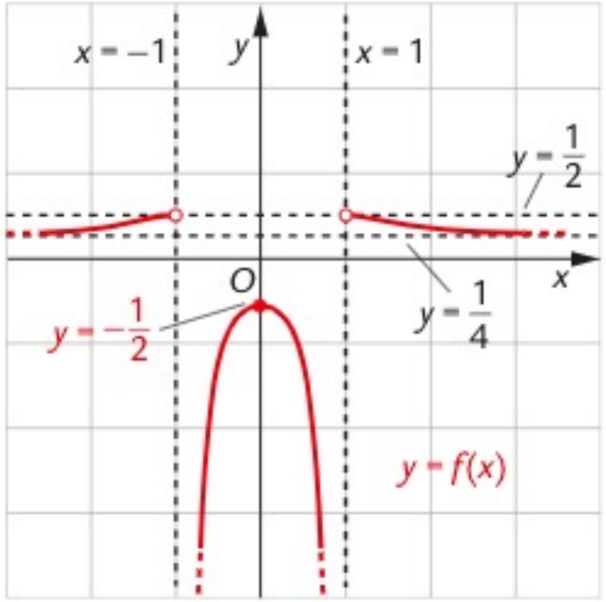
a. $\lim_{x\to -2^-} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to 2^+} f(x) = \ldots\ldots$

b. $\lim_{x\to -2^+} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to 2} f(x) = \ldots\ldots$

c. $\lim_{x\to -2} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to 0} f(x) = \ldots\ldots$

d. $\lim_{x\to 2^-} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to -\infty} f(x) = \ldots\ldots$

18



a. $\lim_{x\to -\infty} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to +\infty} f(x) = \ldots\ldots$

b. $\lim_{x\to -1^-} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to -1^+} f(x) = \ldots\ldots$

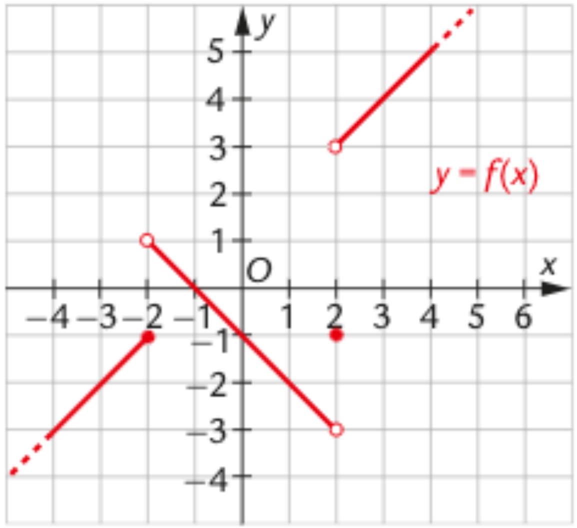
c. $\lim_{x\to 0} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to 1} f(x) = \ldots\ldots$

d. $\lim_{x\to 1^-} f(x) = \ldots\ldots$ $\qquad \lim_{x\to 1^+} f(x) = \ldots\ldots$

Approccio numerico al concetto di limite

Completa le uguaglianze, deducendo dal grafico il valore dei limiti indicati, se esistono.

17



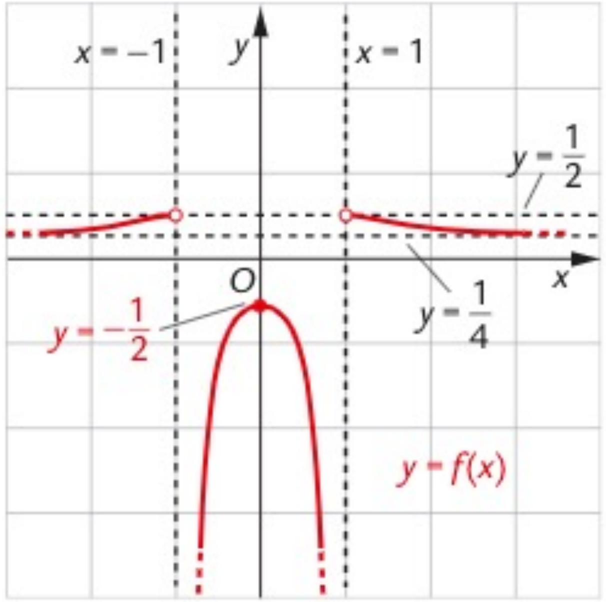
a. $\lim_{x \to -2^-} f(x) =$ .... $\lim_{x \to 2^+} f(x) =$ ....

b. $\lim_{x \to -2^+} f(x) =$ .... $\lim_{x \to 2} f(x) =$ ....

c. $\lim_{x \to -2} f(x) =$ .... $\lim_{x \to 0} f(x) =$ ....

d. $\lim_{x \to 2^-} f(x) =$ .... $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ ....

18



a. $\lim_{x \to -\infty} f(x) =$ .... $\lim_{x \to +\infty} f(x) =$ ....

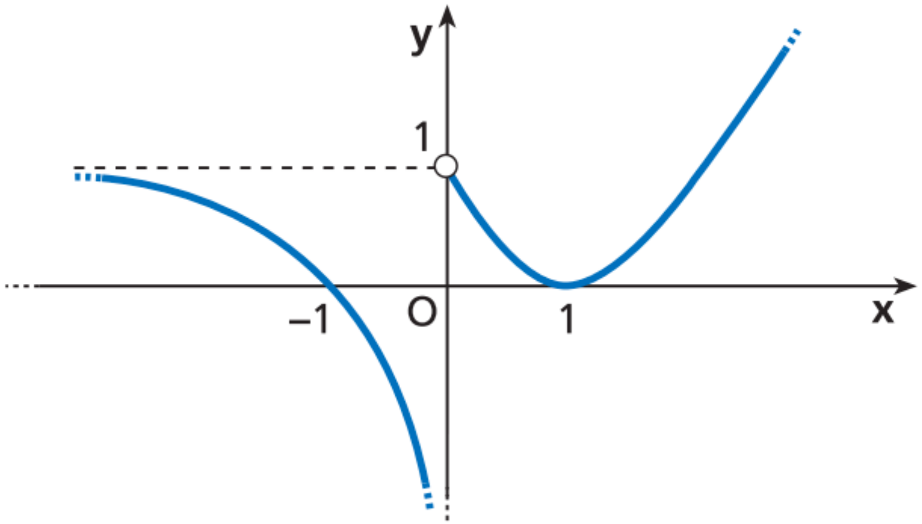
b. $\lim_{x \to -1^-} f(x) =$ .... $\lim_{x \to -1^+} f(x) =$ ....

c. $\lim_{x \to 0} f(x) =$ .... $\lim_{x \to 1} f(x) =$ ....

d. $\lim_{x \to 1^-} f(x) =$ .... $\lim_{x \to 1^+} f(x) =$ ....

Dal grafico della funzione $y = f(x)$ deduci, se esistono, i limiti indicati.

204



a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$;

b) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$;

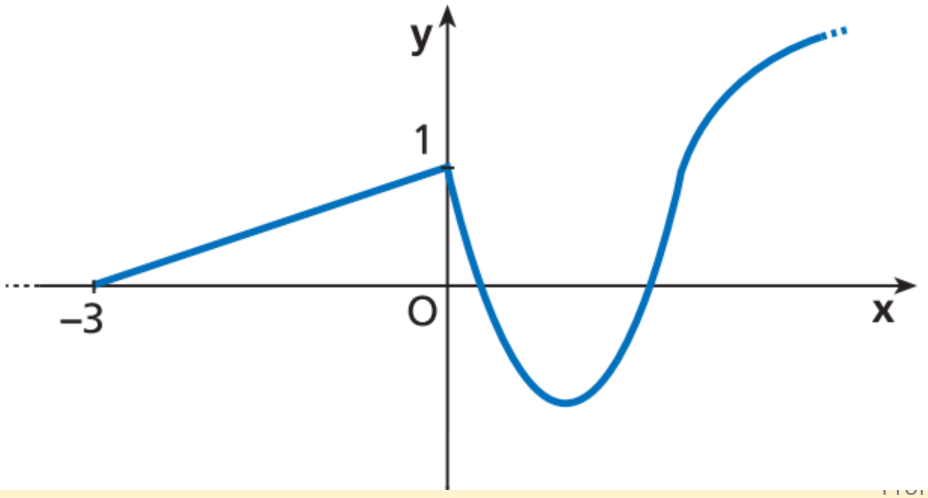
c) $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$;

d) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$;

e) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

Esprimi mediante la definizione i casi a), b), d).

205



a) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$;

b) $\lim\limits_{x \to -3^-} f(x)$;

c) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$;

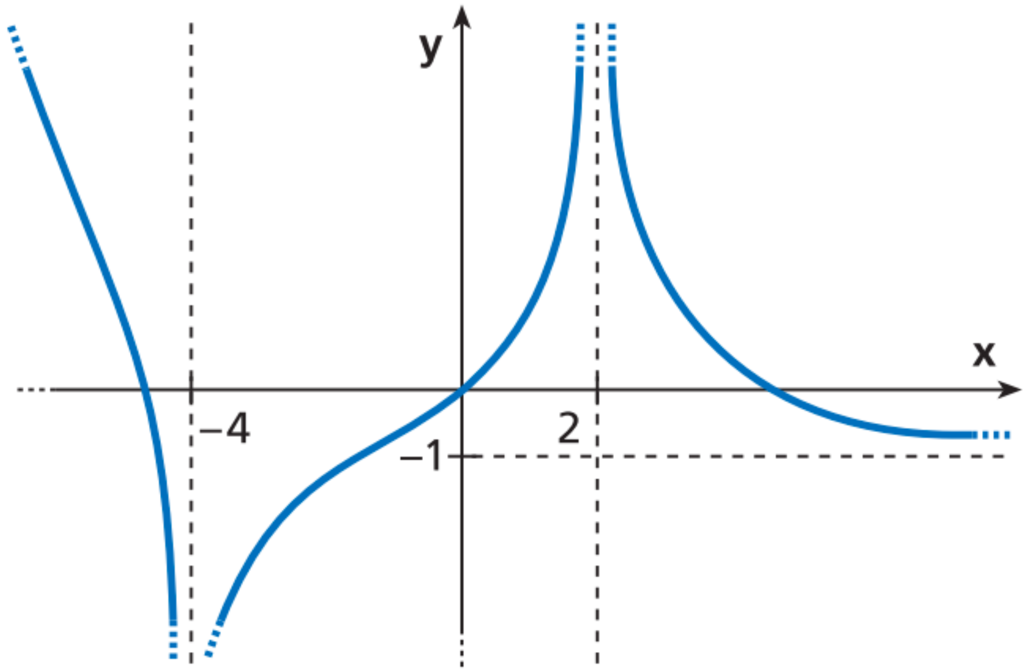
d) $\lim\limits_{x \to -3^+} f(x)$;

e) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$.

Esprimi mediante la definizione i casi d), e).

Dal grafico della funzione $y = f(x)$ deduci, se esistono, i limiti indicati.

206



a) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$;

b) $\lim_{x \to -4} f(x)$;

c) $\lim_{x \to 0} f(x)$;

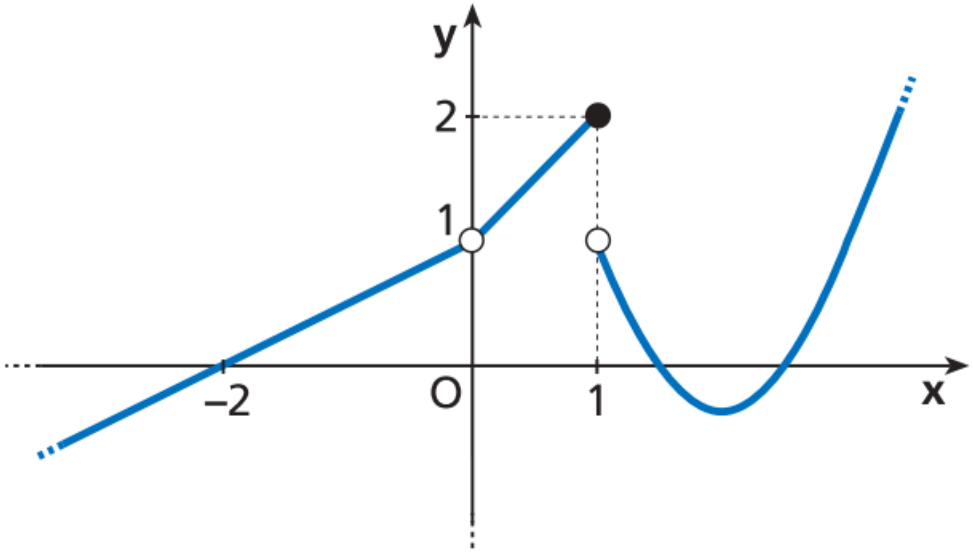
d) $\lim_{x \to 2} f(x)$;

e) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

Esprimi mediante la definizione i casi b), d).

Dal grafico della funzione $y = f(x)$ deduci, se esistono, i limiti indicati.

207



a) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$;

b) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$;

c) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$;

d) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$;

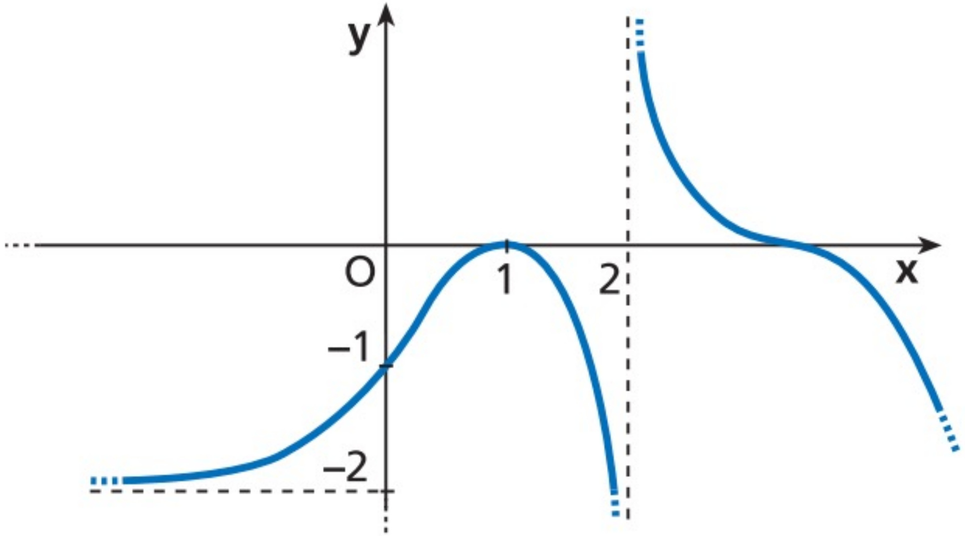
e) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$;

f) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$.

Esprimi mediante la definizione i casi a), f).

Dal grafico della funzione $y = f(x)$ deduci, se esistono, i limiti indicati.

208



a) $\lim_{x \to -\infty} f(x)$;

b) $\lim_{x \to 0^+} f(x)$;

c) $\lim_{x \to 1^+} f(x)$;

d) $\lim_{x \to 2^+} f(x)$;

e) $\lim_{x \to +\infty} f(x)$;

f) $\lim_{x \to 0^-} f(x)$;

g) $\lim_{x \to 1^-} f(x)$;

h) $\lim_{x \to 2^-} f(x)$.

Esprimi mediante la definizione i casi a), d), e).

Approccio numerico al concetto di limite

8 Considera la funzione $f(x) = 2^{\frac{1}{2-x}}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim_{x \to 2^-} f(x)$ e $\lim_{x \to 2^+} f(x)$.

9 Considera la funzione $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim_{x \to -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

Limite infinito ∞

quando x tende a valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Asintoto Verticale

Mathematiké tèkne

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Limite infinito quando x tende a un valore finito

$$y = f(x) = \frac{1}{|x|}$$

Dominio: $\forall x \in R - 0$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 0** ?

Analisi numerica *(Mettiamoci in un intorno del punto 0)*

$\mathbf{0 - \epsilon}$ $\mathbf{0}$ $\mathbf{0 + \epsilon}$

x	−0,1	−0,01	−0,001	−0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
y	10	100	1000	10 000	Non definita	10 000	1000	100	10

→ i valori di *y* ←
diventano sempre più grandi

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$$

Limite infinito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Analisi numerica

(Mettiamoci in un intorno del punto 0)

$0 - \epsilon$ $\quad$ 0 $\quad$ $0 + \epsilon$

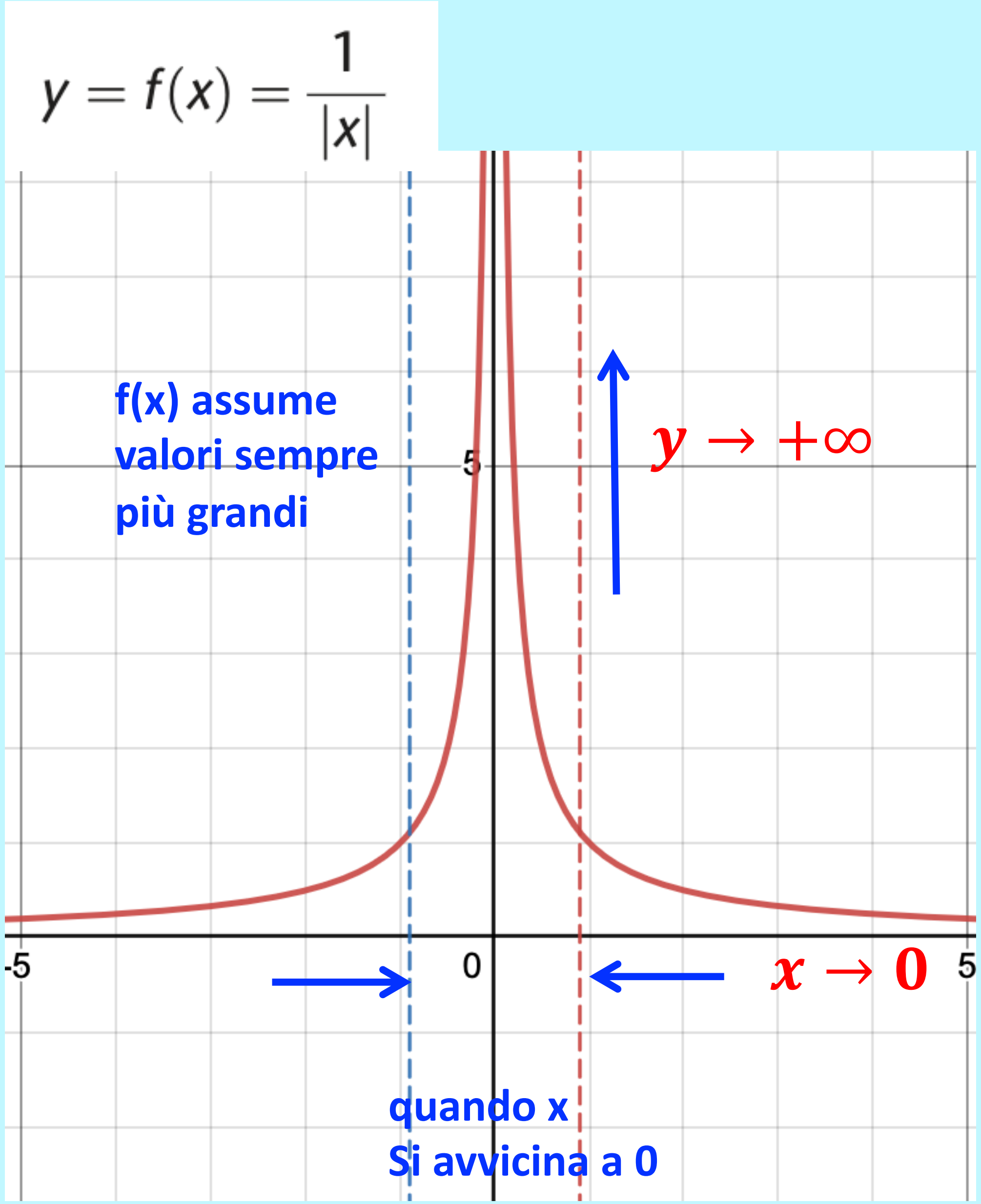
x	−0,1	−0,01	−0,001	−0,0001	0	0,0001	0,001	0,01	0,1
y	10	100	1000	10 000	Non definita	10 000	1000	100	10

i valori di y diventano sempre più grandi

Interpretazione grafica

Dal grafico si deduce che la funzione ha un A**asintoto Verticale** nel punto x = 0

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$$



Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/7g9lmvlqir?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$

Limite infinito quando x tende a un valore finito

$$y = f(x) = \frac{x-3}{x-2}$$

$$\lim_{x \to 2^+} \frac{x-3}{x-2} = -\infty$$

Dominio: $\forall x \in R - 0$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 2**$^+$?

Analisi numerica

Mettiamoci in un intorno destro del punto 2$^+$

x	2,1	2,01	2,001	2,0001	2,000001
y	-9	-99	-999	-9999	-999998,9999

Mathematiké ML tèkne

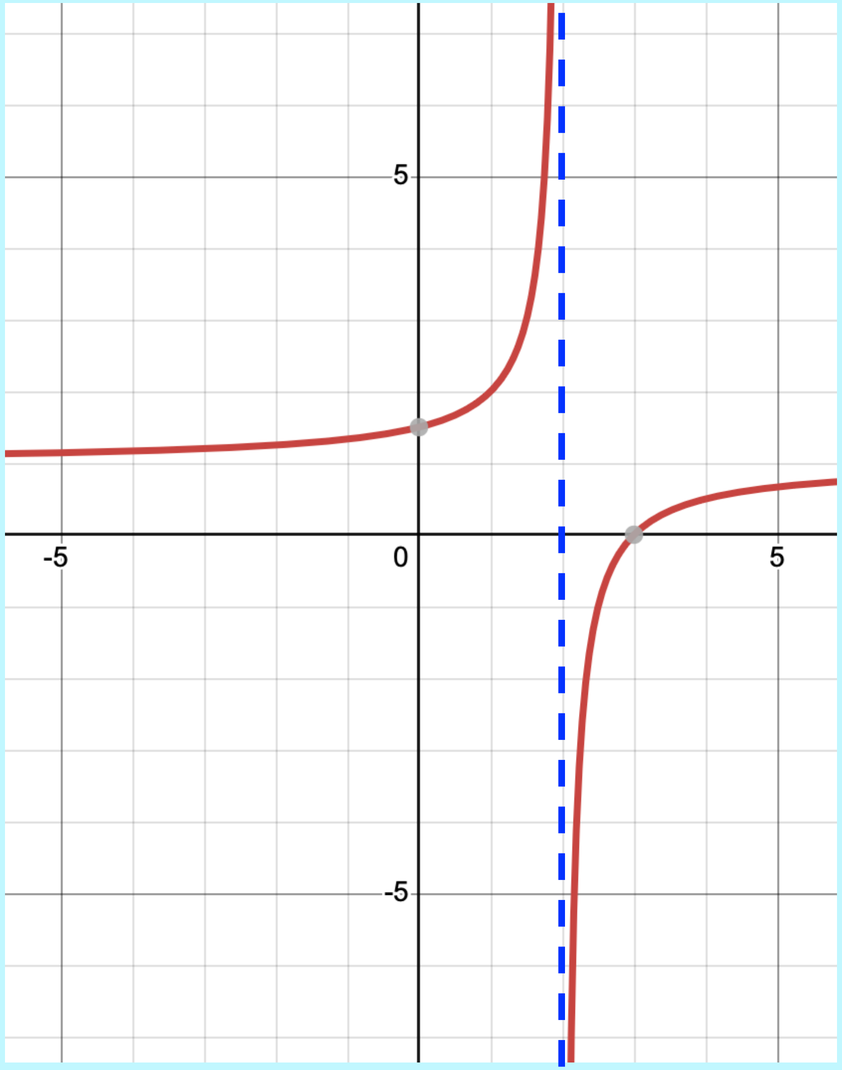
Limite infinito quando x tende a un valore finito.

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Asintoto Verticale

$$y = f(x) = \frac{x-3}{x-2}$$

Interpretazione grafica



Dal grafico si deduce che la funzione ha un **Asintoto Verticale** nel punto x=2

Mathematiké tèkne

Esempio

Limite infinito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x\to c} f(x) = \infty$$

$$x_0 = 2,1$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-3}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2,1-3}{2,1-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{-0,9}{0,1} = -9$$

$$x_0 = 2,0001$$

$$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-3}{x-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{2,0001-3}{2,0001-2} = \lim_{x\to 2^+} \frac{-0,9999}{0,0001} = -9999$$

E cosi via $$\lim_{x\to 2^+} \frac{x-3}{x-2} = -\infty$$

Esercizi

Esercizio 6 libro parte 1

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

Dominio: $\forall x \in R - \{\pm 1\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a** $\mathbf{1^+}$ $\boldsymbol{da\ \ DX}$?

Analisi numerica *(Mettiamoci in un intorno DX del punto 1)*

x	0,9	0,99	0,999	0,9999	1	1,1	1,01	1,001	1,0001	1
y	1,4263	1,4925	1,4993	1,4999	#DIV/0!	1,5762	1,5075	1,5008	1,5001	1,5

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$

Esercizio 6 libro parte 1

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

(Mettiamoci in un intorno DX del punto 1)

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(1{,}1)^3 - 1}{(1{,}1)^2 - 1} = \frac{0{,}331}{0{,}21} = 1{,}5761$$

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$

(Mettiamoci in un intorno SX del punto 1)

$$\lim_{x \to 1^-} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$

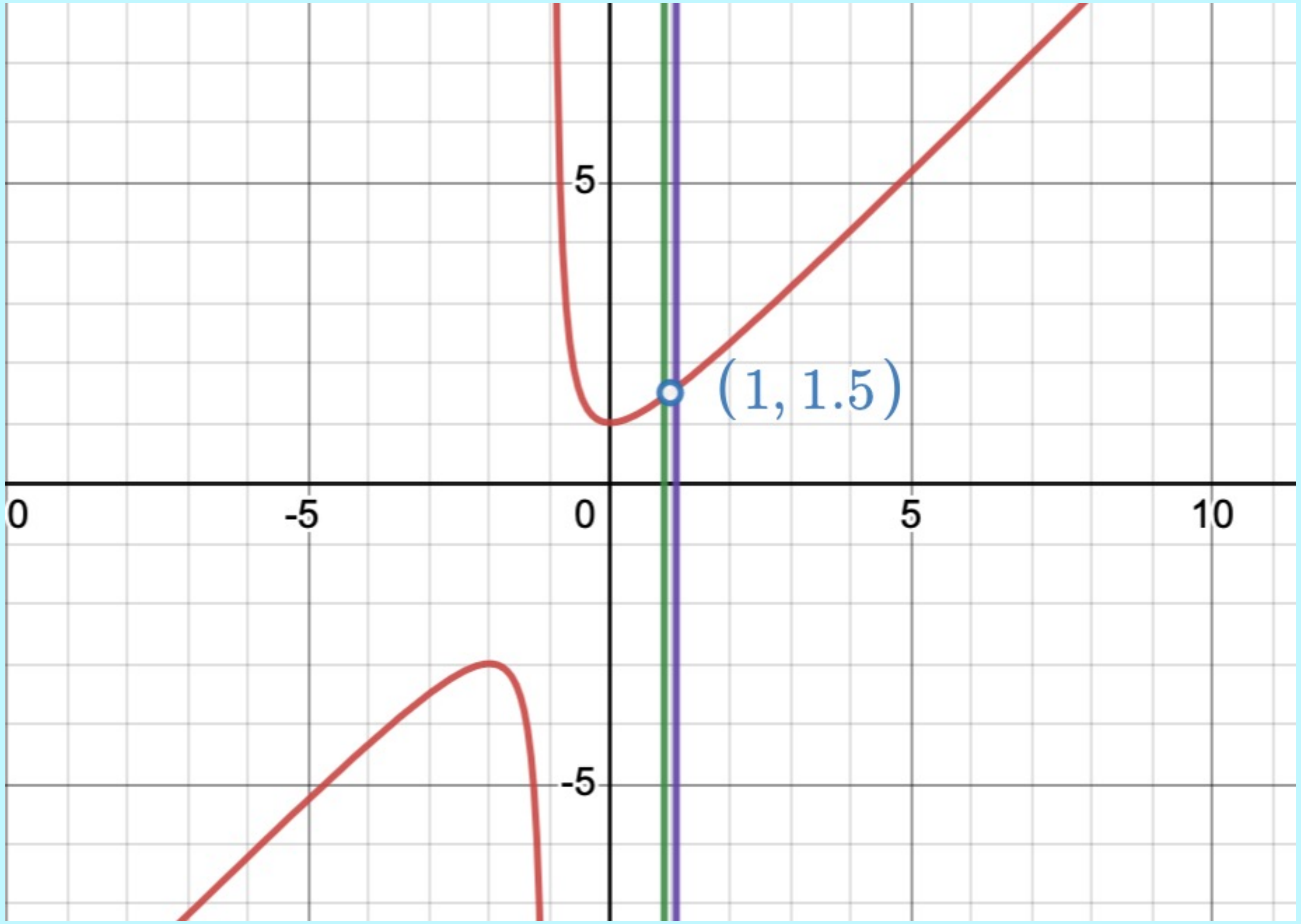
$$\lim_{x \to 1^-} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \to 1^-} \frac{(0{,}99)^3 - 1}{(0{,}99)^2 - 1} = \frac{-0{,}029701}{-0{,}0199} = 1{,}4925$$

Esercizio 6 libro parte 1

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Interpretazione grafica

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \frac{3}{2}$$



INOLTRE

Dal grafico si deduce che la funzione ha un **Asintoto Verticale** nel punto x= -1

Esempio
Limite infinito quando x tende a un valore finito

$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

(Mettiamoci in un intorno SX del punto -1)

$$x_0 = -1,1$$

$$\lim_{x \to -1^-} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \to -1^-} \frac{(-1,1)^3 - 1}{(-1,1)^2 - 1} = \lim_{x \to -1^-} \frac{-2,331}{0,21} = -11,1$$

$$x_0 = -1,001$$

$$\lim_{x \to -1^-} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \to -1^-} \frac{(-1,001)^3 - 1}{(-1,001)^2 - 1} = \lim_{x \to -1^-} \frac{-2,003003}{0,002001} = -1001,001$$

E cosi via

$$\lim_{x \to -1^-} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = -\infty$$

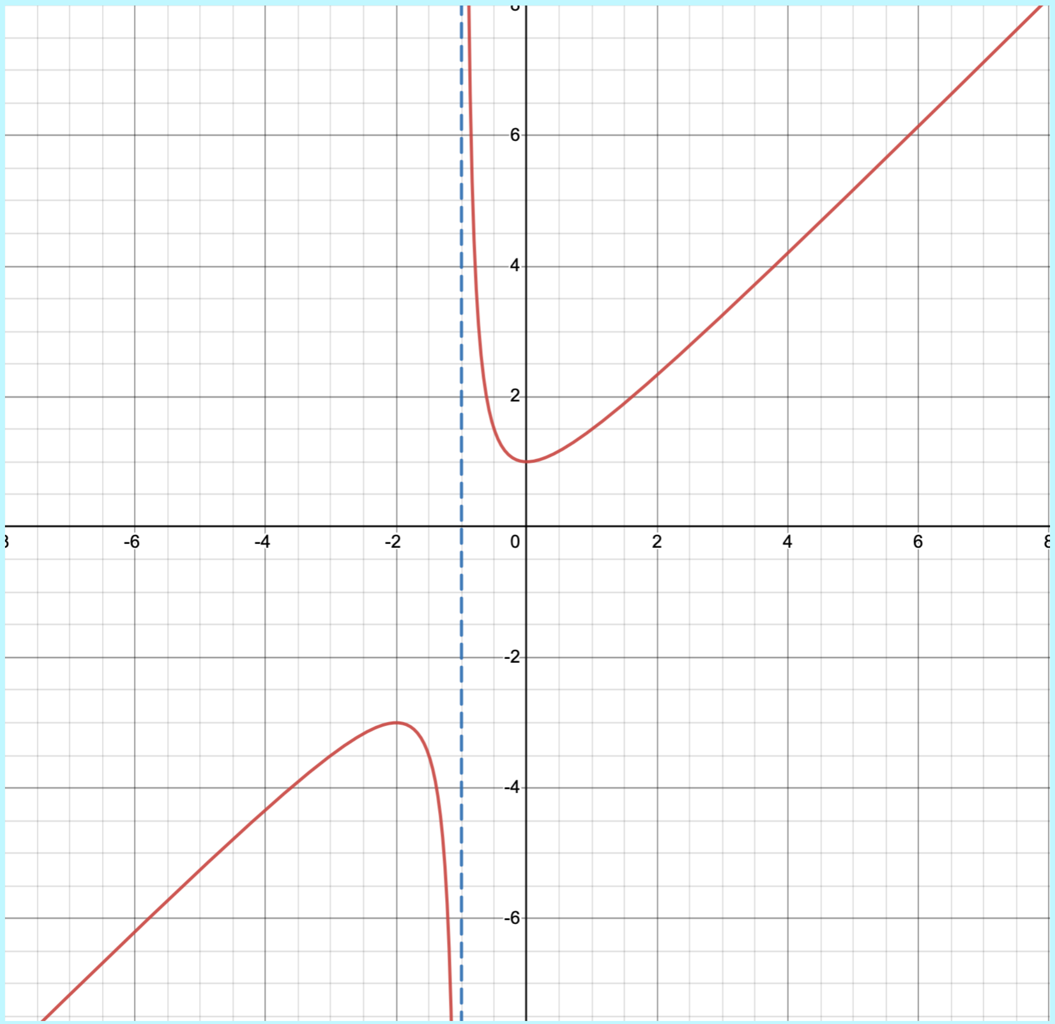
$$\lim_{x \to c} f(x) = \infty$$

Esempio
Limite infinito quando x tende a un valore finito

INOLTRE

Dal grafico si deduce che la funzione ha un

Asintoto Verticale nel punto x= -1



Mathematiké
tèkne

Esercizio 6 libro parte 1

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/27ojoeqwwi?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

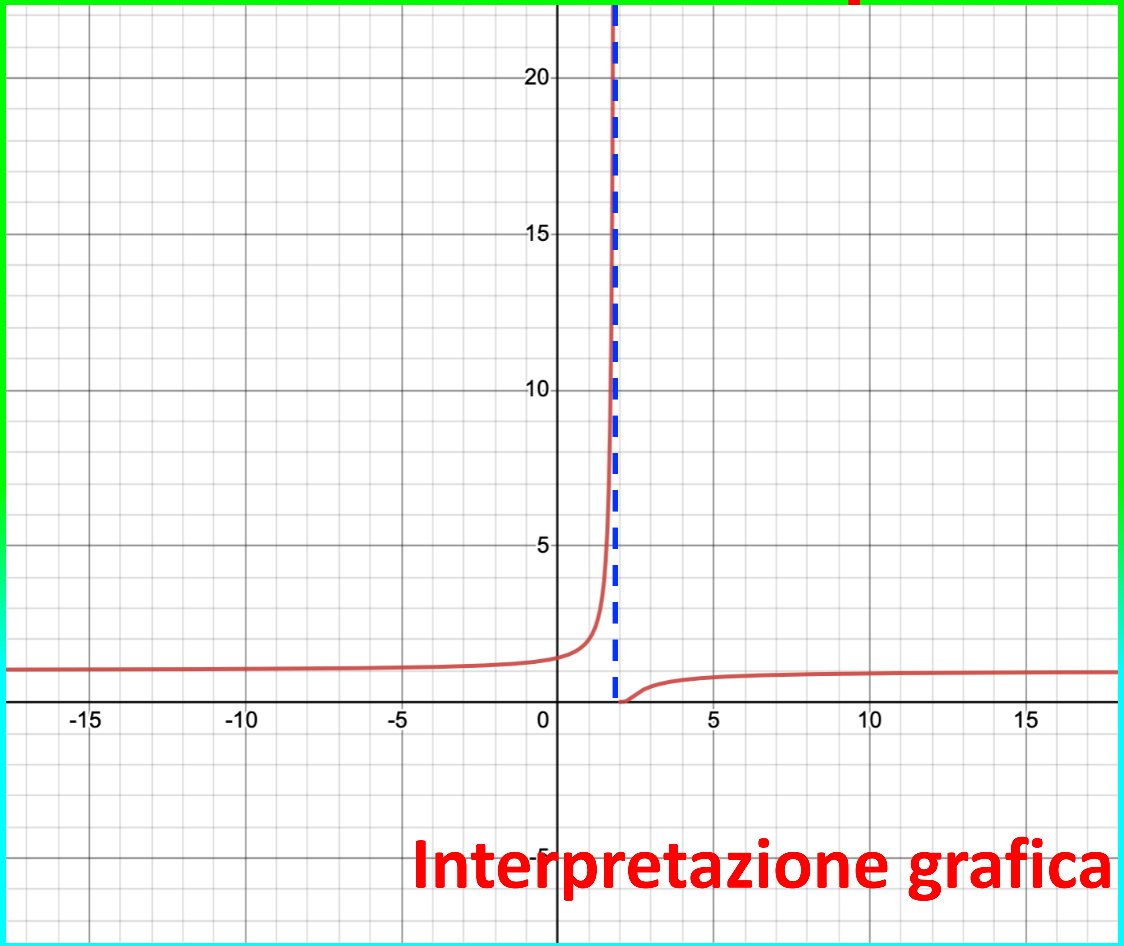
Preview

Esercizio 8 libro

Esercizio 8 libro parte 1

$$y = f(x) = 2^{\frac{1}{2-x}}$$

Dominio: $\forall x \in R$



Interpretazione grafica

Analisi numerica

Mettiamoci in un intorno del punto 2^-

x	0	0,5	1	1,5	1,8	1,9	1,99	1,999	1,9999
y	1,4142	1,5874	2	4	32	1024	1,26765E+30	1,0715E+301	#NUM!

Esercizio 8 libro parte 1

$$\lim_{x\to 2^-} 2^{\frac{1}{2-x}} = +\infty$$

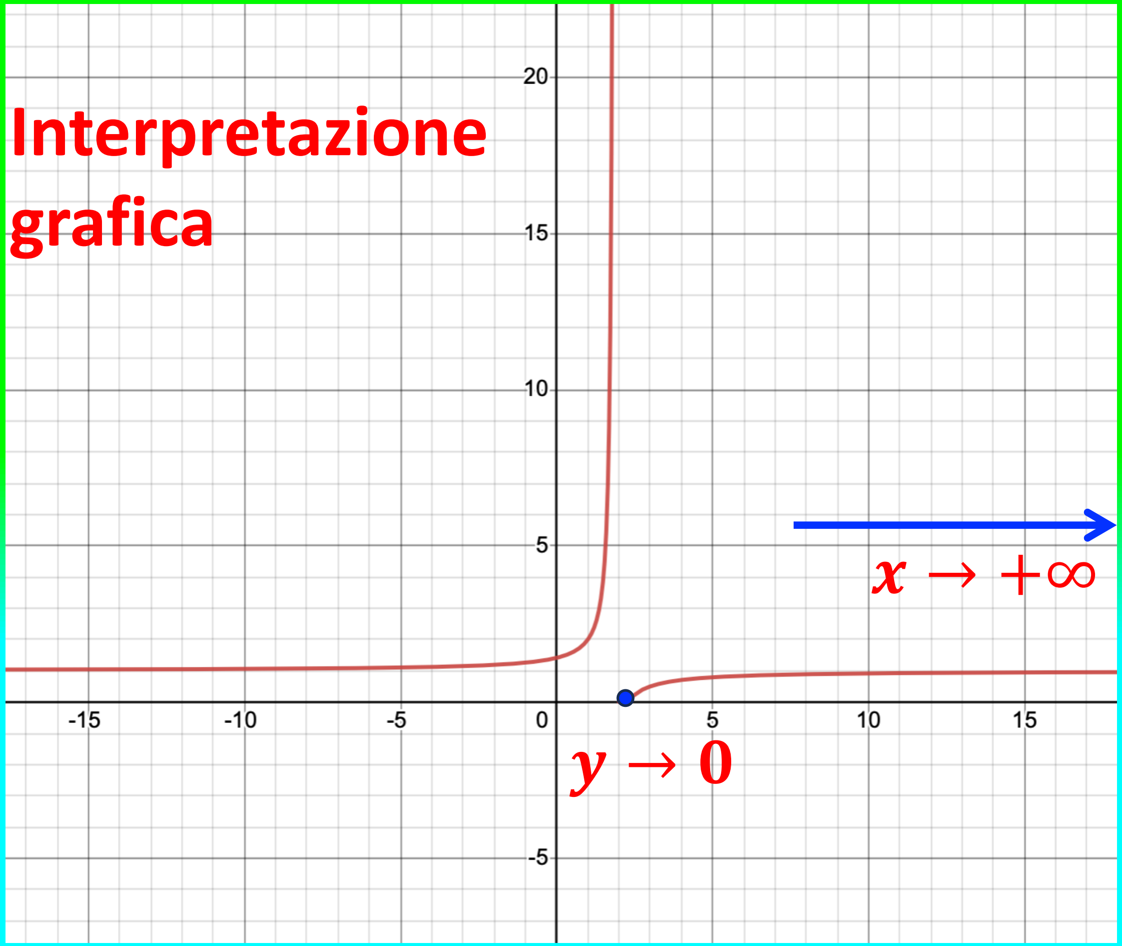
$$\lim_{x\to 2^-} 2^{\frac{1}{2-1,9}} = \lim_{x\to 2^-} 2^{\frac{1}{0,1}} = \lim_{x\to 2^-} 2^{+\infty} = +\infty$$

Esercizio 8 libro parte 2

$$y = f(x) = 2^{\frac{1}{2-x}}$$

Dominio: $\forall x \in R$

Interpretazione grafica



Analisi numerica

Mettiamoci in un intorno del punto 2^+

x	4	3,5	3	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,01	2,001	2,0001
y	0,7071	0,63	0,5	0,25	0,1768	0,0992	0,03125	0,000976563	8E-31	9E-302	0

Esercizio 8 libro parte 2

$$\lim_{x\to 2^+} 2^{\frac{1}{2-x}} = +\infty$$

$$\lim_{x\to 2^+} 2^{\frac{1}{2-2,1}} = \lim_{x\to 2^-} 2^{\frac{1}{-0,1}} = 2^{-\infty} = \frac{1}{2^{+\infty}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

Limite finito

quando x tende a infinito ∞

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

Asintoto Orizzontale

Limite finito quando x tende infinito

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

$$y = f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1$$

Dominio: $\forall x \in R - \{-1\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a** $+\infty$?

Analisi numerica

x	100	200	300	400	500	1000	10 000
y	0,9802	0,99	0,9934	0,995	0,996	0,998	0,9998

$\longrightarrow 1$

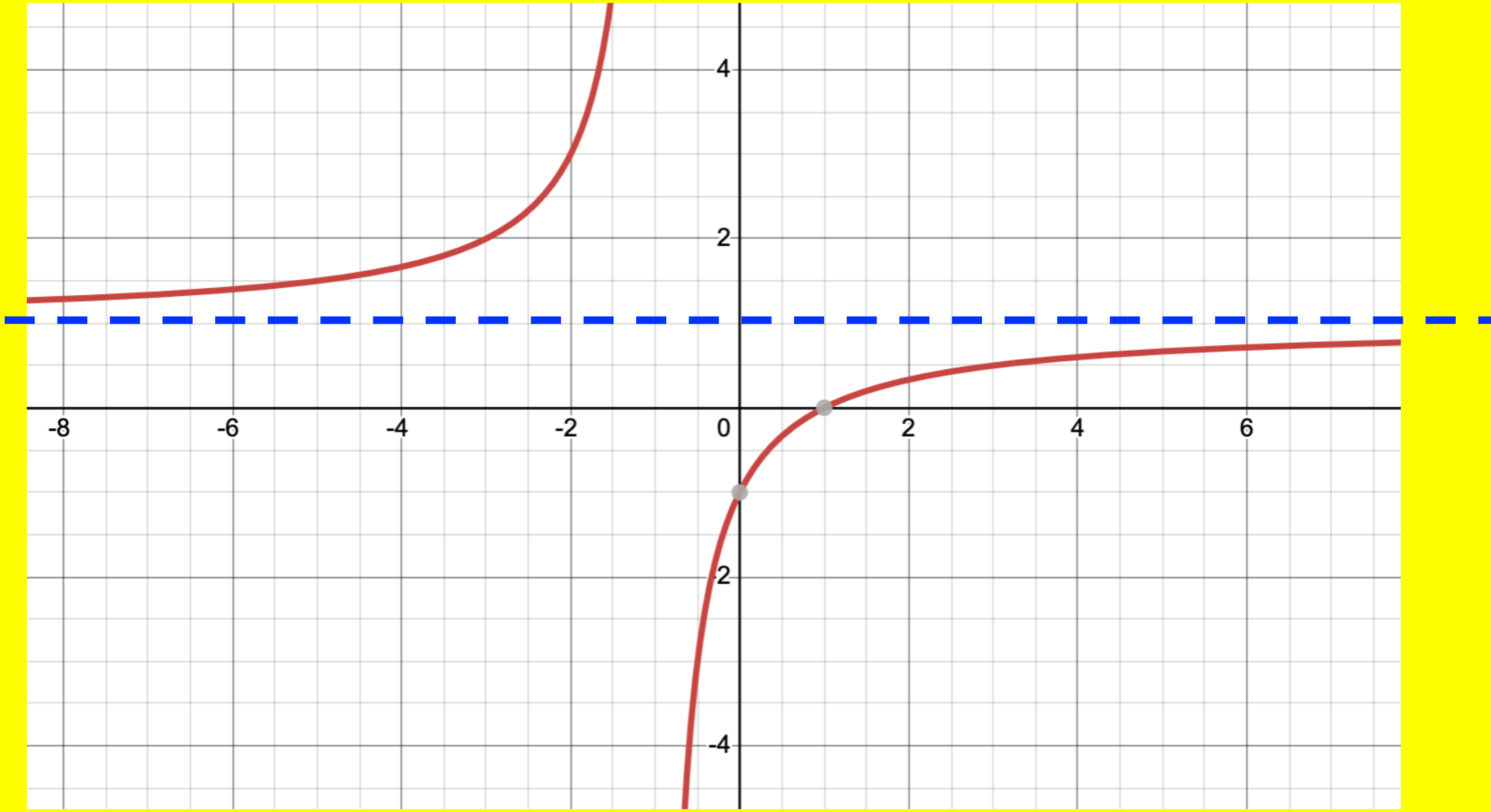
Mathematiké tèkne

Limite finito quando x tende infinito
Asintoto Orizzontale

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = l$$

Interpretazione grafica

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1$$



Dal grafico si deduce che la funzione ha un **Asintoto Orizzontale** nel punto y=1

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https://	www.desmos.com/calculator/irrer7iyjr?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Limite finito quando x tende infinito

Asintoto Orizzontale

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

$$y = f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x-2} = 2$$

Dominio: $\forall x \in R - \{2\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a** $+\infty$?

Analisi numerica

x	100	200	300	400	500	1000
y	2,0500	2,0250	2,0160	2,0120	2,0040	2,0020

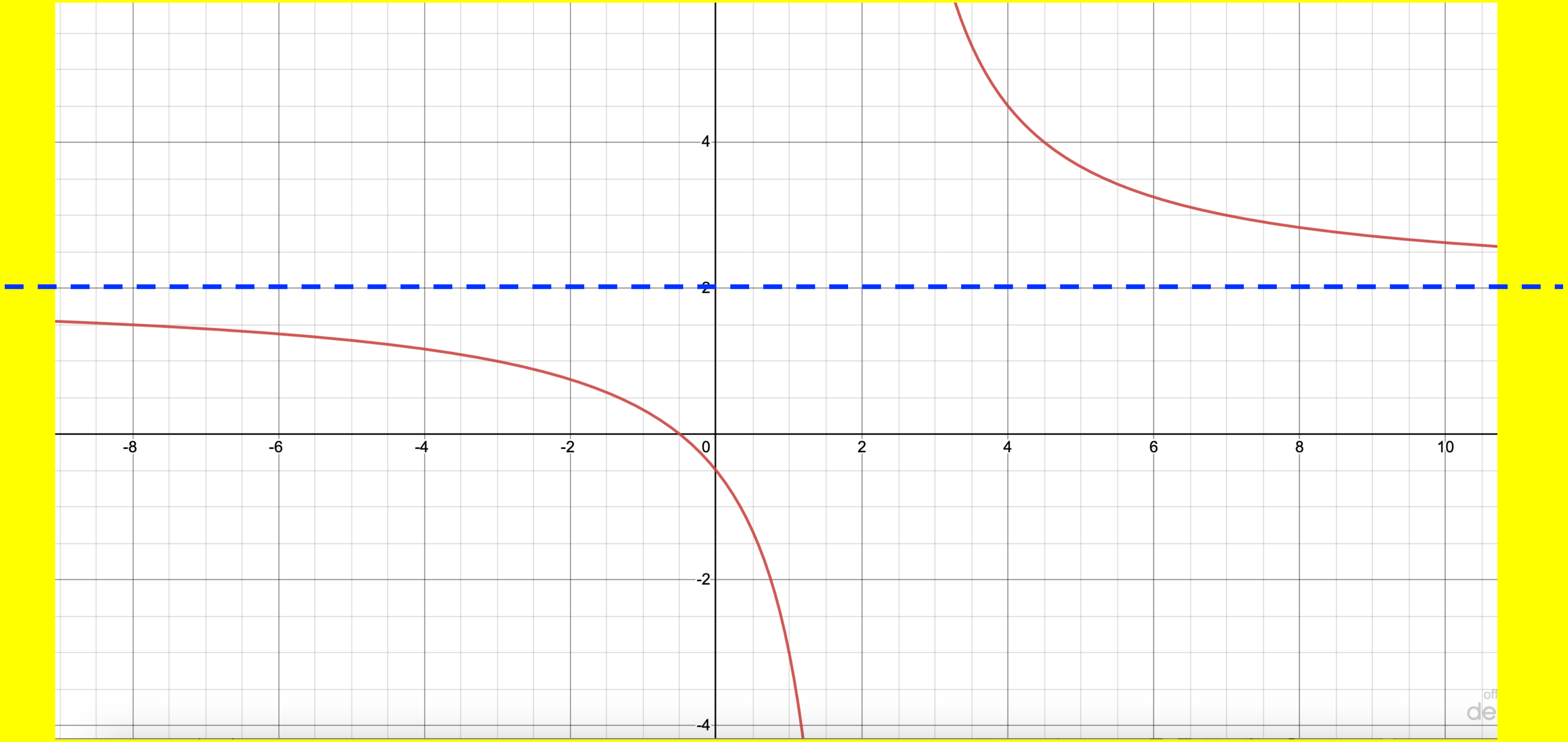
Limite finito quando x tende infinito

Asintoto Orizzontale

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

Interpretazione grafica

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{2x+1}{x-2} = 2$$



Dal grafico si deduce che la funzione ha un **Asintoto Orizzontale** nel punto **y = 2**

Limite finito quando x tende infinito

Asintoto Orizzontale

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

$$y = f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x+1}$$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} = 0$$

Dominio: $x \geq -1$, $x \neq -1$ quindi $x > -1$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a** $+\infty$?

Analisi numerica

x	100	200	300	400	500	1000
y	0,0995	0,0705	0,0576	0,0449	0,0447	0,0316

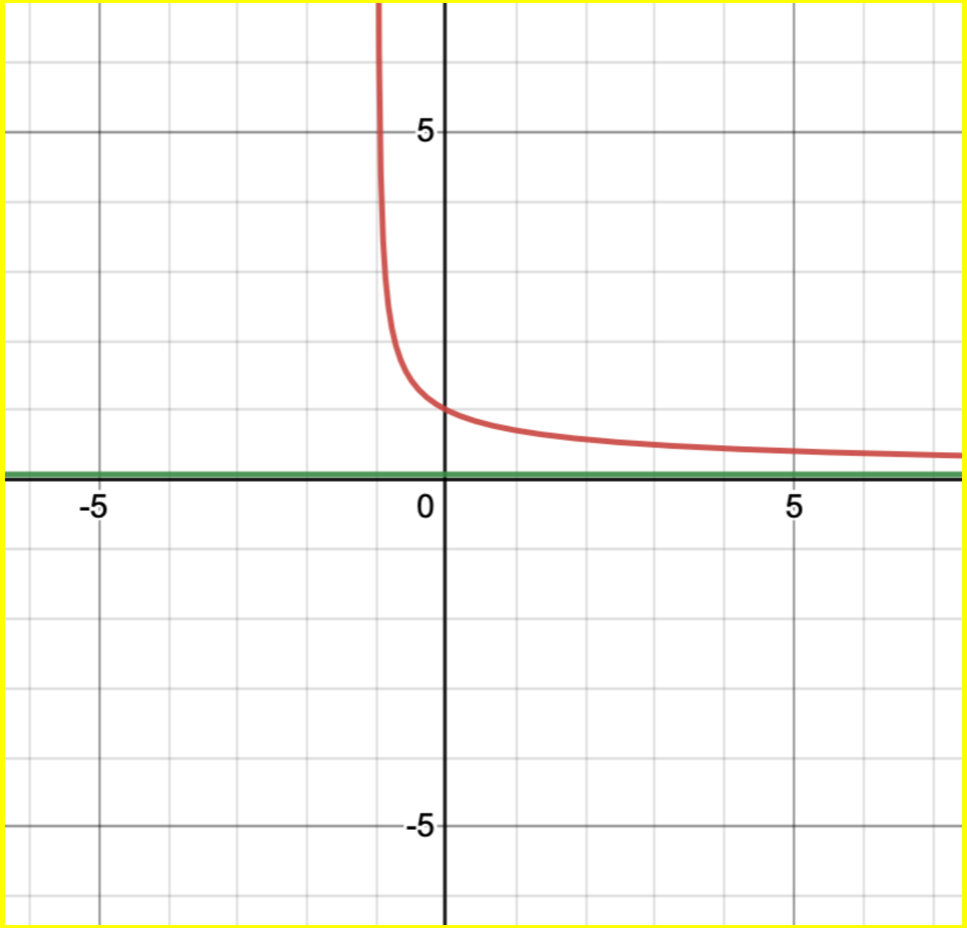
Limite finito quando x tende infinito

Asintoto Orizzontale

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = l$$

Interpretazione grafica

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{x+1} = 0$$



Dal grafico si deduce che la funzione ha un **Asintoto Orizzontale** nel punto y=1

Approccio numerico al concetto di limite

Vol 4
Pag. 243

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

4 $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, dove $f(x) = \dfrac{x^2+1}{2x^2-1}$

x	$f(x)$
-10	.....
-10^2	.....
-10^3	.....
-10^4	.....

x	$f(x)$
10	.....
10^2	.....
10^3	.....
10^4	.....

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

Approccio numerico al concetto di limite

6 Considera la funzione $f(x) = \dfrac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

9 Considera la funzione $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$. Calcola i valori assunti da f in corrispondenza di opportuni valori di x, che ti permettano di formulare una congettura sul valore dei seguenti limiti: $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Esercizio 6 libro parte 1

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

$$y = f(x) = \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

Dominio: $\forall x \in R - \{\pm 1\}$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a 1**?

Analisi numerica *(Mettiamoci in un intorno del punto 1)*

$\mathbf{1 - \epsilon}$ $\mathbf{1}$ $\mathbf{1 + \epsilon}$

x	0,9	0,99	0,999	0,9999	1	1,1	1,01	1,001	1,0001	1
y	1,4263	1,4925	1,4993	1,4999	#DIV/0!	1,5762	1,5075	1,5008	1,5001	1,5

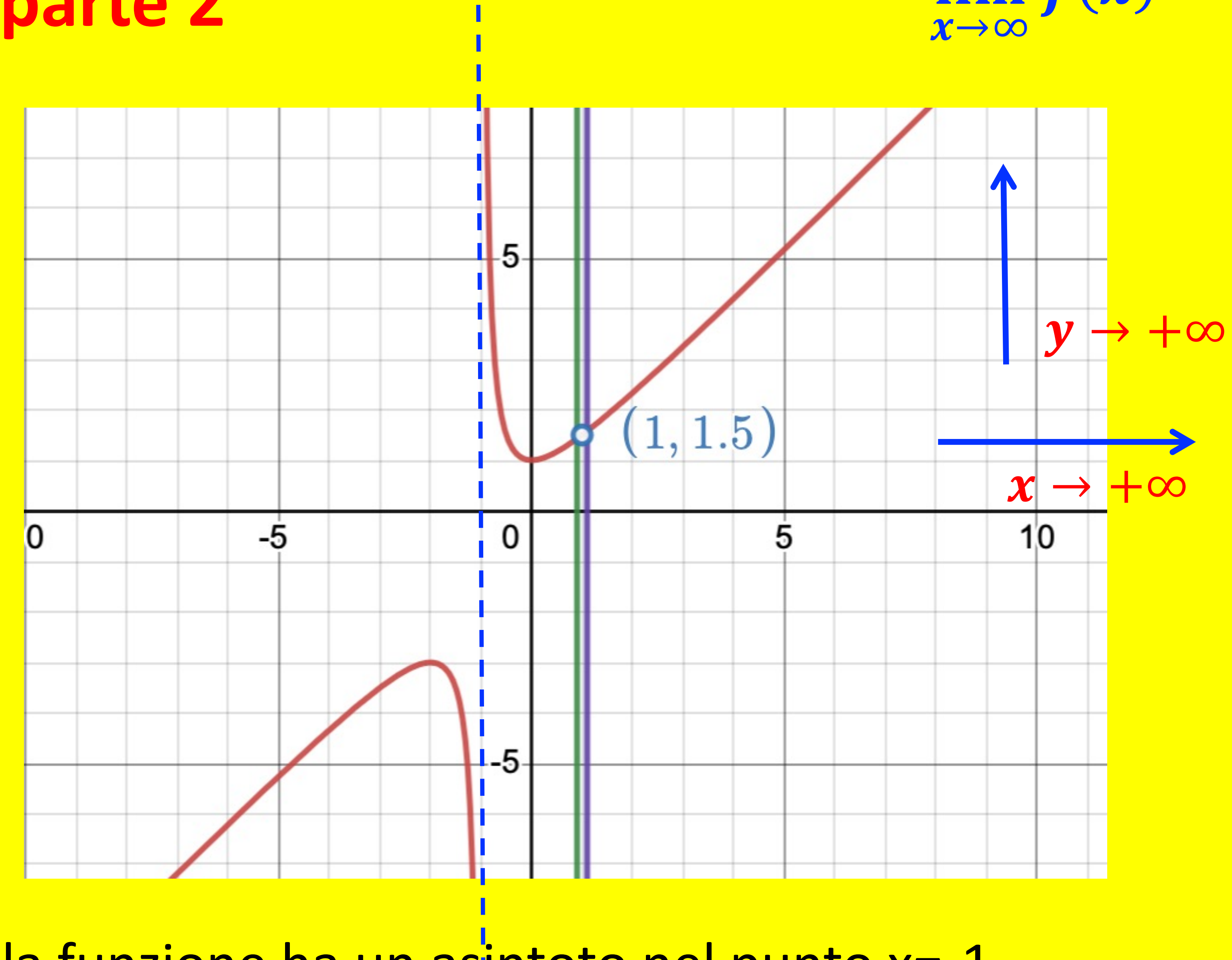
$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = +\infty$$

Esercizio 6 libro parte 2

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = l$$

Interpretazione grafica

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1} = +\infty$$



Dal grafico si deduce che la funzione ha un asintoto nel punto x=-1

Limite infinito ∞

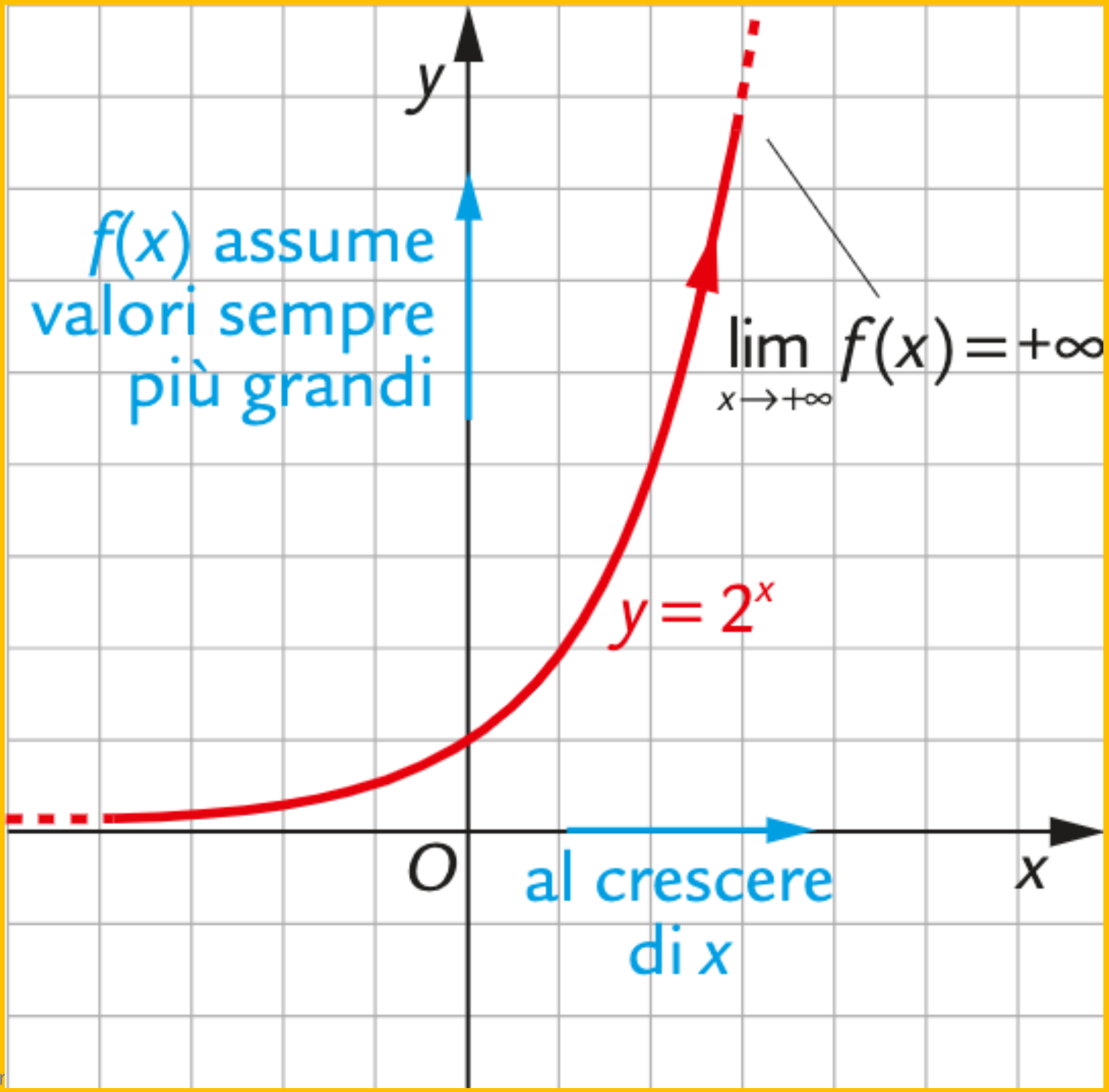
quando x tende a infinito ∞

$$\lim_{x \to \infty} f(x) = \infty$$

Limite infinito quando x tende a un valore infinito

$$y = f(x) = 2^x$$

$$\lim_{x \to +\infty} 2^x = +\infty$$



Mathematiké tèkne

ESEMPIO 9

Limite infinito quando x tende a un valore infinito

$$y = f(x) = 2^x$$

$$\lim_{x \to +\infty} 2^x = +\infty$$

Dominio: $\forall x \in R$

Che cosa succede ai valori di ***f*(*x*)** quando ***x* si avvicina a** $+\infty$?

Analisi numerica

x	10	15	20	25
y	1024	32 768	1 048 576	33 554 432

i valori di *y* diventano (rapidamente) sempre più grandi

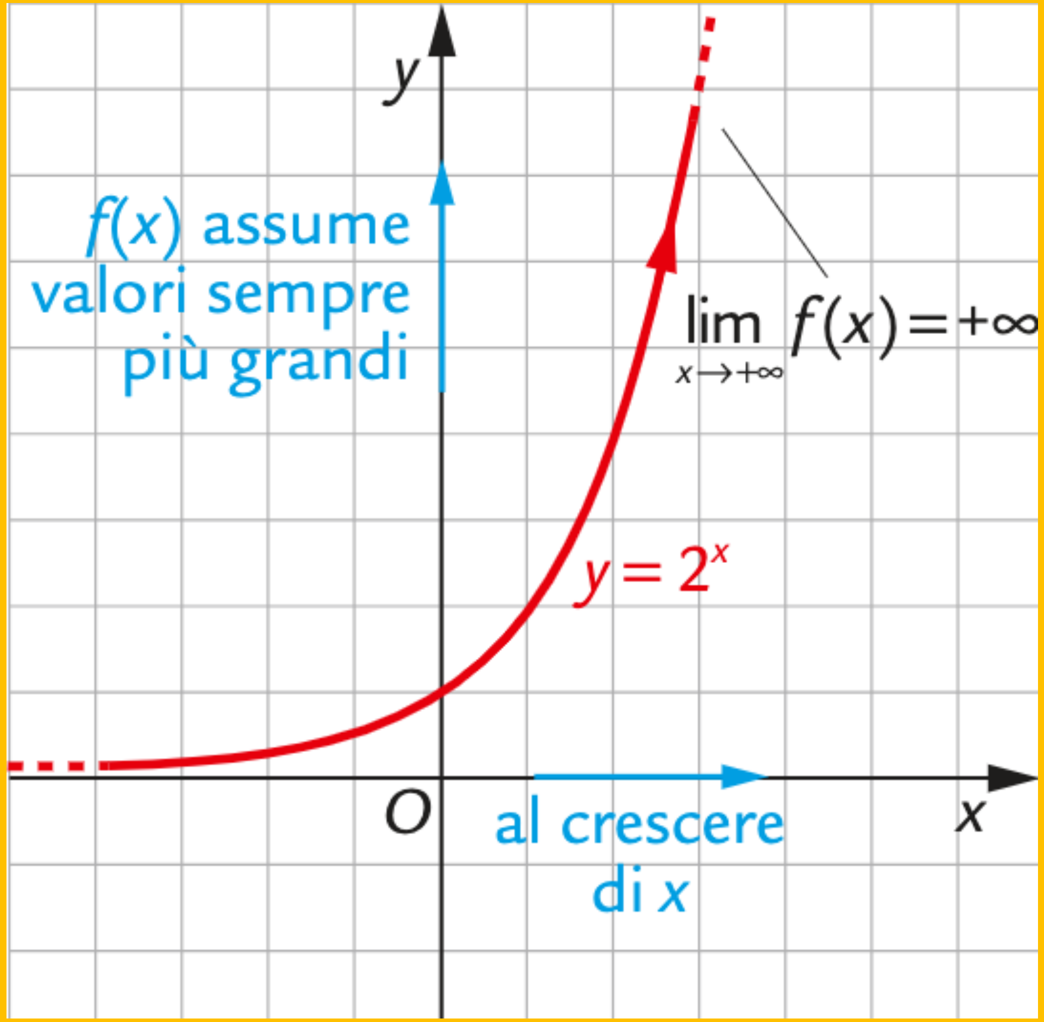
$$\lim_{x \to +\infty} 2^x = +\infty$$

ESEMPIO 8

Limite infinito quando x tende a un valore infinito

Interpretazione grafica

$$\lim_{x \to +\infty} 2^x = +\infty$$



La funzione esaminata è una funzione esponenziale, come è noto, al crescere di x assume valori che tendono **rapidamente** a $+\infty$

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/2e9atzzche?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.