Mathematiké tèkne

Carta penna e calamaio

Intro Funzioni

Indice

Indice

Insiege R.
Funzioni reali,
Classificazione,
Funzioni numeriche,
Dominio,
Studio del segno.
Proprietà delle funzioni.

Intervalli in R

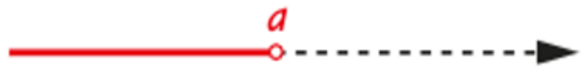
Intervalli

Intervalli limitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Intervallo **chiuso**	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	
Intervallo **aperto**	(a, b)	$a < x < b$	
Intervallo **chiuso a sinistra e aperto a destra**	$[a, b)$	$a \leq x < b$	
Intervallo **chiuso a destra e aperto a sinistra**	$(a, b]$	$a < x \leq b$	

Intervalli

Intervalli illimitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Chiuso, illimitato a destra	$[a, +\infty)$	$x \geq a$	
Aperto, illimitato a destra	$(a, +\infty)$	$x > a$	
Aperto, illimitato a sinistra	$(-\infty, a)$	$x < a$	
Chiuso, illimitato a sinistra	$(-\infty, a]$	$x \leq a$	

Consideriamo ora un insieme **A** non vuoto di numeri reali.
Può accadere che esista in **R** un numero **M** maggiore o uguale a tutti gli elementi di **A**: in tal caso il numero **M** si dice maggiorante dell'insieme **A** e l'insieme **A si dice superiormente limitato**

Cosa sono le funzioni ?

Cosa sono le funzioni?

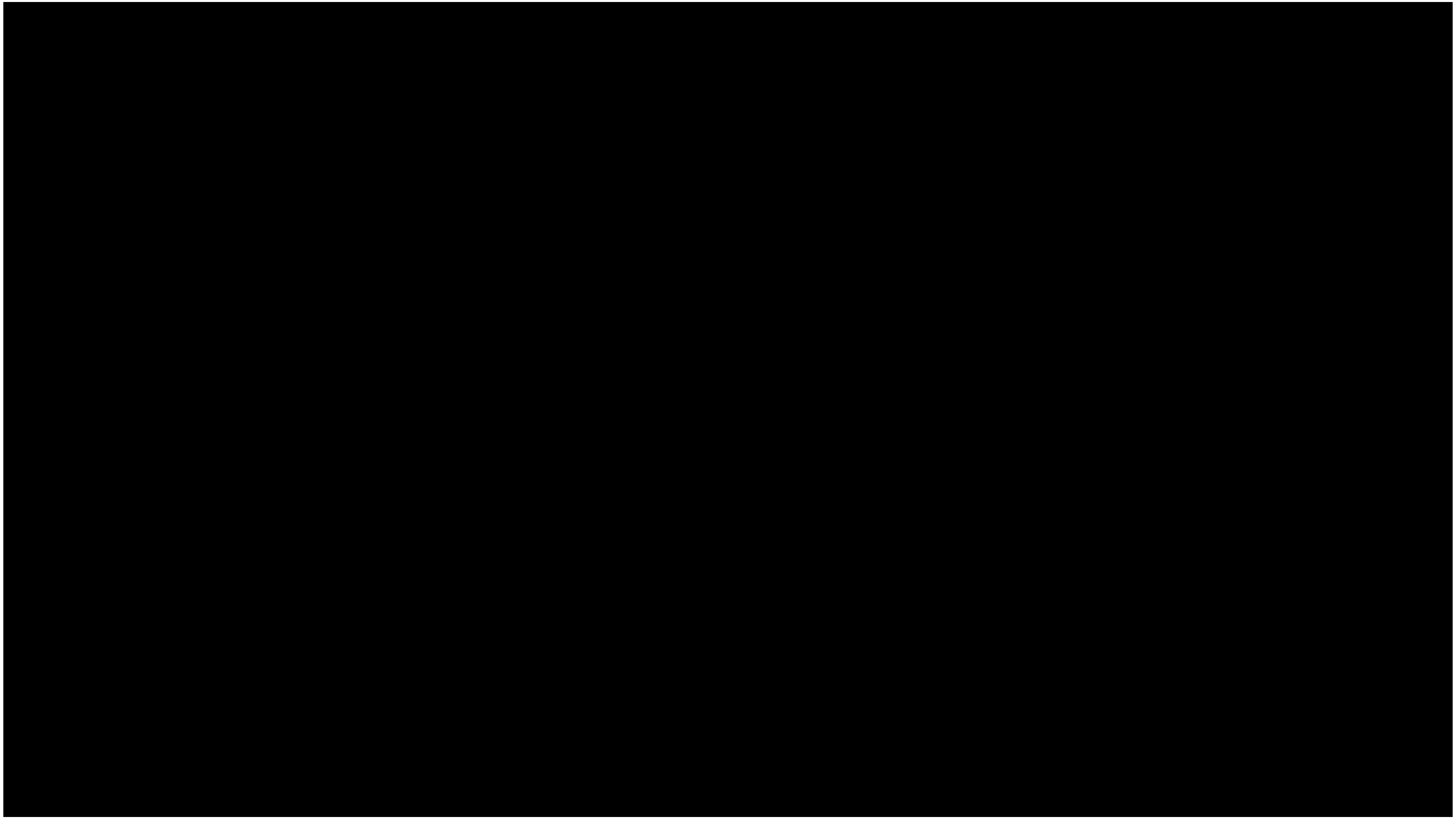
Dati due insiemi **A** e **B** (non vuoti) di R

$$\boldsymbol{f: A \to B}$$

$\boldsymbol{f}$ una relazione fra ***A*** e ***B***

Una **funzione è una relazione che** *ogni* elemento di ***A*** associa *uno e un solo* elemento di ***B***

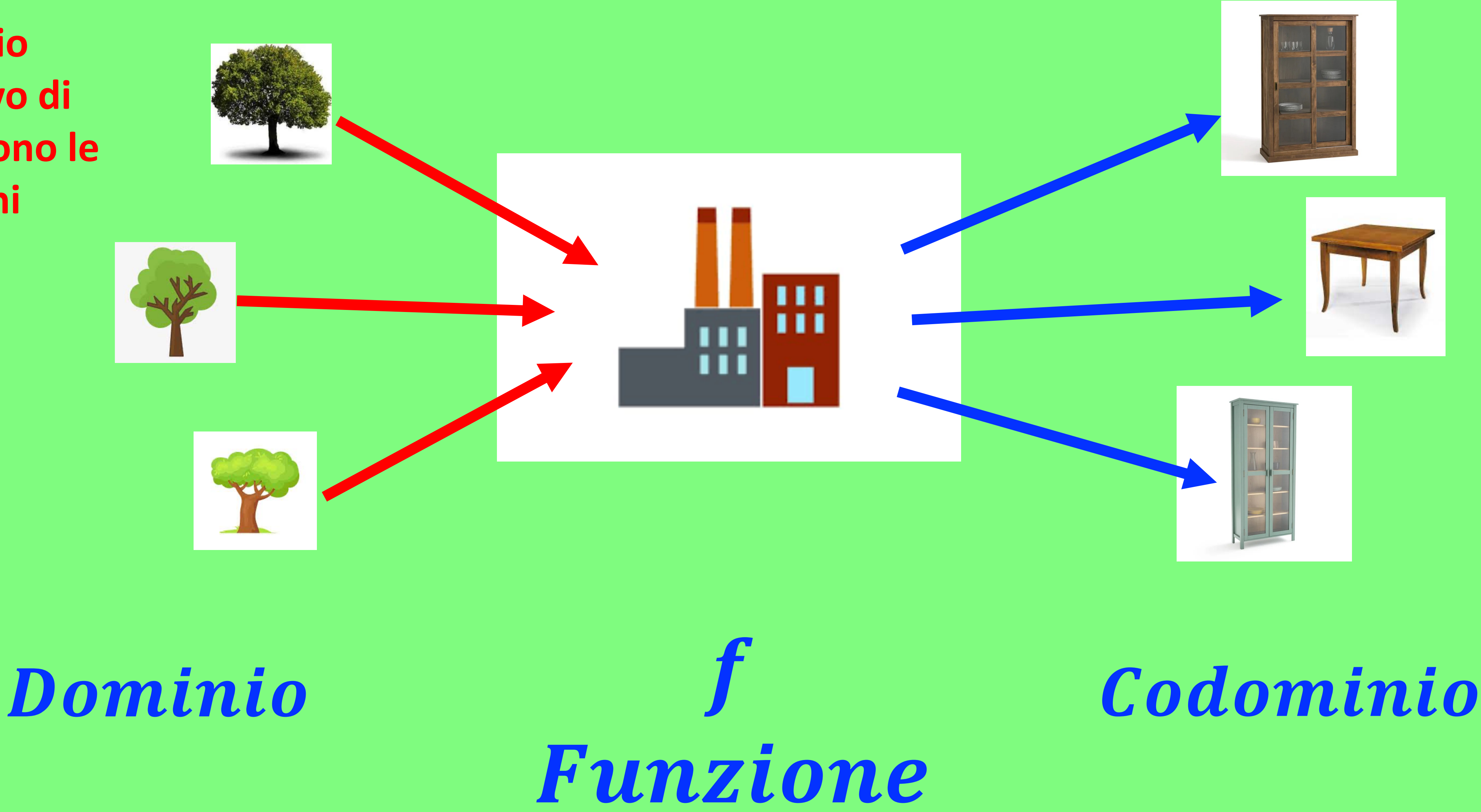
Incontriamo le funzioni



Mathematiké tèkne

Cosa sono le funzioni?

Esempio Intuitivo di Cosa sono le funzioni



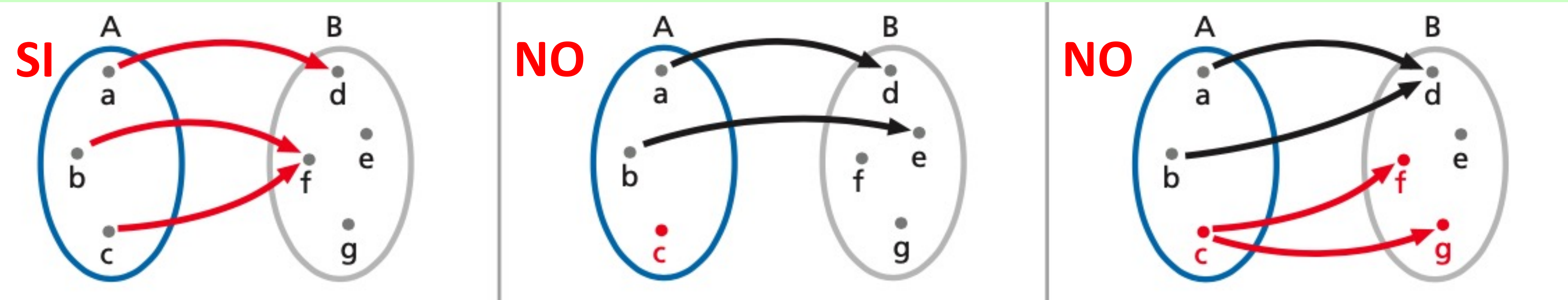
Definizione di funzione

Dati due insiemi **A** e **B** (non vuoti) di R

$\boldsymbol{f}$ una relazione fra ***A*** e ***B***

$$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{B}$$

una relazione è una **funzione** se a *ogni* elemento di ***A*** associa *uno e un solo* elemento di ***B***



a. La relazione è una funzione: da ogni elemento di *A* parte una sola freccia.

b. La relazione *non* è una funzione: *c* è un elemento di *A* che *non* è in relazione.

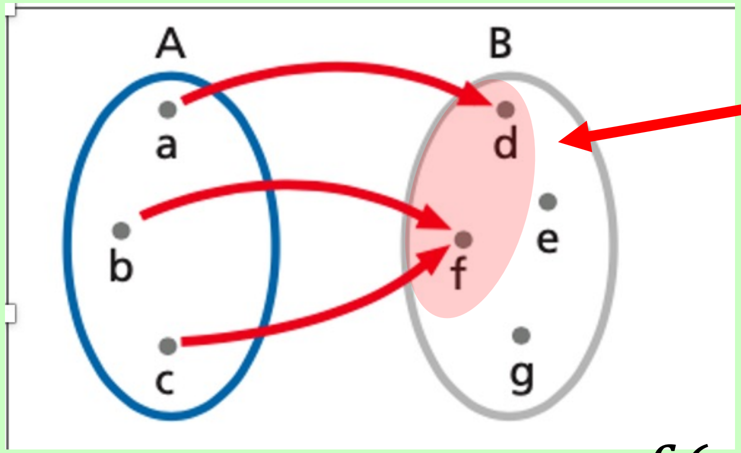
c. La relazione *non* è una funzione: all'elemento *c* di *A* corrispondono *due* elementi di *B*.

Se a $\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$ la funzione $\boldsymbol{f}$ associa $\boldsymbol{y} \in \boldsymbol{B}$, diciamo ***che*** $\boldsymbol{y}$ ***immagine di*** $\boldsymbol{x}$ mediante *f* e scriviamo:

$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{x} \rightarrow \boldsymbol{y}$ Oppure $y = f(x)$

DOMINIO

CODOMINIO



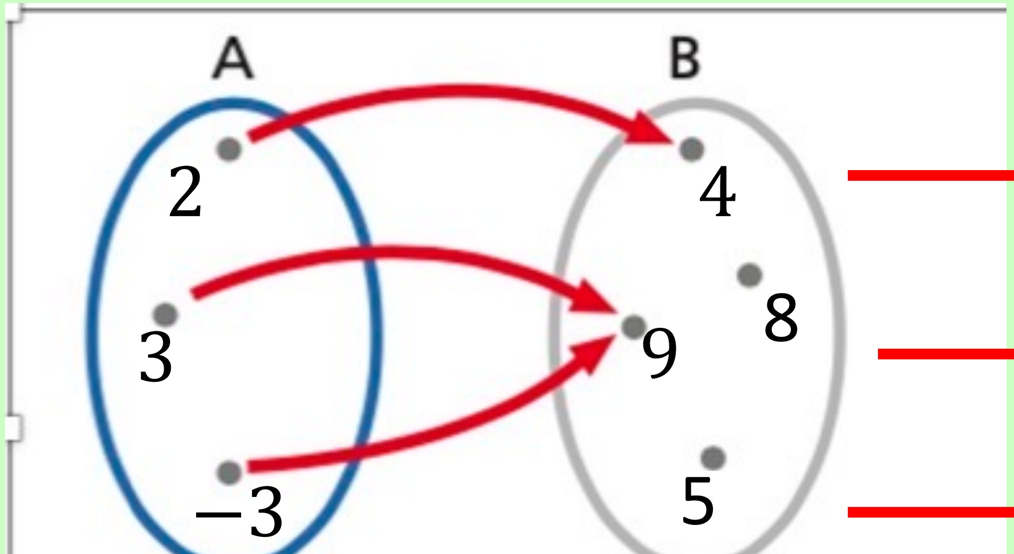
x

$y = f(x)$

Esempio

$y = f(x)$

$y = x^2$



$y = x^2$

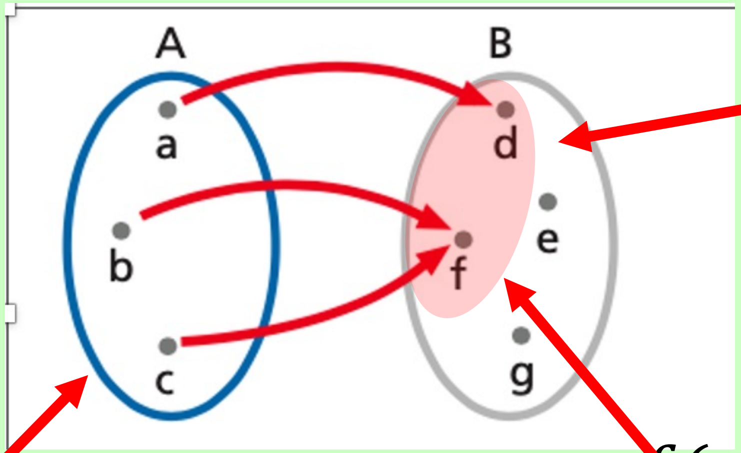
$y = 2^2 = 4$

$y = 3^2 = 9$

$y = (-3)^2 = 9$

DOMINIO

CODOMINIO



x $\qquad$ $y = f(x)$

x **è detta**
controimmagine
di *y*.

immagine di *x*
mediante la funzione *f*.

Il sottoinsieme di *B* formato dalle immagini degli elementi di *A* è detto **insieme immagine**.

Esempio

Stabiliamo se le seguenti curve rappresentano il grafico di una funzione.

Figura a

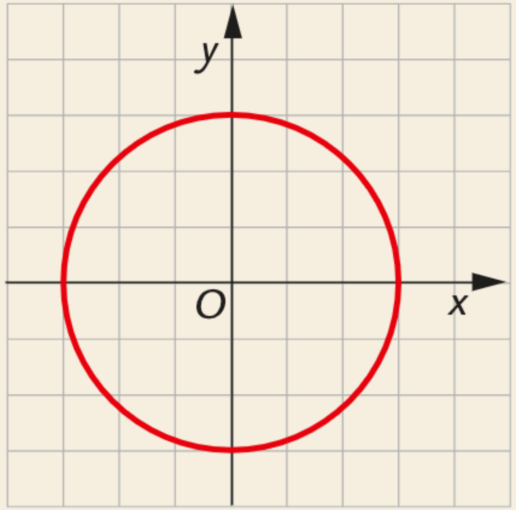
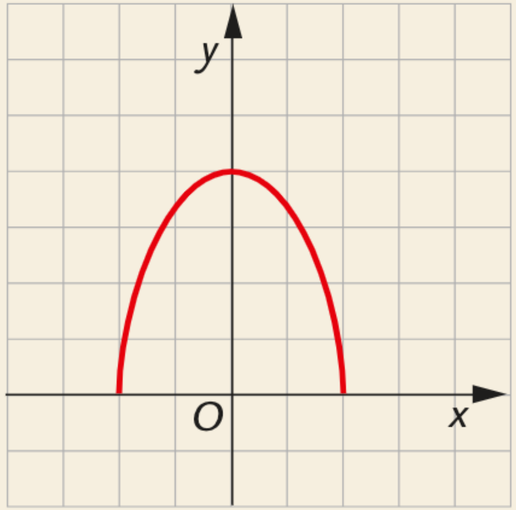
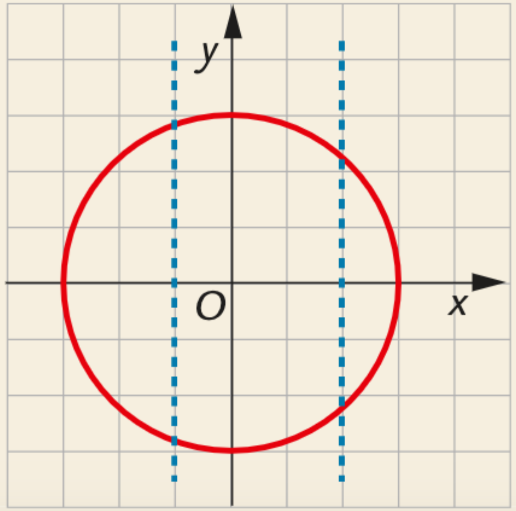


Figura b



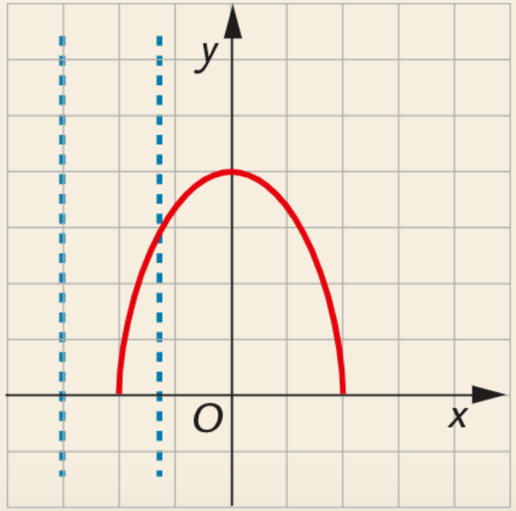
NO

Figura c



SI

Figura d



Classificazione delle Funzioni

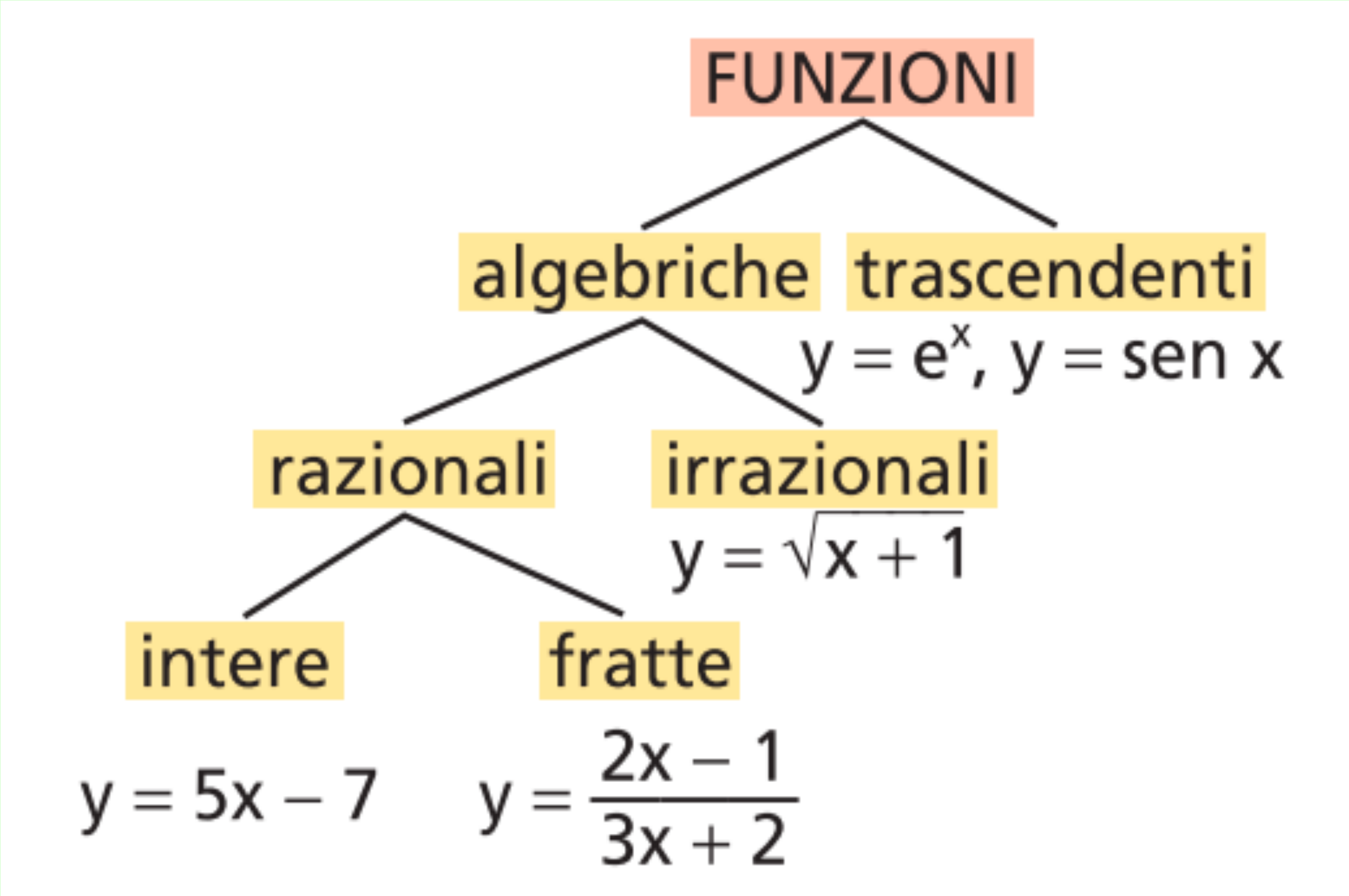
Razionale intera (o polinomiale) se è espressa mediante un polinomio; in particolare:

- se il polinomio è di 1° grado rispetto alla variabile x, la funzione si dice lineare;
- se il polinomio è di 2° grado, la funzione è detta quadratica;

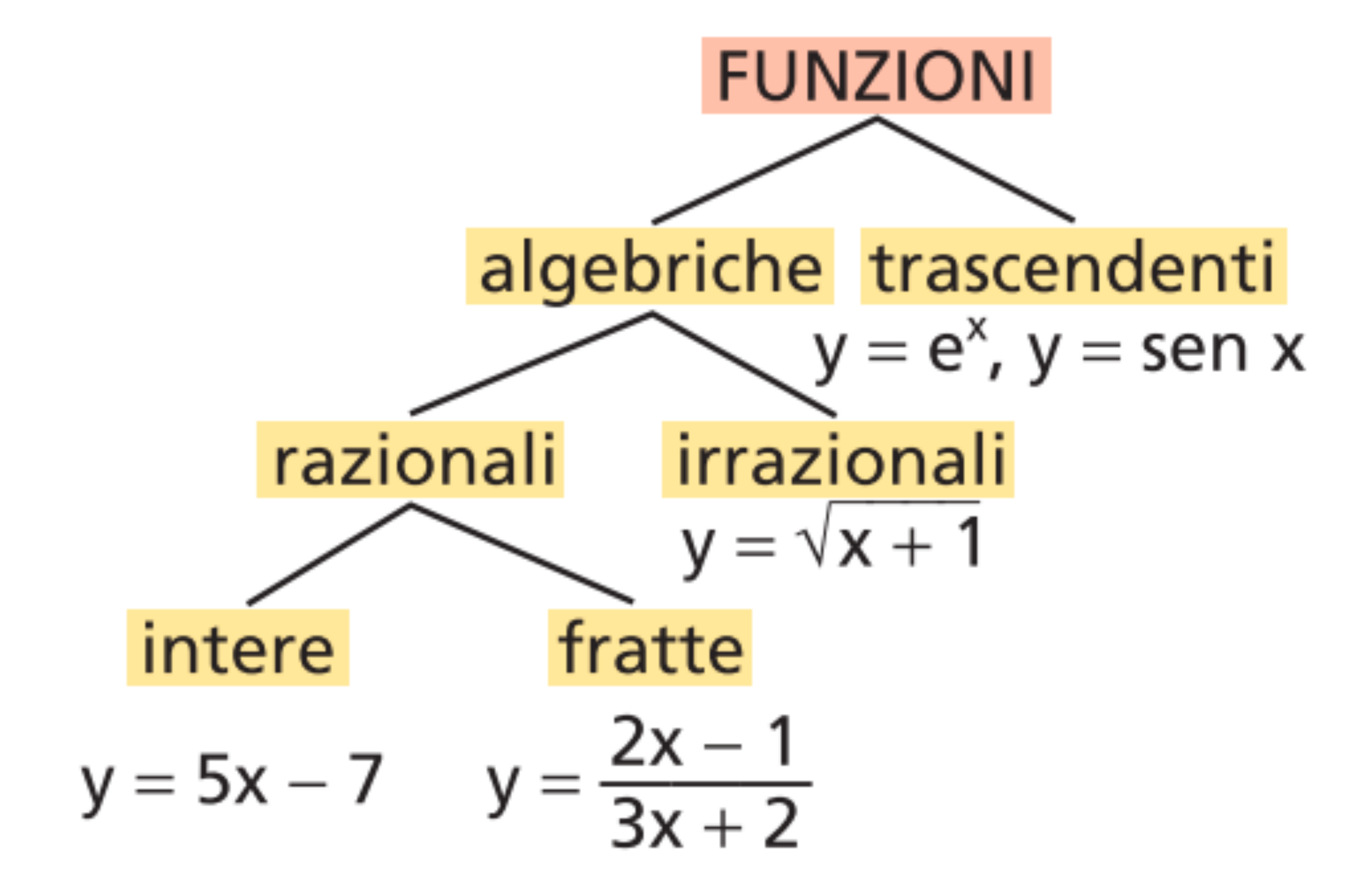
Razionale fratta se è espressa mediante quozienti di polinomi;

Irrazionale se la variabile indipendente x compare sotto il segno di radice

Trascendente se una funzione non è algebrica



Classificazione delle Funzioni



Funzioni numeriche

Funzioni numeriche

Se *A* e *B* sono numerici, le funzioni sono dette **funzioni numeriche**.

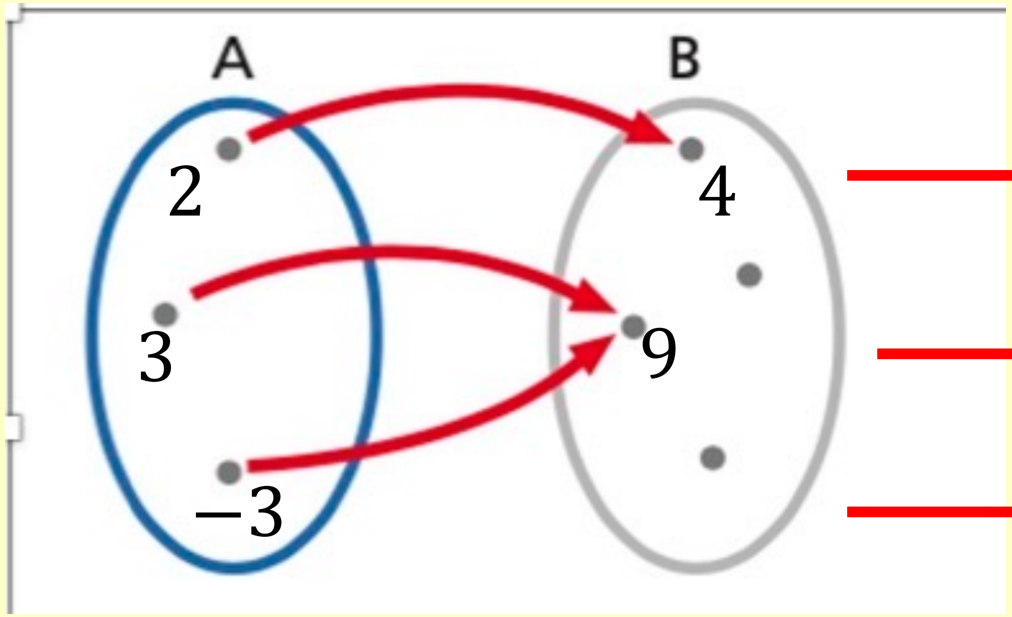
Esse sono descrivibili con un'**espressione analitica**, cioè una formula.

$$f : x \quad \rightarrow \quad x^2$$

Esempio

$y = f(x)$

$y = x^2$



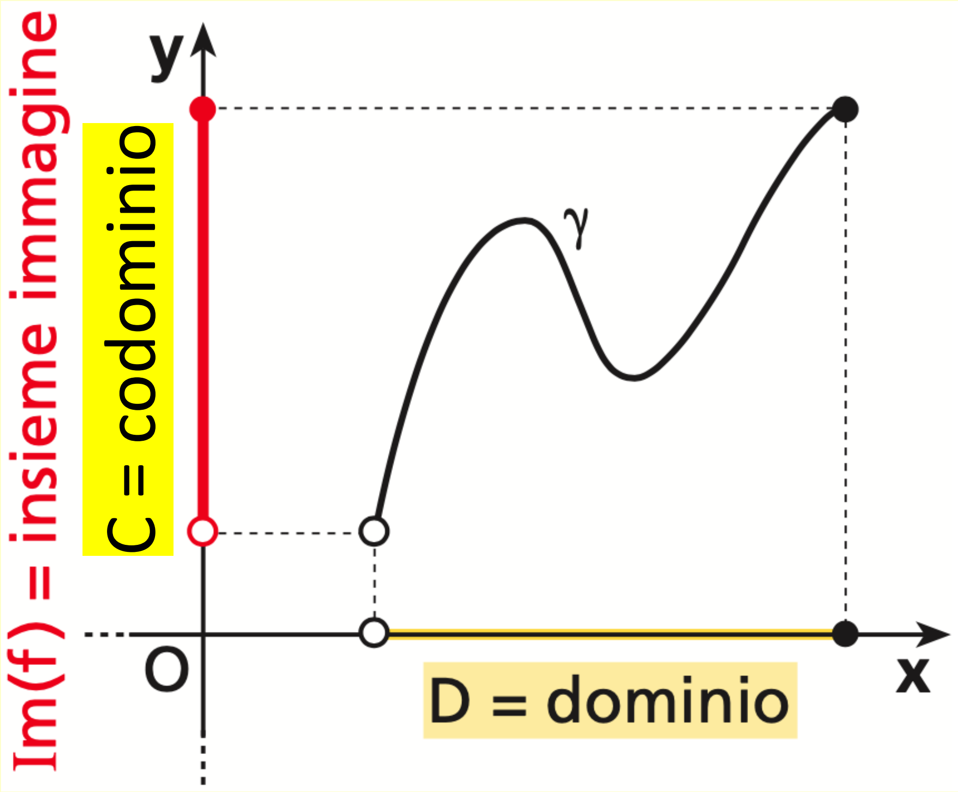
$y = 2^2 = 4$

$y = 3^2 = 9$

$y = (-3)^2 = 9$

Il valore che assume *y* dipende da quello attribuito a *x*: per tale motivo *y* si dice **variabile dipendente** e *x* si dice **variabile indipendente**.

Funzioni numeriche



Di una funzione numerica

si studia il **grafico**, ossia l'insieme dei punti $P(x; y)$ del piano cartesiano tali che $y = f(x)$.

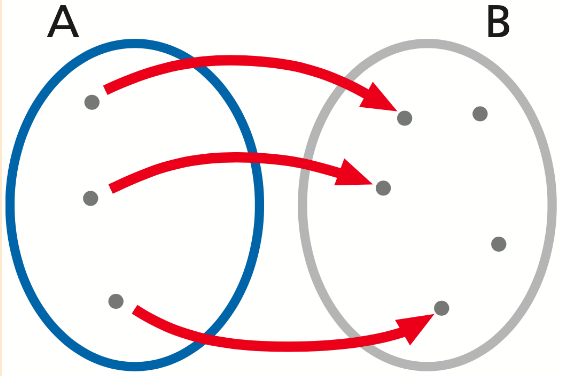
Il grafico è anche detto **diagramma cartesiano.**

L'espressione analitica di una funzione può avere due forme:

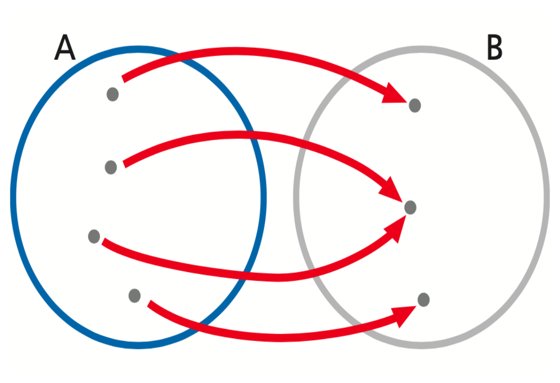
- **forma esplicita,** del tipo $y = 2x^2 - 1$;
- **forma implicita,** del tipo $2x^2 - y - 1 = 0$.

Funzioni
Iniettive, suriettive, biiettive

Funzioni Iniettive



È una funzione iniettiva
Perchè ad ogni elemento del codominio arriva al massimo
una freccia del dominio



Non è una funzione **iniettiva**

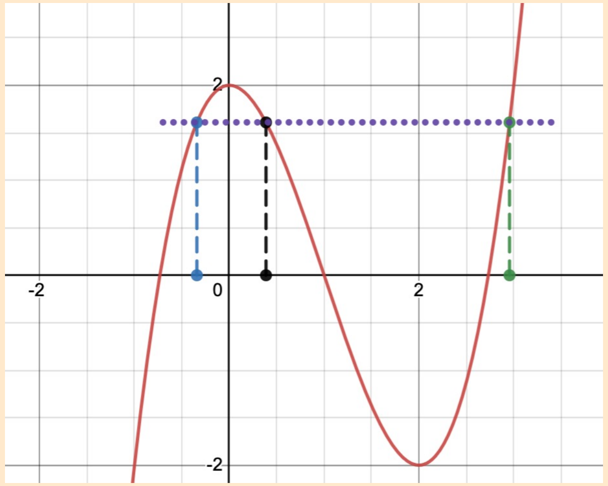
DEFINIZIONE

Una funzione da *A* a *B* è **iniettiva** se ogni elemento di *B* è immagine di al più un elemento di *A*.

Esempio funzioni iniettive

Iniettiva

ad ogni x corrisponde una sola y



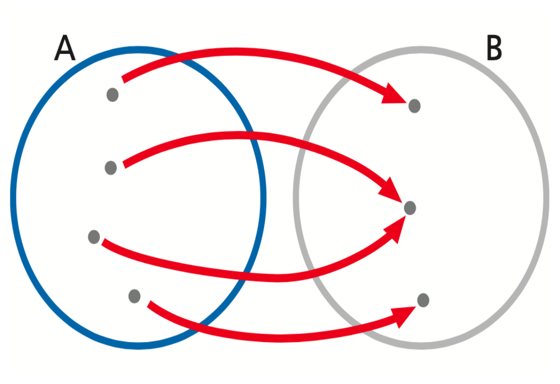
Non è iniettiva

ci sono tre punti che hanno la stessa ordinata

Funzioni Suriettive

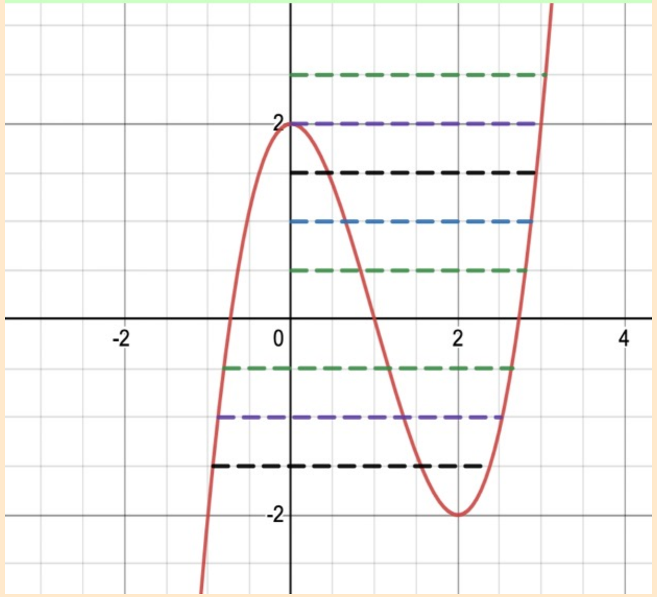
DEFINIZIONE

Una funzione da A a B è **suriettiva** se $\forall y \in B$ esiste almeno un elemento $x \in A$ tale che $f(x) = y$



È una funzione suriettiva

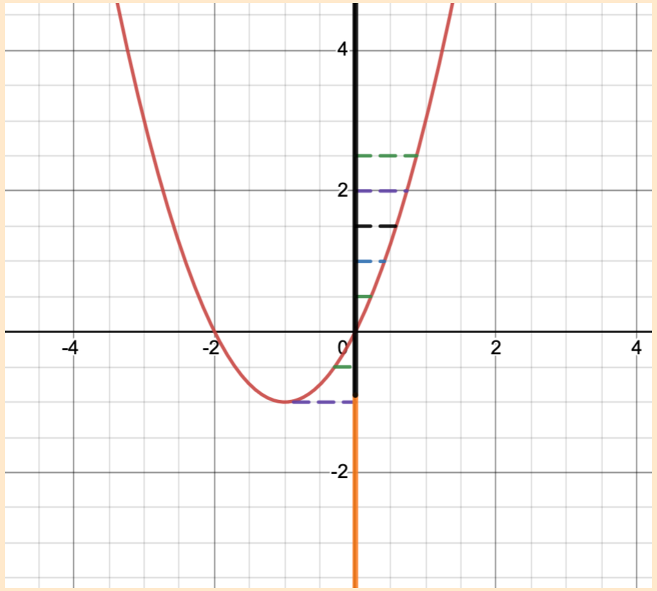
Se su ciascun elementi del codominio atterra almeno una freccia
Il codominio B deve essere coperto da elementi del dominio



È una funzione suriettiva

Perché come possiamo vedere tutta la Y è coperta.

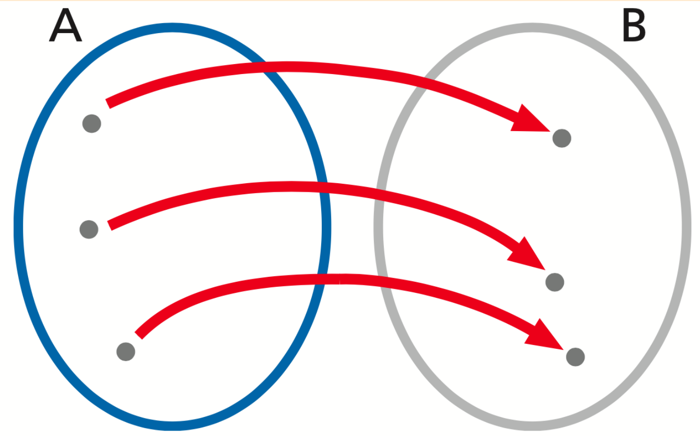
Tutti i punti della funzione avranno qualche numero reale.



Non è suriettiva

La Y non è coperta tutta.
I punti in giallo sulla Y non sono coperti da X

Funzioni Biiettive → Iniettive + Suriettive



Per essere una **Biettiva**, deve partire una freccia da ciascun elemento del Dominio e arrivare verso ciascun elemento del Codominio.

Nel codominio non può esserci nessun elemento scoperto

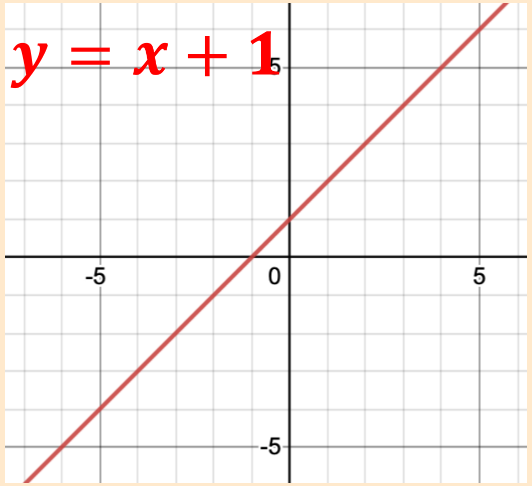
Nel codominio non possono esserci elementi al quale arrivano più frecce

Se **A** e **B** hanno un numero finito di elementi ed esiste una funzione **biiettiva** da **A** a **B**, allora per forza di cose **A** e **B** devono avere lo stesso numero di elelemnti

Ecco perché le funzioni biiettive in inglese vengono chiamate **«one-to-one matches»,** (corrispondenze uno a uno)

Funzioni Biiettive → Iniettive + Suriettive

Esempio di funzione BIlettiva



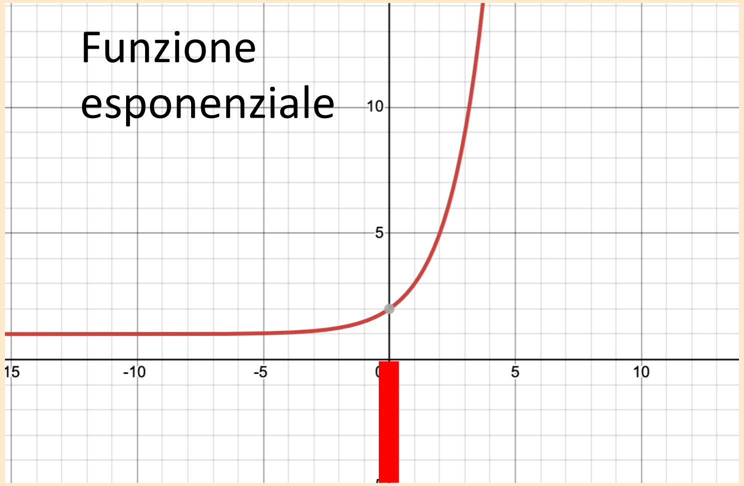
È una funzione Biiettiva

Per qualsiasi x io scelgo nel dominio esiste sempre uno e uno solo corrispondente y nel codominio.

$f(x) = x + 1$

$f: R \to R$

Iniettiva



$f(x) = 2^x$

$f: R \to R$

ad ogni x corrisponde una sola y

Iniettiva,

Perché non tutta la Y è coperta

Non Suriettiva

Non Biiettiva

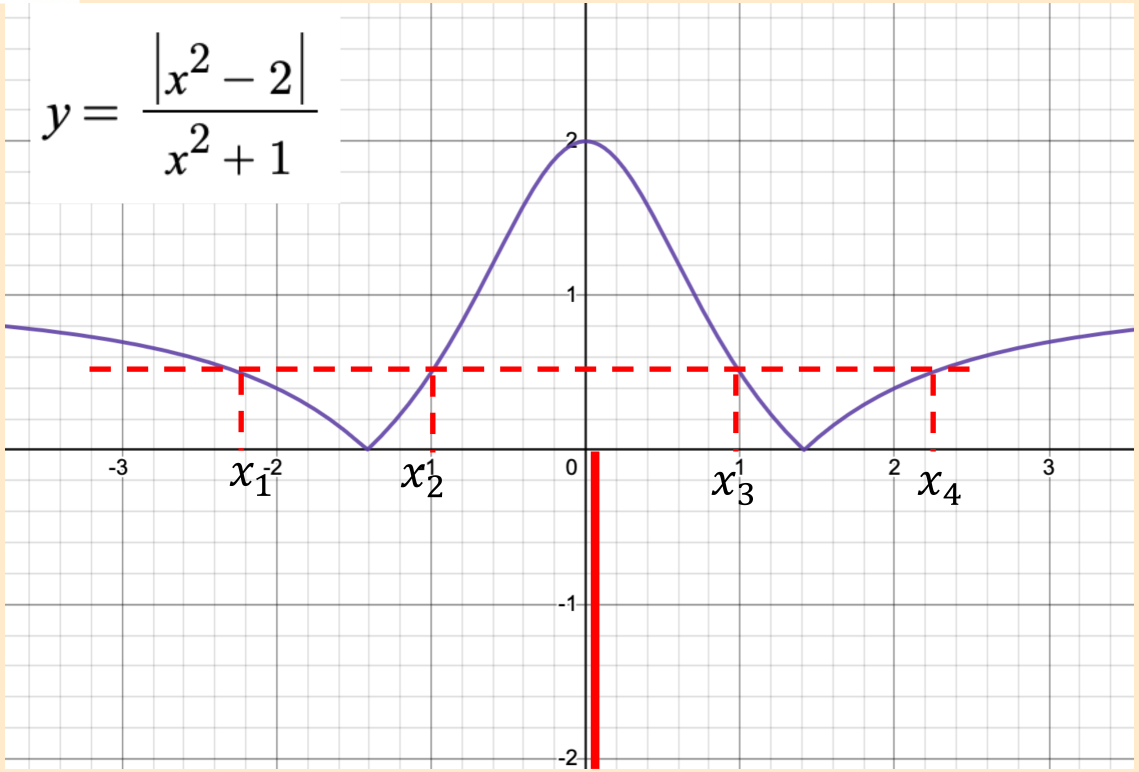
$f: R \to [0, +\infty[$

Iniettiva

Suriettiva

Biiettiva

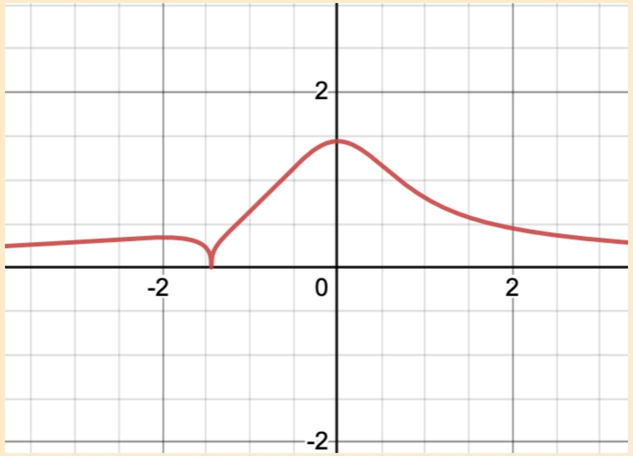
Funzioni NON Iniettive , Non Suriettive



$f : R \to R$

non è iniettiva perchè diversi punti hanno la stessa ordinata

non è surriettiva perché l'asse Y non è completamente Coperto, su diversi punti della Y non arriva nessuna freccia



$f : R \to R$

non è iniettiva perché diversi punti hanno la stessa ordinata

non è surriettiva perché l'asse Y non è completamente Coperto, su diversi punti della Y non arriva nessuna freccia

Esercizi funzioni iniettive, suriettive, biiettive

Data la funzione f definita in R stabilire se la seguente funzione $f(x) = -x - 3$ nell'intervallo $[-2, 2]$ è iniettiva, suriettiva, biettiva o altro

Insert Web Page

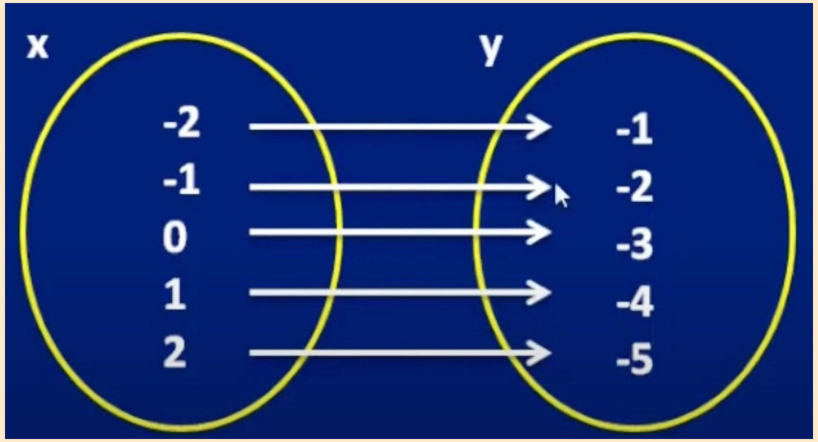
This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/uyhrfc7ijv?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

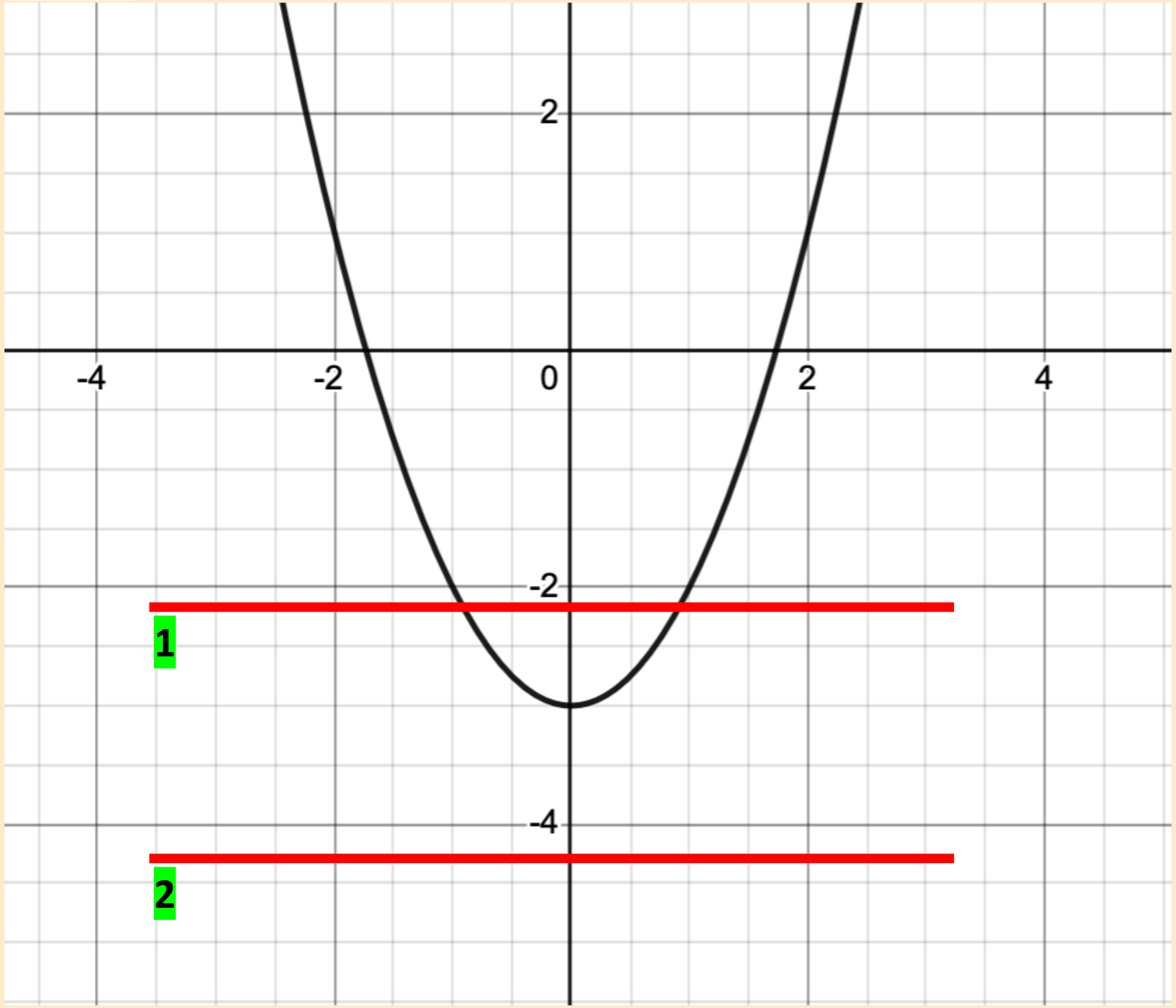
Preview



Iniettiva, Surriettiva

Quindi Biiettiva

Esercizi funzioni iniettive, suriettive, biiettive



Tracciamo una retta

Se questa tocca la curva in un solo punto è Biettiva
In questo caso la tocca in due punti, quindi: **non è Biettiva e non è Iniettiva**

Tracciamo una seconda retta

Per essere suriettiva in qualunque punto traccio una retta, ci deve essere un punto di contatto con il grafico.

Quindi la funzione **non è surriettiva**

Dominio naturale

o

Campo di Esistenza. (C.E.)

Dominio naturale o Campo di Esistenza, CE di $y = f(x)$

Dati due insiemi **A** e **B** (non vuoti) di R

Una **funzione è una relazione che** *ogni* elemento di ***A*** associa *uno e un solo* elemento di ***B***

Tecnicamente Sono questi i 3 oggetti che definiscono una funzione

$\boldsymbol{f}$ Relazione

$\boldsymbol{A}$ Dominio

$\boldsymbol{B}$ Codominio

$$\boldsymbol{f}: \boldsymbol{A} \to \boldsymbol{B}$$

Dominio

Codominio

Tecnicamente dovrei prima definire il dominio della relazione e poi stabilire il codominio attraverso la funzione.

Praticamente quando facciamo esercizi succede che prima definisco una funzione e su questa trovare il dominio.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})$$

Un po una contraddizione , ma…..

Dominio naturale o Campo di Esistenza, CE di $y = f(x)$

DEFINIZIONE

Il **Dominio naturale** è l'insieme dei valori reali *x* per cui esiste il corrispondente valore reale *y*.

ESEMPIO

Nella funzione

$$y = \sqrt{x}$$

È valida per valori del radicando $x \geq 0$

Il **dominio naturale *D*** è: $x \geq 0. \rightarrow. \ x \geq 0 \ con \ x \in \mathbb{R}$

Per $x < 0$ → $y = \sqrt{x}.$ la radice perde di significato

Mathematiké
tèkne

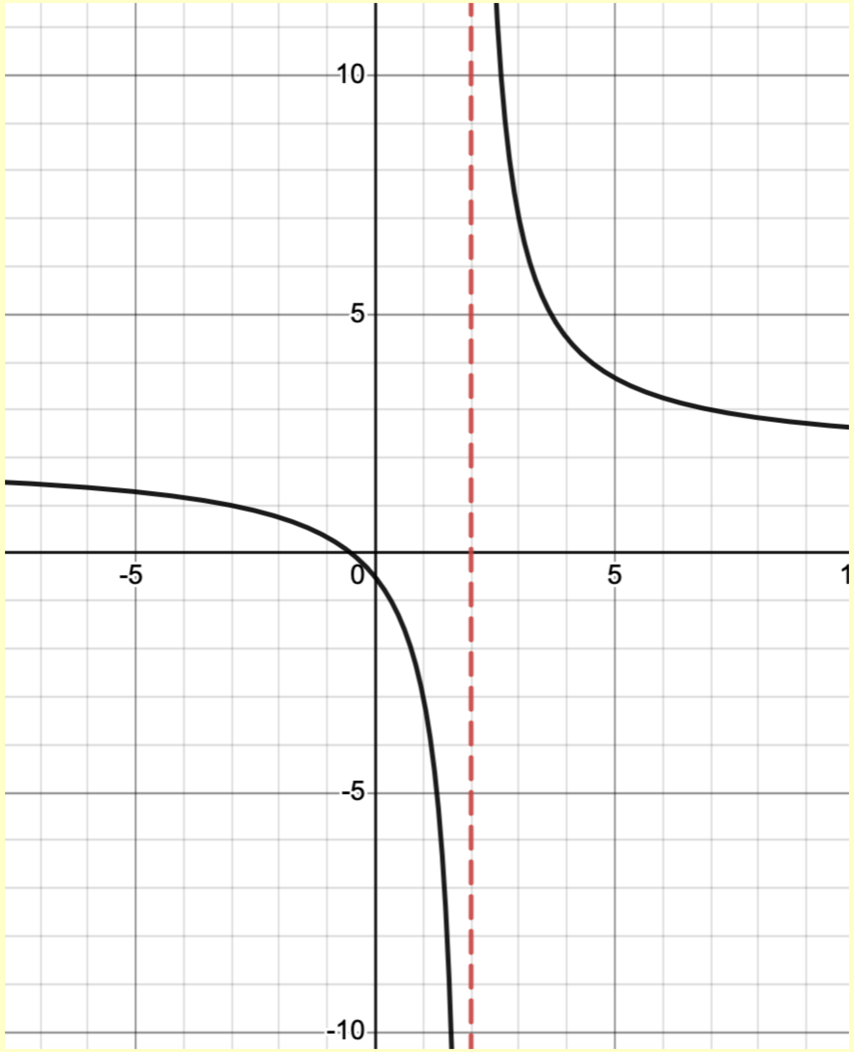
ESEMPIO

Nella funzione

$$\mathbf{y} = \frac{\mathbf{2}\boldsymbol{x} + \mathbf{1}}{\boldsymbol{x} - \mathbf{2}}$$

È valida per valori del radicando $x \neq 2$

Il **dominio naturale *D*** è: $\{x \in \mathbb{R} \,|x \neq 2\}$



ESEMPIO

Nella funzione

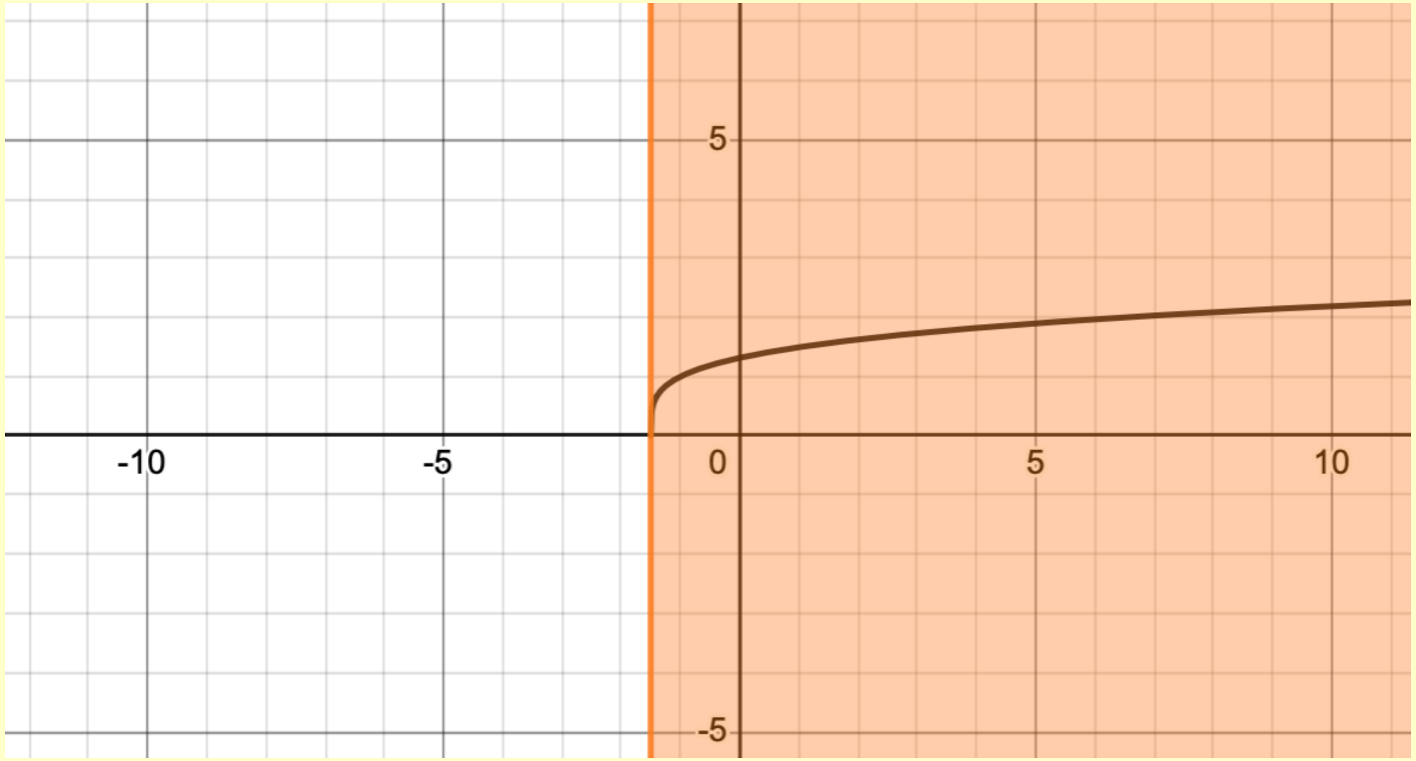
$$\mathbf{y} = \sqrt[4]{\mathbf{2x + 3}}$$

È valida per valori del radicando

$$2x + 3 \geq 0$$

$$x \geq -\frac{3}{2}$$

Il **dominio naturale *D*** è: $\left\{x \in \mathbb{R} \,|\, x \geq -\frac{3}{2}\right\}$



ESEMPIO

Data la funzione

$$y = \sqrt{x - 2}$$

Per trovare il dominio naturale della funzione dobbiamo porre $x - 2 \geq 0.$

Il **dominio naturale *D*** è: $x - 2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2 \; con \; x \in \mathbb{R}$

Per $x < 2 \rightarrow y = \sqrt{x - 2}.$ la radice perde di significato

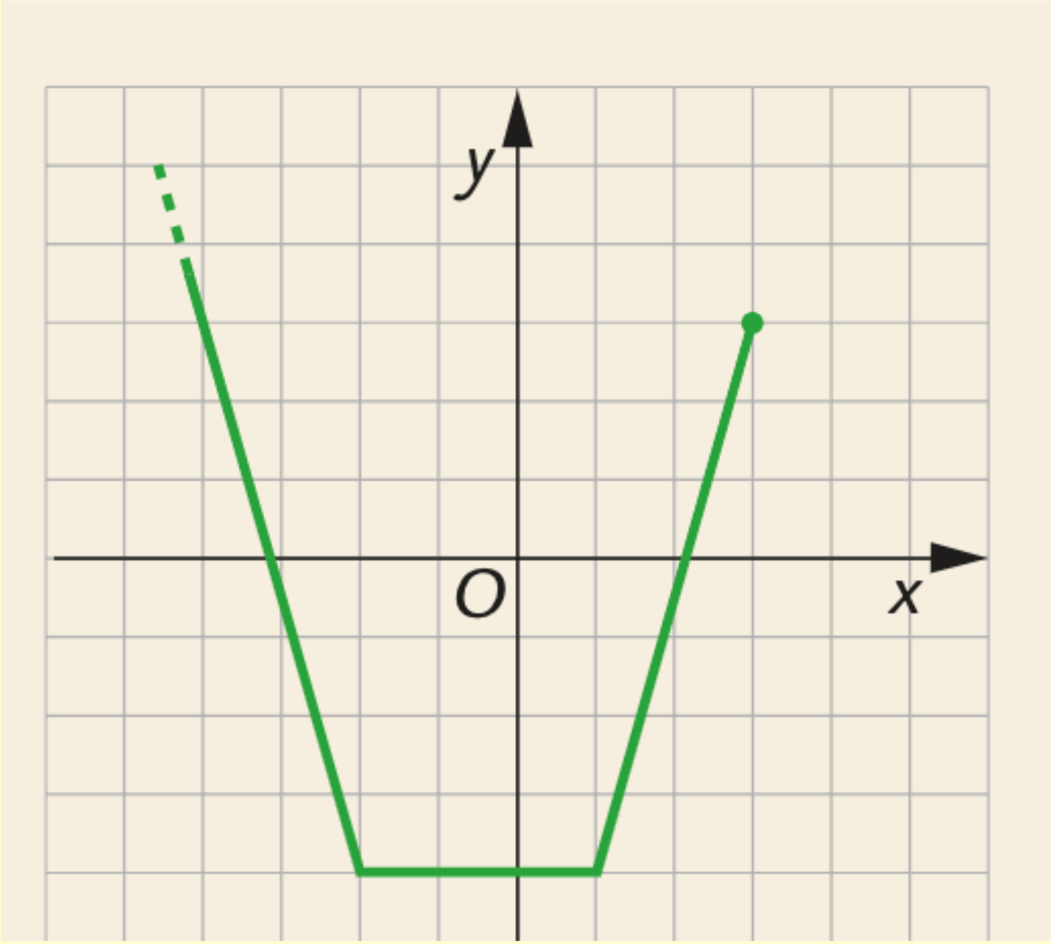
DEFINIZIONE

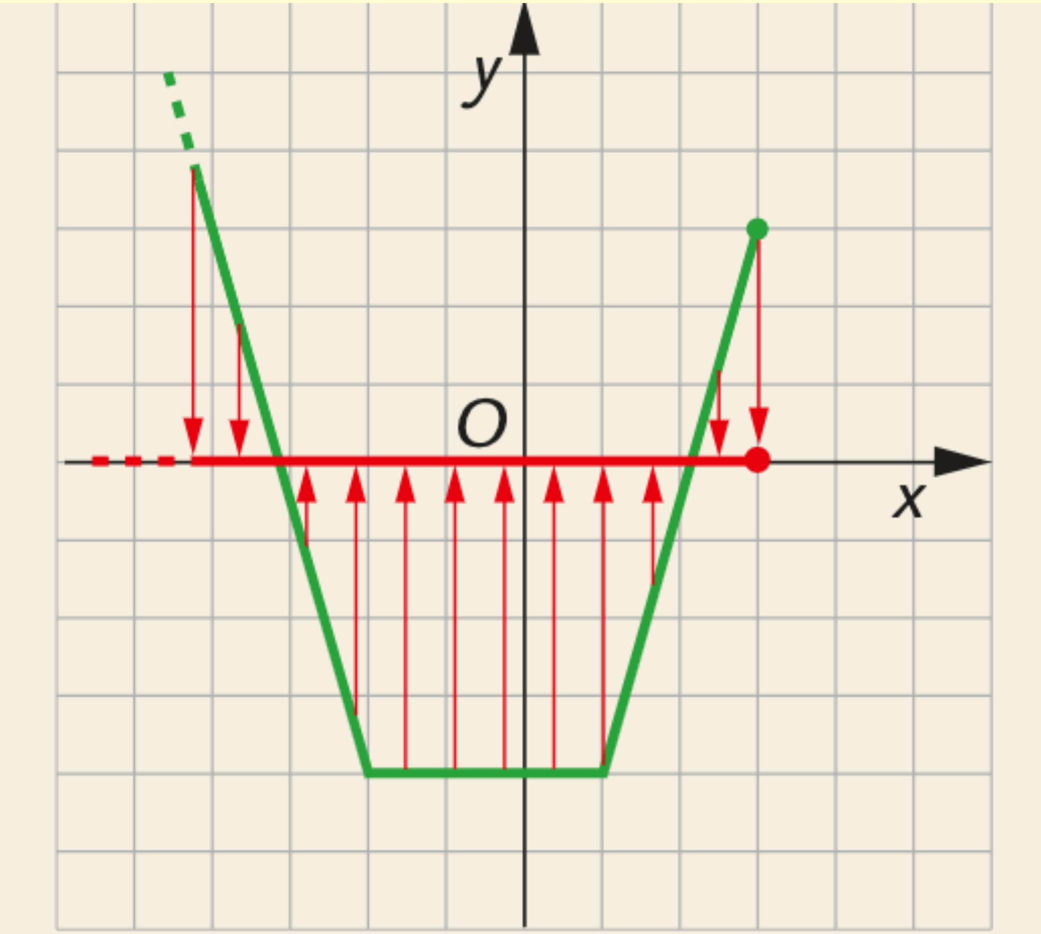
y = *f*(*x*) e *y* = *g*(*x*) sono **funzioni uguali** se hanno lo stesso dominio *D* e

Quindi: *f*(*x*) = *g*(*x*) per ogni *x* ∈ *D*

Esempio

Trovare il dominio della seguente funzione





$D = \{x \in \mathbf{R}: x \leq 3\}$ ovvero l'intervallo $(-\infty, 3]$

Mathematiké tèkne

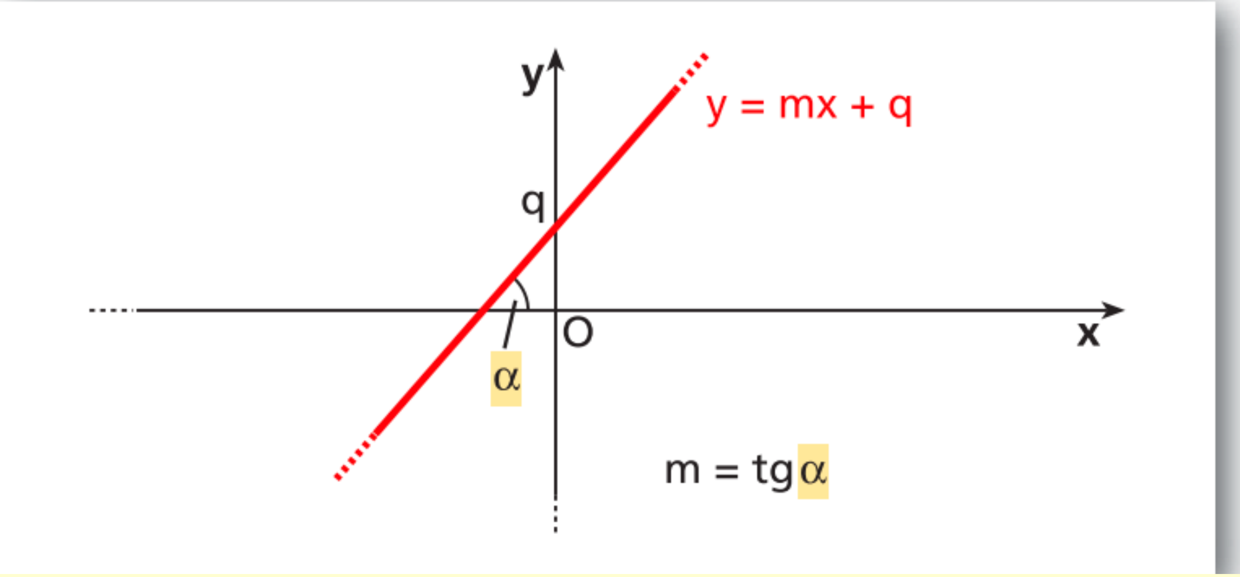
Domini delle principali funzioni

Funzione	Dominio naturale
Funzioni razionali intere: $y = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_n$	$\mathbb{R}$
Funzioni razionali fratte: $y = \dfrac{P(x)}{Q(x)}$ (P e Q polinomi)	$\mathbb{R}$ esclusi i valori che annullano $Q(x)$
Funzioni irrazionali: $y = \sqrt[n]{f(x)}$	$\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \geq 0\}$, se n è pari dominio di $f(x)$, se n è dispari
Funzioni logaritmiche: $y = \log_a f(x) \quad a > 0, a \neq 1$	$\{x \in \mathbb{R} \mid f(x) > 0\}$
Funzioni esponenziali: $y = a^{f(x)} \quad a > 0, a \neq 1$	dominio di $f(x)$
Funzioni goniometriche:	
$y = \operatorname{sen} x$, $y = \cos x$	$\mathbb{R}$
$y = \operatorname{tg} x$	$\mathbb{R} - \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi\right\}$
$y = \operatorname{cotg} x$	$\mathbb{R} - \{k\pi\}$
$y = \operatorname{arcsen} x$, $y = \arccos x$	$[-1; 1]$
$y = \operatorname{arctg} x$, $y = \operatorname{arccotg} x$	$\mathbb{R}$

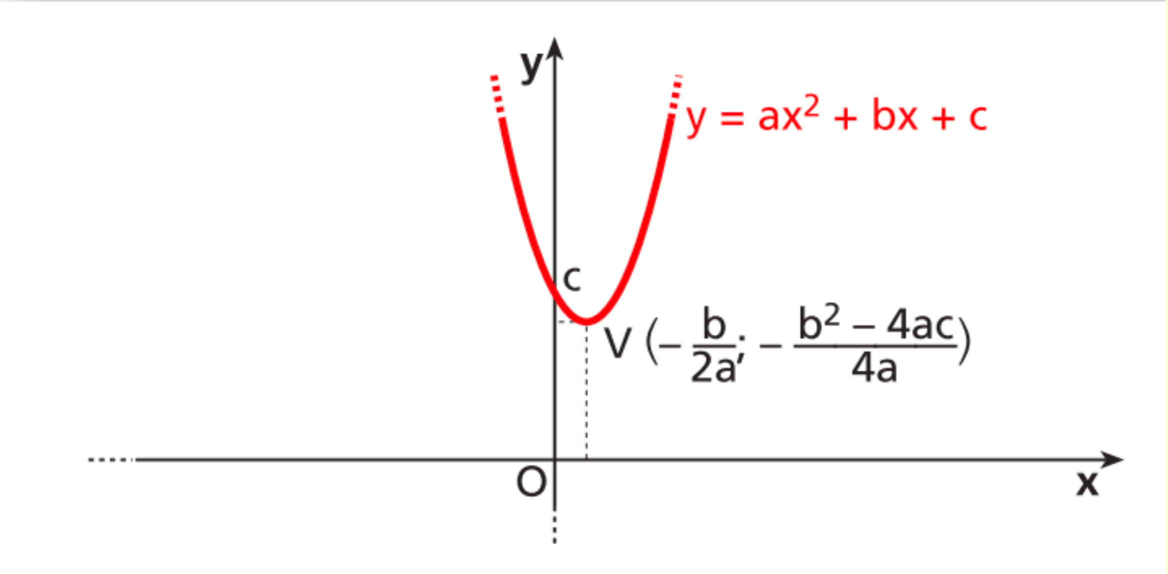
Mathematiké tèkne

Grafici di alcune funzioni

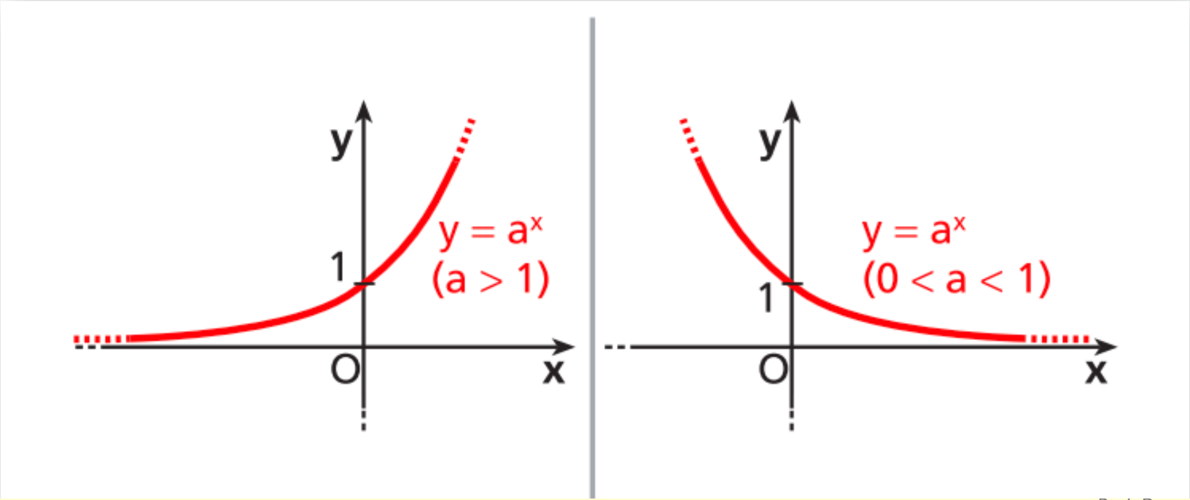
La funzione lineare



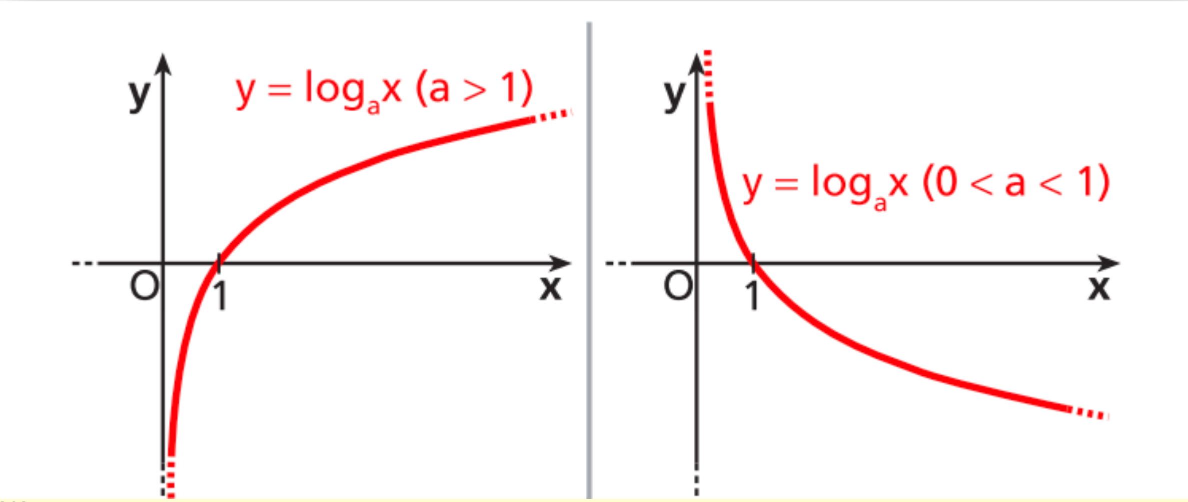
La funzione quadratica



La funzione esponenziale

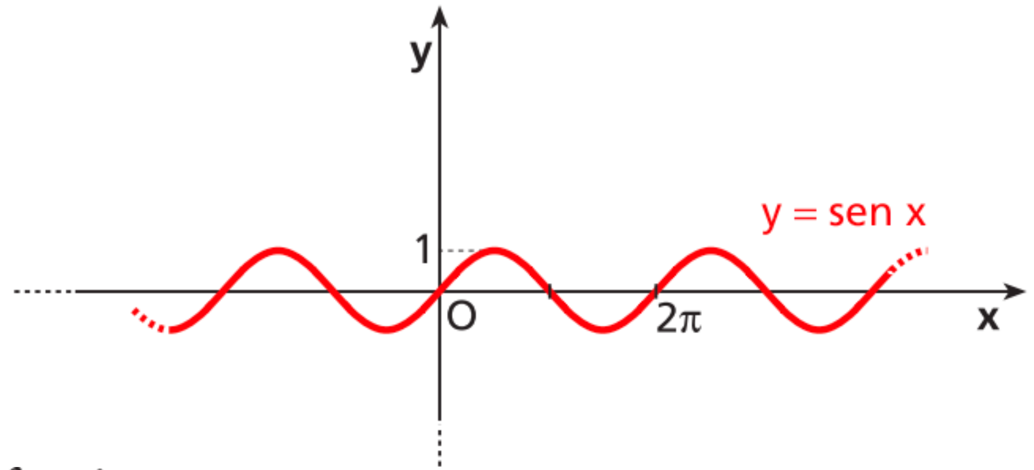


La funzione logaritmica

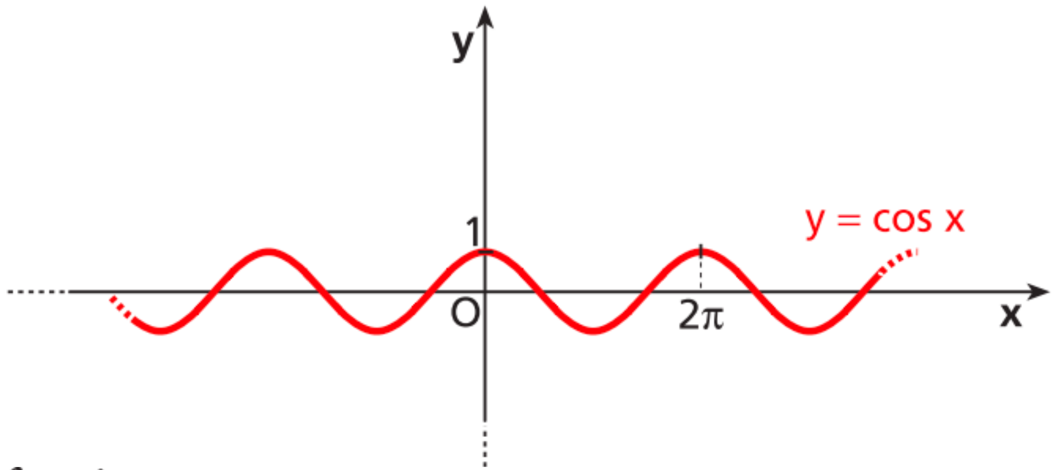


Grafici di alcune funzioni

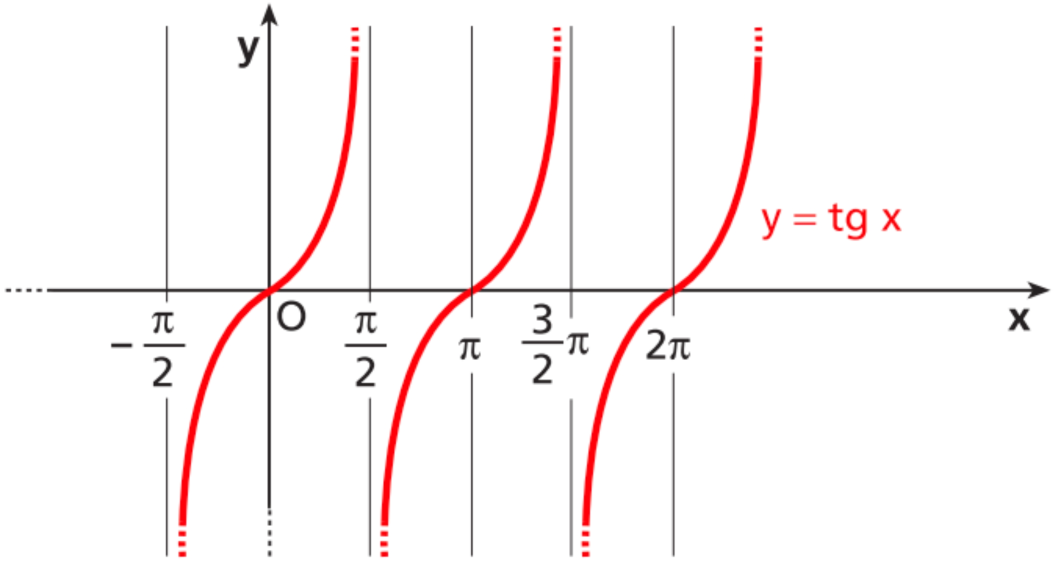
La funzione seno



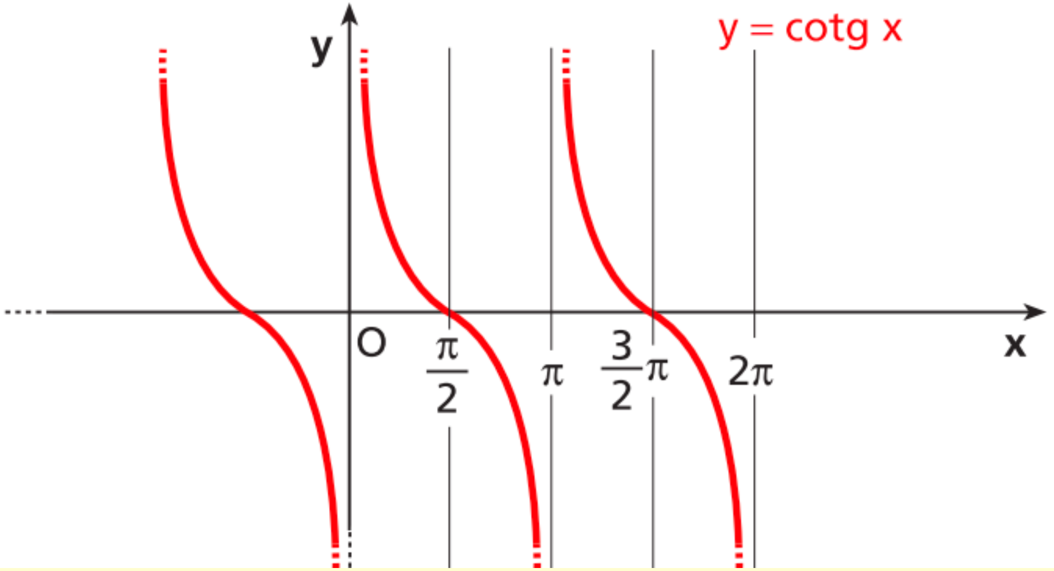
La funzione coseno



La funzione tangente



La funzione cotangente



Mathematiké tèkne

Intervalli in R

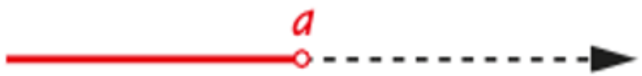
Intervalli limitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Intervallo **chiuso**	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	
Intervallo **aperto**	(a, b)	$a < x < b$	
Intervallo **chiuso a sinistra e aperto a destra**	$[a, b)$	$a \leq x < b$	
Intervallo **chiuso a destra e aperto a sinistra**	$(a, b]$	$a < x \leq b$	

Mathematiké tèkne

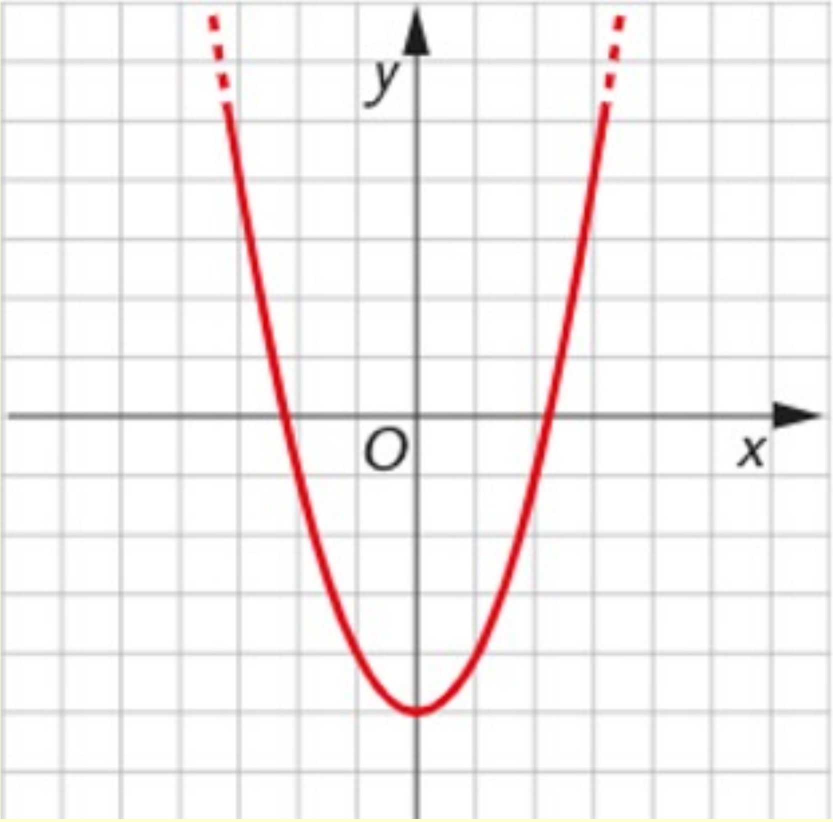
Intervalli in R

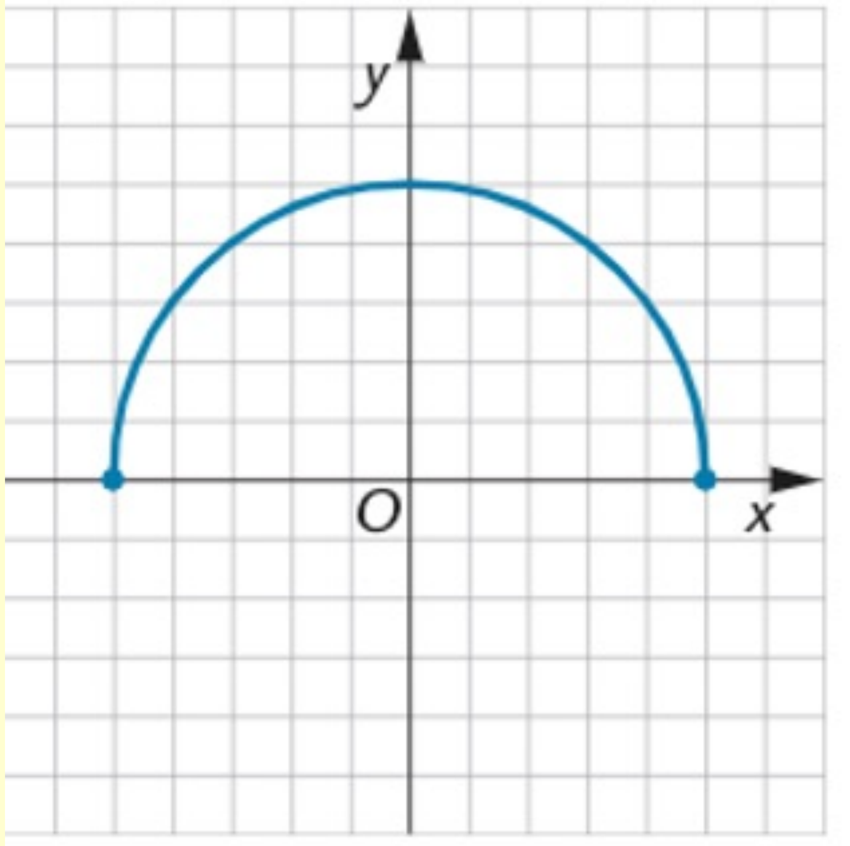
Intervalli illimitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Chiuso, illimitato a destra	$[a, +\infty)$	$x \geq a$	
Aperto, illimitato a destra	$(a, +\infty)$	$x > a$	
Aperto, illimitato a sinistra	$(-\infty, a)$	$x < a$	
Chiuso, illimitato a sinistra	$(-\infty, a]$	$x \leq a$	

Esercizio

39 Deduci dal grafico il dominio delle seguenti funzioni (il tratteggio agli estremi del grafico indica che esso prosegue indefinitamente).



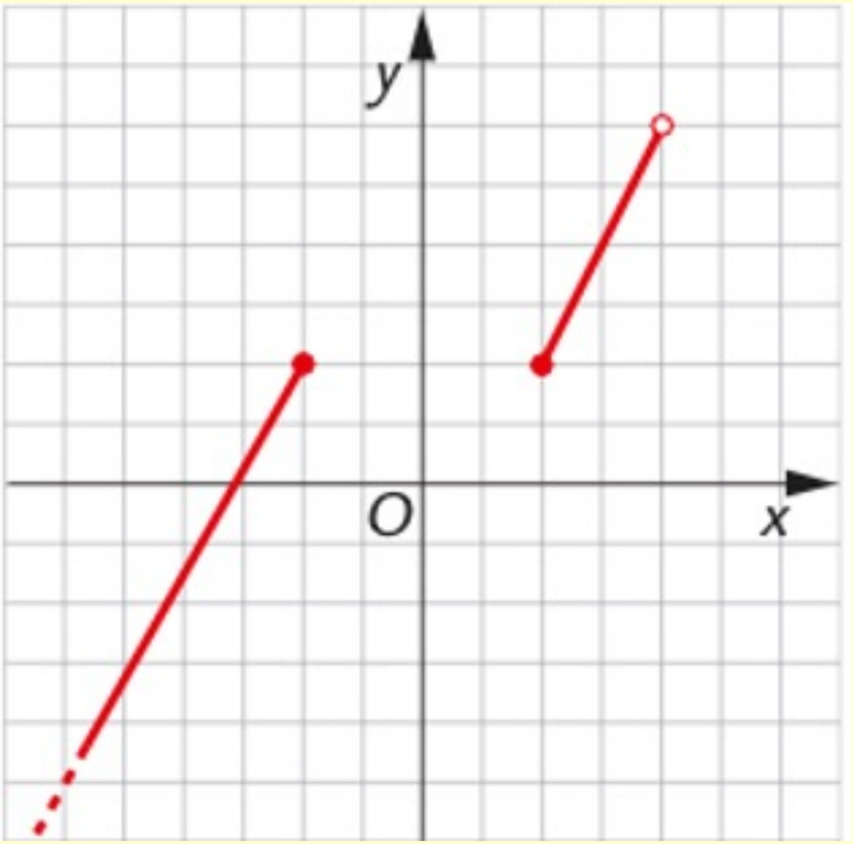


$\forall x \in \mathbb{R} \quad (-\infty, +\infty)$

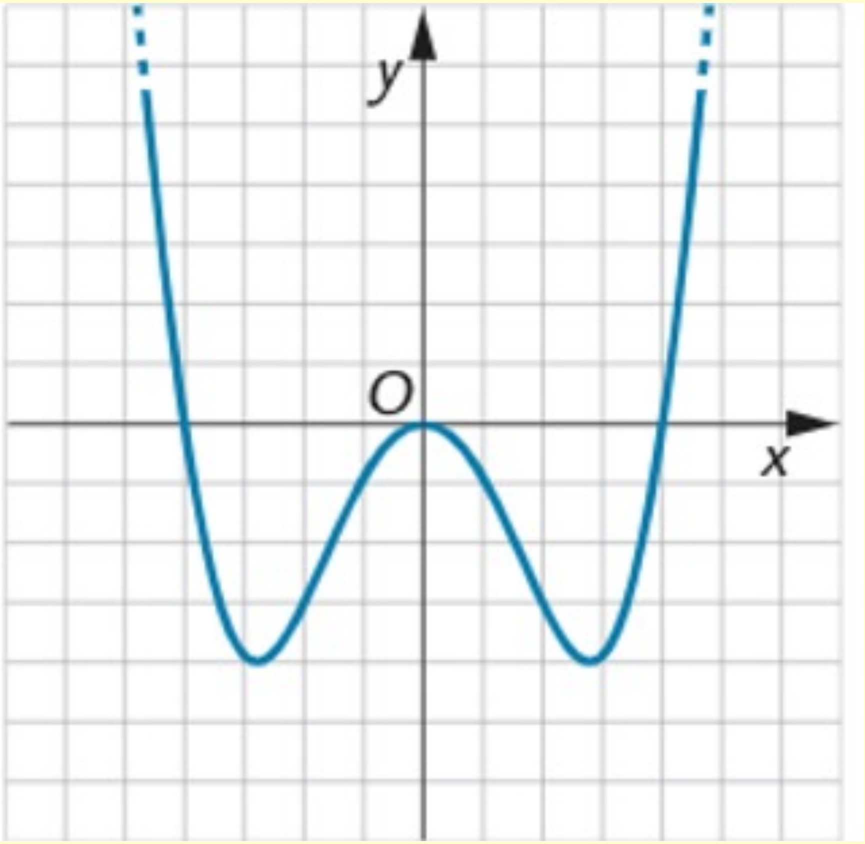
$[-5, +5]$

Esercizio

39 Deduci dal grafico il dominio delle seguenti funzioni (il tratteggio agli estremi del grafico indica che esso prosegue indefinitamente).



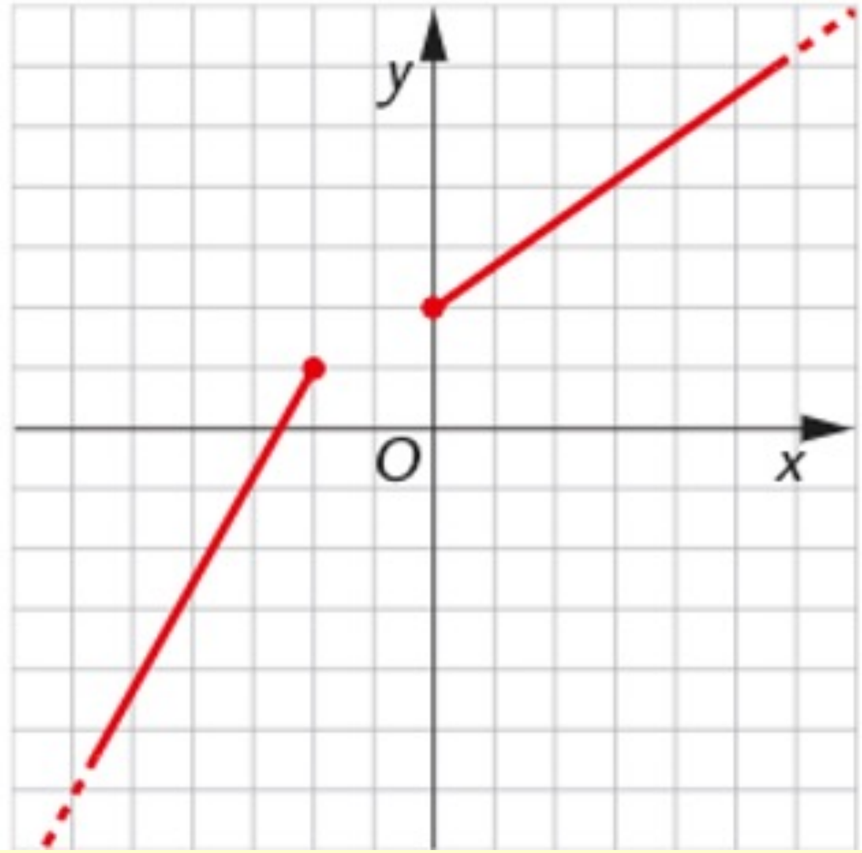
$$(-\infty, -2] \cup [2, 4)$$



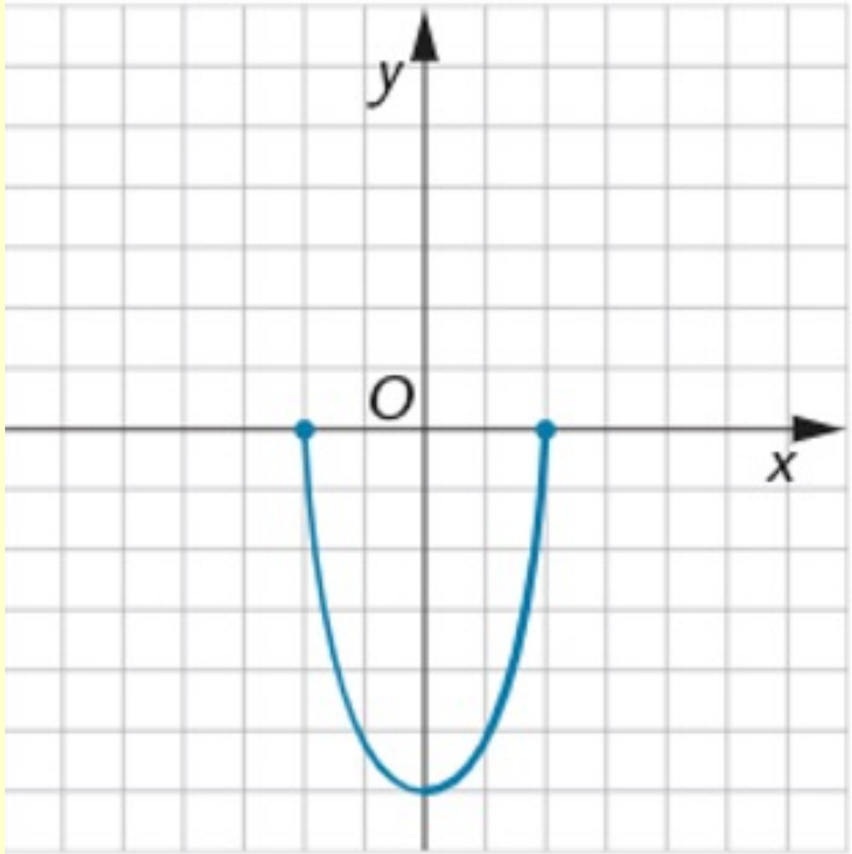
$$\forall x \in \mathbb{R} \qquad (-\infty, +\infty)$$

Esercizio

39 Deduci dal grafico il dominio delle seguenti funzioni (il tratteggio agli estremi del grafico indica che esso prosegue indefinitamente).



$(-\infty, -2] \cup [0, +\infty)$



$[-2, +2]$

Esempio

- $y = x^4 - x^2$ ha come dominio **R**.

- $y = \dfrac{x+1}{x^2+3x-4}$ è definita purché risulti:

$x^2 + 3x - 4 \neq 0 \Rightarrow (x-1)(x+4) \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \wedge x \neq -4$

Il suo dominio è perciò $\mathbf{R} - \{-4, 1\}$.

Mathematiké tèkne

- $y = x^4 - x^2$ ha come dominio **R**.

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies

Preview

Esempio

Dominio naturale o CE di $y = f(x)$

- $y = \sqrt{5x - x^2}$ è definita purché risulti:

$5x - x^2 \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 5$

- $y = \sqrt[3]{x^2 + x}$ è definita per ogni valore reale di x.

Il suo dominio è **R**.

Esempio

Dominio naturale o CE di $y = f(x)$

- $y = \ln(x^2 - 4)$ è definita purché risulti:

  $x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x < -2 \lor x > 2$

  Il suo dominio è l'insieme $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$.

- $y = e^{\frac{x}{x+1}}$ è definita purché esista l'esponente, cioè per:

  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

  Il suo dominio è $\mathbf{R} - \{-1\}$.

Esempio

Dominio naturale o CE di $y = f(x)$

- $y = e^{\frac{x}{x+1}}$ è definita purché esista l'esponente, cioè per:

  $x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

  Il suo dominio è $\mathbf{R} - \{-1\}$.

- $y = \sin x^2$ e $y = \cos(5 - 3x)$ hanno come dominio $\mathbf{R}$.

- $y = \tan(2x - 1)$ è definita purché:

  $$2x - 1 \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} + k\frac{\pi}{2}$$

  Il suo dominio è $\mathbf{R} - \left\{\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} + k\frac{\pi}{2}\right\}$.

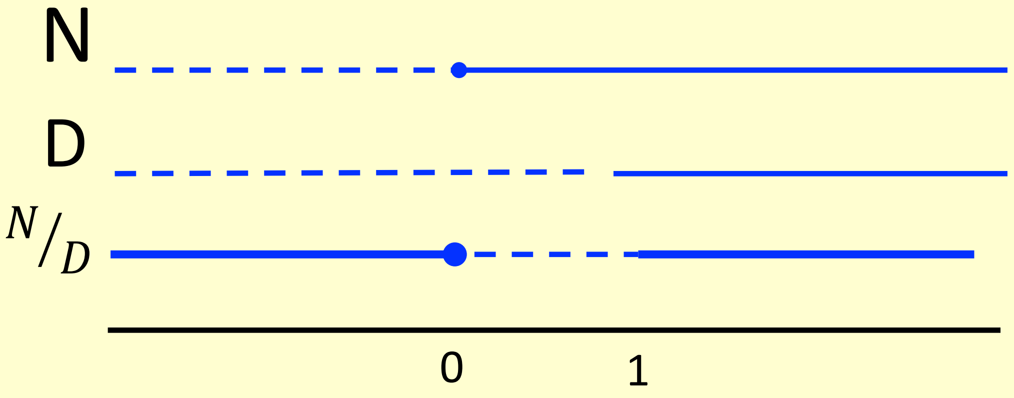
Esempi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni algebriche.

1- $y = \sqrt{\dfrac{x}{x-1}} + \sqrt[3]{x}$ DESMOS

$$\frac{x}{x-1} \geq 0 \qquad \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x - 1 > 0 \end{array} \qquad \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x > 1 \end{array}$$

$$x \leq 0 \quad \vee \quad x > 1$$

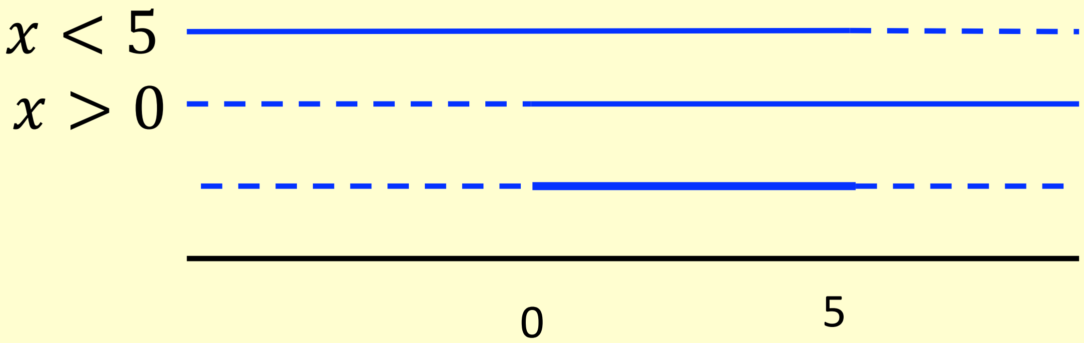


2. $y = \ln(5x - x^2)$ DESMOS

$$5x - x^2 > 0$$

$$x(5-x) > 0 \qquad \begin{array}{l} x > 0 \\ 5 - x > 0 \end{array}$$

$$0 > x < 5$$



Mathematiké tèkne

Esempi calcolo CE

1- $y = \dfrac{\ln x}{2^x - 8}$

DESMOS

$x > 0 \;\lor\; x \neq 3$

Numeratore

$\ln x$ $\qquad x > 0$

Denominatore

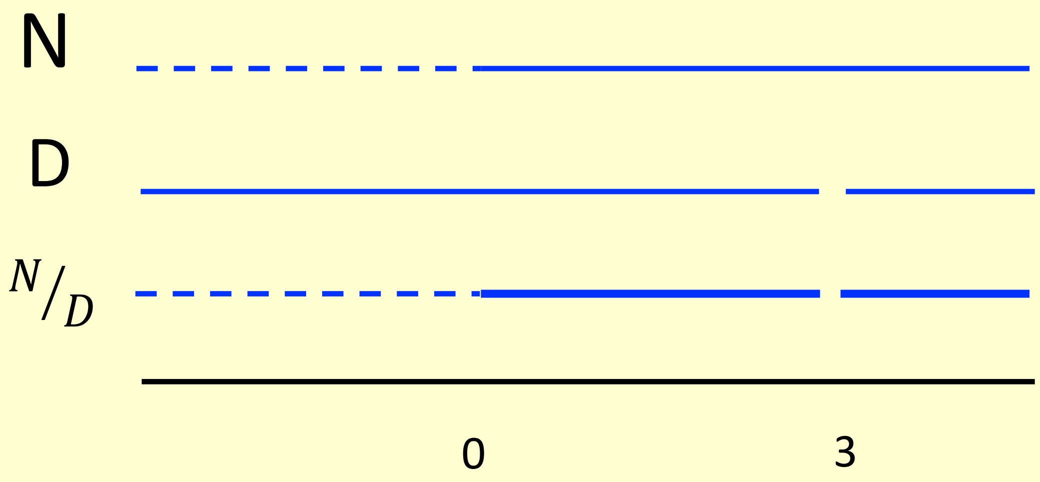
$2^x - 8$

$$2^x - 8 \neq 0$$

$$2^x - 2^3 \neq 0$$

$$2^x \neq 2^3$$

$$x \neq 3$$



Mathematiké M tèkne

Esercizi calcolo CE

La ricerca del dominio di una funzione

Test

41 La funzione $y = \dfrac{1}{x^2 + 4x - 5}$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

42 La funzione $y = \sqrt{x^2 + 4x - 5}$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

43 La funzione $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 4x - 5}}$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

44 La funzione $y = \sqrt[3]{x^2 + 4x - 5}$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

45 La funzione $y = \ln(x^2 + 4x - 5)$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

46 La funzione $y = e^{x^2 + 4x - 5}$ è definita:

A se e solo se $x^2 + 4x - 5 \neq 0$
B se e solo se $x^2 + 4x - 5 > 0$
C se e solo se $x^2 + 4x - 5 \geq 0$
D per ogni $x \in \mathbf{R}$

Mathematiké M tèkne

Esercizi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni algebriche.

55 $y = \dfrac{x^2+1}{2x+5}$

56 $y = \dfrac{4x-1}{3x-27}$

57 $y = \dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{2x-4}$

58 $y = \dfrac{x}{x+4} + \dfrac{1}{2x+6}$

59 $y = \dfrac{1}{3x^2-6x}$

60 $y = \dfrac{1}{4x^2-16}$

61 $y = \dfrac{x+1}{x^2+7x+12}$

62 $y = \dfrac{x-1}{x^2+2x+4}$

63 $y = \dfrac{1}{3x^2-5x+2}$

64 $y = \dfrac{1}{4x+2} - \dfrac{1}{x^2-1}$

65 $y = \dfrac{\sqrt{4x+1}}{x}$

66 $y = \sqrt{\dfrac{x}{2}+1} + \sqrt{20-2x}$

67 $y = \dfrac{\sqrt{x^2+5x}}{x-7}$ [x

68 $y = \sqrt{-2x^2+50}$

69 $y = \dfrac{\sqrt{x^2+4}}{x^2-3}$

70 $y = \dfrac{1}{x^3-25x}$

71 $y = \dfrac{x^2-1}{x^2-2x-1}$

Esercizi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni algebriche.

72 $y = \sqrt{\dfrac{x}{9 - x^2}}$

73 $y = \dfrac{1}{4x^2 - 25}$

74 $y = \dfrac{x+2}{x^2 - 9} + \dfrac{1}{6x+3}$

75 $y = \dfrac{1}{x^2+1} + \dfrac{1}{x^3}$

76 $y = \sqrt{\dfrac{x+1}{2} - \dfrac{1}{3}}$

77 $y = \sqrt{25 - x^2}$

78 $y = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2x+2}}$

79 $y = \dfrac{1}{4x^2 - 20x + 25}$

80 $y = \dfrac{1}{\sqrt{-x^2 + 3x}}$

81 $y = \sqrt{3x^2 - 6x + 3}$

82 $y = \sqrt{5 - x} + \sqrt{2x + 4}$

83 $y = \sqrt{\dfrac{x+2}{x+5}}$

84 $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+5}}$

85 $y = \dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+5}}$

86 $y = \sqrt[3]{\dfrac{x+2}{x+5}}$

87 $y = \dfrac{\sqrt[3]{x+2}}{\sqrt{x+5}}$

88 $y = \sqrt{\dfrac{x^2 + 5x - 6}{x}}$

Mathematiké M tèkne

Esercizi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni algebriche.

89 $y = \sqrt{2x^2 - 18} + \sqrt{7 - x}$

90 $y = \dfrac{\sqrt{5x - x^2}}{x - 3}$

91 $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}$

92 $y = \sqrt[3]{x + 1} + \sqrt{x^2 + \dfrac{1}{2}x}$

93 $y = \dfrac{x^2 + 1}{x^2 + 6x - 7}$

94 $y = \sqrt{10x - x^2}$

95 $y = \dfrac{1}{3x^2 + 3x} + \sqrt[3]{x}$

96 $y = (1 + 5x - 6x^2)^{-\frac{1}{2}}$

97 $y = \dfrac{1}{x^3 + x^2 + 2x}$

98 $y = \dfrac{x}{(2x + 1)^2 - (x - 1)^2}$

99 $y = \sqrt{|x - 1| - 2}$

100 $y = \dfrac{\sqrt{3 - |x|}}{x^3 + 1}$

101 $y = \dfrac{1}{\sqrt{2x - 1} - \sqrt{x}}$

102 $y = \sqrt{x^2 + 5x - 6} + \sqrt{8 - x^3}$

103 $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 4}{x + 3}}$

104 $y = \sqrt{\dfrac{x^2 - 1}{x + 2}} + \sqrt{\dfrac{x - 2}{x + 1}}$

105 $y = \sqrt{5 - x} + \sqrt{x^2 - 4}$

106 $y = \sqrt{\dfrac{x - 3}{4 - |x|}}$

Esercizi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni trascendenti, contenenti funzioni esponenziali e/o logaritmiche.

107 $y = \sqrt{2^x - 1}$

108 $y = \sqrt{2^{x+1}}$

109 $y = \dfrac{1}{4^x - 16}$

110 $y = \ln(2 - 3x)$

111 $y = \ln(x^2 + 10x + 25)$

112 $y = e^{\frac{1+2x}{1+3x}}$

113 $y = \ln\left(\dfrac{x}{2x+6}\right)$

114 $y = \sqrt{e^{3x} - 1}$

115 $y = \dfrac{1}{e^{-x^2} - e}$

116 $y = \dfrac{xe^{-2x}}{x+1}$

117 $y = \sqrt{e^{2x} + e^x + 3}$

118 $y = \ln(e^{3x-4} - e^{1-2x})$

119 $y = \dfrac{1}{e^{2x} - 4e^x + 3}$

120 $y = \dfrac{1}{\ln(x+4)}$

Esercizi calcolo CE

Determina il dominio delle seguenti funzioni trascendenti, contenenti funzioni esponenziali e/o logaritmiche.

121 $y = \dfrac{1}{\ln^2 x - \ln x}$

122 $y = \sqrt{\left(\dfrac{3}{4}\right)^{8x^2} - \dfrac{9}{16}}$

123 $y = \ln(e^{2x} + 5e^x - 14)$

124 $y = \sqrt{\dfrac{e - e^{2x}}{e^x - 1}}$

125 $y = \ln(2x - 3) - \ln(10 - x)$

126 $y = \dfrac{1}{1 + \ln x}$

127 $y = \log_2(2x + 3) - \log_2(5x - 10)$

128 $y = \ln(7 - 6x - x^2)$

129 $y = \dfrac{1}{25^x - 125}$

130 $y = \ln\left(\dfrac{x^2 - 5x - 6}{x^2 + 1}\right)$

131 $y = \ln(3x + 4)$

132 $y = \dfrac{\sqrt{5^x - 25}}{3^x}$

133 $y = \ln \dfrac{1}{8x + 24}$

134 $y = \ln(5^x - \sqrt{5})$

135 $y = 5^{\frac{x^2+1}{x^2-4}}$

Intervalli in R

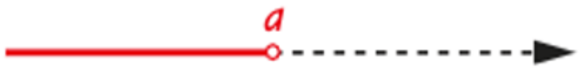
Intervalli

Intervalli limitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Intervallo **chiuso**	$[a, b]$	$a \leq x \leq b$	
Intervallo **aperto**	(a, b)	$a < x < b$	
Intervallo **chiuso a sinistra e aperto a destra**	$[a, b)$	$a \leq x < b$	
Intervallo **chiuso a destra e aperto a sinistra**	$(a, b]$	$a < x \leq b$	

Intervalli

Intervalli illimitati

Tipo di intervallo	Notazione con le parentesi	Notazione algebrica	Rappresentazione grafica
Chiuso, illimitato a destra	$[a, +\infty)$	$x \geq a$	
Aperto, illimitato a destra	$(a, +\infty)$	$x > a$	
Aperto, illimitato a sinistra	$(-\infty, a)$	$x < a$	
Chiuso, illimitato a sinistra	$(-\infty, a]$	$x \leq a$	

Consideriamo ora un insieme **A** non vuoto di numeri reali.
Può accadere che esista in **R** un numero **M** maggiore o uguale a tutti gli elementi di **A**: in tal caso il numero **M** si dice maggiorante dell'insieme **A** e l'insieme **A si dice superiormente limitato**

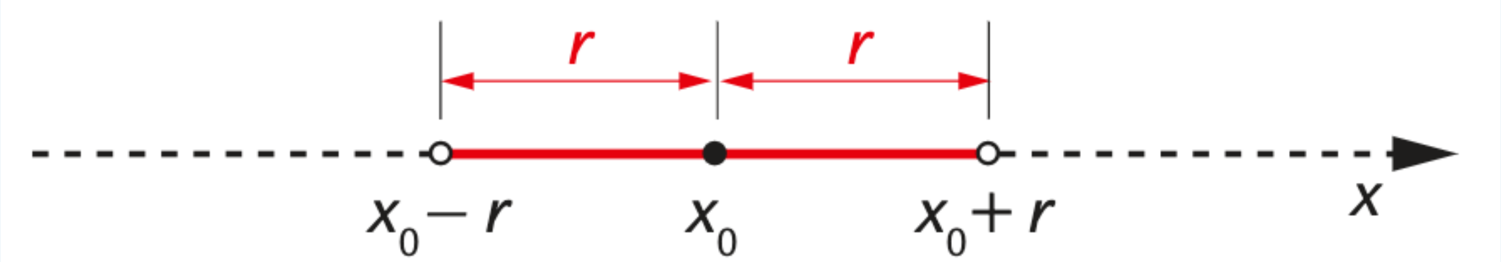
Gli intorni in un punto

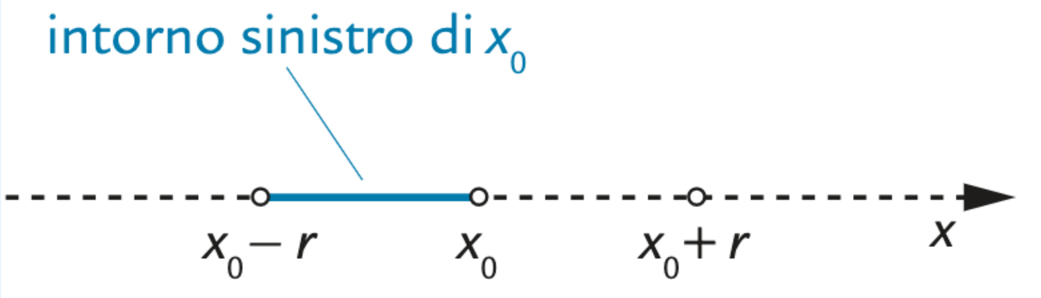
Gli Intorni

INTORNO DI UN PUNTO

Si chiama intorno di un numero reale x_0, di raggio r, con $r > 0$, l'intervallo aperto $(x_0 - r,\ x_0 + r)$.

Graficamente, un intorno di x_0 e`rappresentato sulla retta reale





Massimo e minimo,
estremo inferiore ed estremo superiore

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

$$\min[0,2]=0 \qquad \max[0,2]=2$$

$$[0,2]=\{x\in\mathbb{R}:\ 0\le x\le 2\}$$

$$A\subset\mathbb{R}$$

MINIMO

$$m=\min A$$

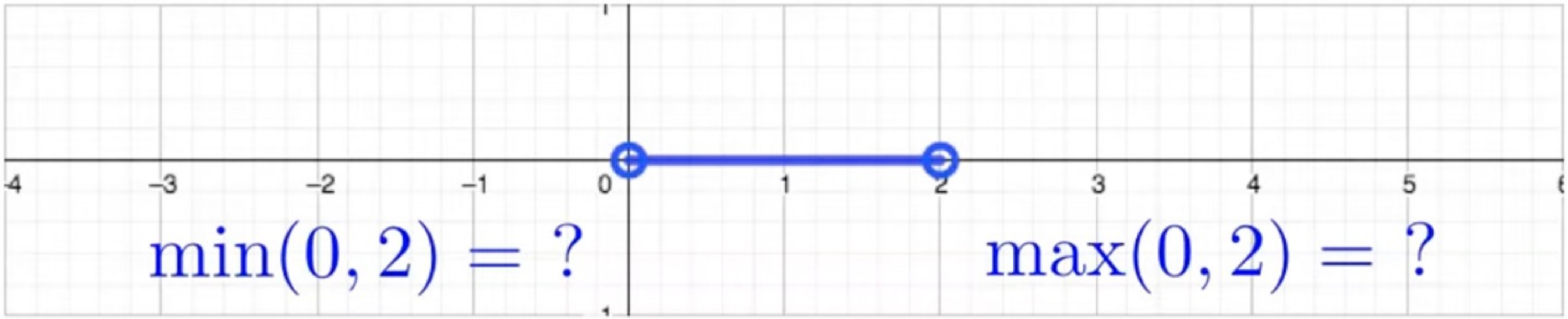
$$\begin{cases} m\le a \quad \forall\, a\in A \\ m\in A \end{cases}$$

MASSIMO

$$M=\max A$$

$$\begin{cases} M\ge a \quad \forall\, a\in A \\ M\in A \end{cases}$$

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

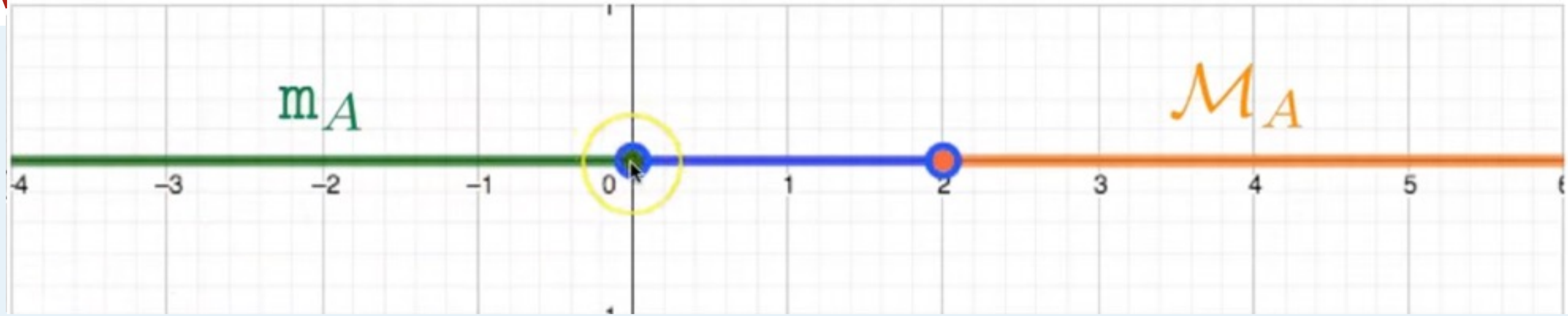


$$\min(0,2) = ? \qquad \max(0,2) = ?$$

$$(0,2) = \{x \in \mathbb{R} : \ 0 < x < 2\}$$

NON ESISTONO
MASSIMO E MINIMO
COSA FARE?

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore



MINORANTI m_A

$$\left\{x \in \mathbb{R} : \; x \leq a \;\forall a \in A\right\}$$

ESTREMO INFERIORE

$$\inf A = \max \mathrm{m}_A$$

Min A =Inf. A

MAGGIORANTI $\mathcal{M}_A$

$$\left\{x \in \mathbb{R} : \; x \geq a \;\forall a \in A\right\}$$

ESTREMO SUPERIORE

$$\sup A = \min \mathcal{M}_A$$

Max A = Sup. A

SE ESISTONO

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

A	inf A	min A	sup A	max A
$[a, b]$	a	a	b	b
(a, b)	a	NO	b	NO
$[a, +\infty)$	a	a	$+\infty$	NO
$(a, +\infty)$	a	NO	$+\infty$	NO
$(-\infty, b]$	$-\infty$	NO	b	b
$(-\infty, b)$	$-\infty$	NO	b	NO
$(-\infty, +\infty)$	$-\infty$	NO	$+\infty$	NO
$\emptyset$	$+\infty$	NO	$-\infty$	NO

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

TEOREMA DI COMPLETEZZA DEI NUMERI REALI

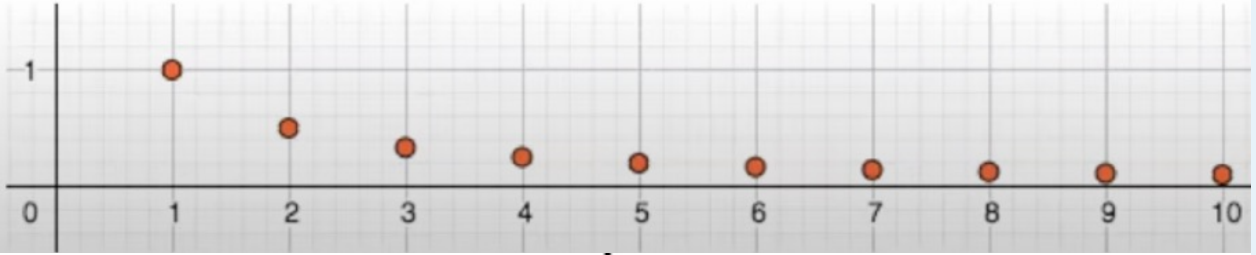
Dato un qualsiasi sottoinsieme A di $\mathbb{R}$, esistono $\inf A$, $\sup A$

ESEMPIO: determinare, se esistono, il massimo e il minimo di

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \; x = \frac{1}{n} \text{ con } n \in \mathbb{N}, \; n \neq 0 \right\}$$

Osserviamo che la successione $\left\{ \frac{1}{n} \right\}$ è decrescente, infatti

$$\frac{1}{n} > \frac{1}{n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$$

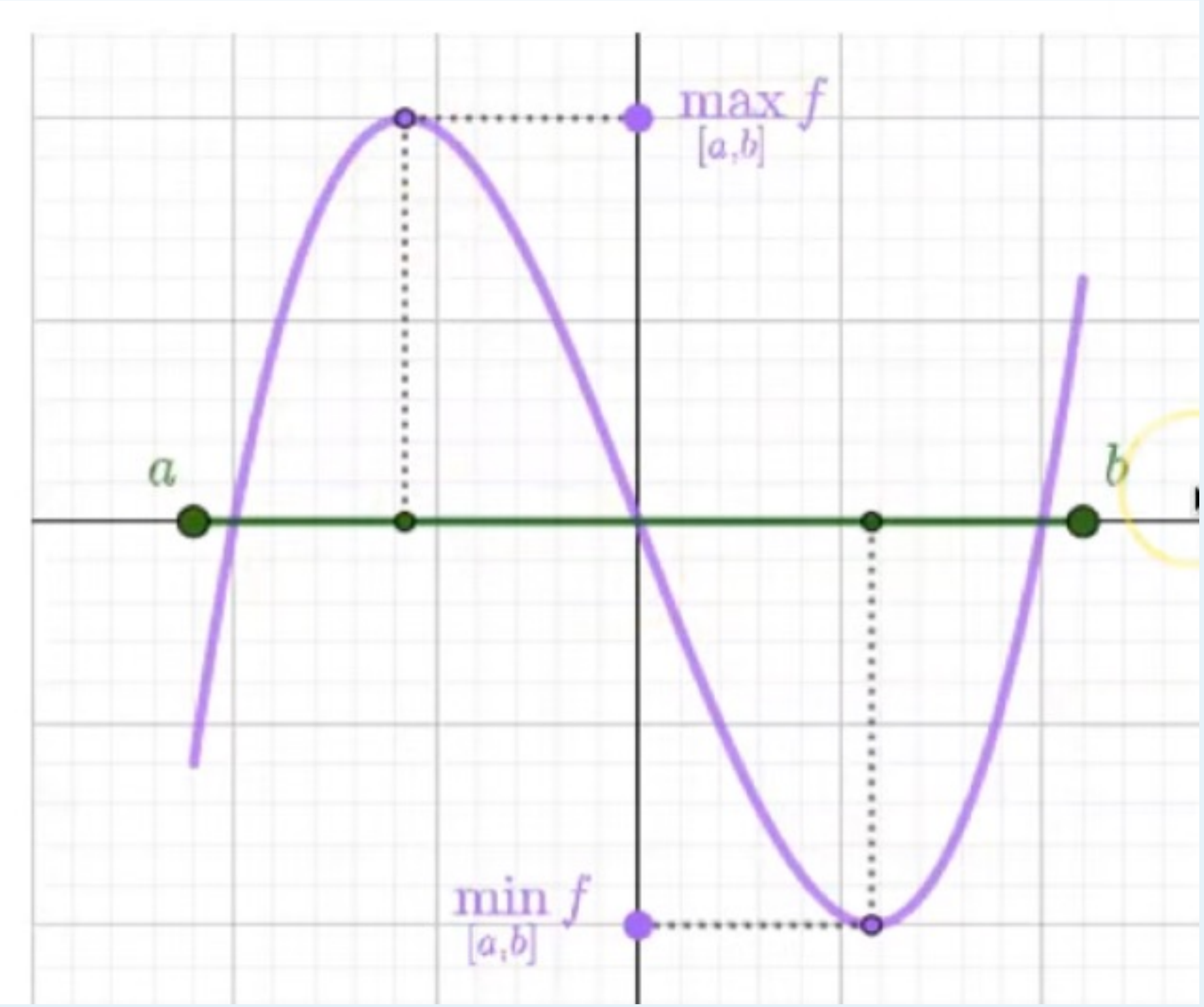


$\max A = 1$ per $n = 1$

$\nexists \; \min A, \; \inf A = 0$

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{1}{n} = 0$$

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore



Definizione di Massimo e minimo

MASSIMO E MINIMO DI UN INSIEME

Sia A un sottoinsieme non vuoto di R.

a. Un numero reale **M** si dice massimo di A (e si scrive **M=max A**) quando sono verificate entrambe le seguenti condizioni:
   - M appartiene ad A;
   - M è un maggiorante di A.

b. Un numero reale **m** si dice minimo di A (e si scrive **m=min A**) quando sono verificate entrambe le seguenti condizioni:

- M appartiene ad A
- M è un minorante di A.

Definizione estremo superiore

ESTREMO SUPERIORE ED ESTREMO INFERIORE DI UN INSIEME

Sia A un sottoinsieme non vuoto di R.

a. Si chiama estremo superiore di A (e si scrive sup A), se esiste, il minimo dell’insieme dei maggioranti di A.

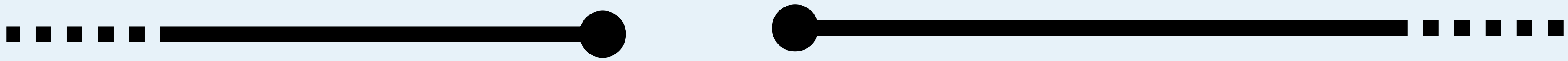
a. Si chiama estremo inferiore di A (e si scrive inf A), se esiste, il massimo dell’insieme dei minorante di A

Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

Esempio $\mathbf{0 \leq x < 2}$

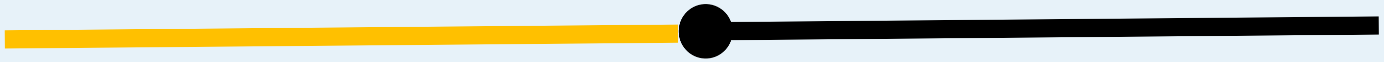
a. L'insieme $A = [0, 2)$ è superiormente limitato: un suo maggiorante è 2, ma ne esistono infiniti altri: $3, 4, \frac{5}{2}, \sqrt{5}, \ldots$; 2 è il maggiorante «più piccolo».

b. L'insieme $A = \{x \in \mathbf{R} : x^2 \geq 1\}$ è costituito dai valori di x reali tali che $x \leq -1 \vee x \geq 1$; questo insieme **non** è superiormente limitato.



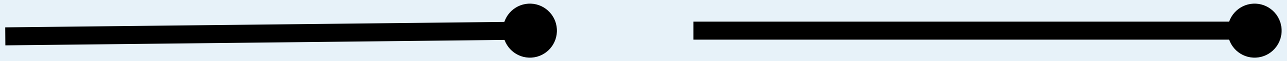
Massimo e minimo, estremo inferiore ed estremo superiore

Esempio



a. L'insieme $A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq 1\}$ è inferiormente limitato: un minorante è 1, ma ne esistono infiniti altri: -1, 0, $\frac{1}{2}$, ...; 1 è il minorante «più grande». L'insieme A **non** è invece superiormente limitato.

b. L'insieme $A = (-1, 2] \cup (4, 5]$ ammette, per esempio, -2 come minorante e 6 come maggiorante, quindi è sia inferiormente sia superiormente limitato. Pertanto A è un insieme limitato.



Mathematiké
tèkne

Esempio

NON E' SUPERIORMENTE LIMITATO

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/yblkjece7f?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies Preview

Mathematiké
tèkne

Esempio

E’ INFERIORMENTE LIMITATO E 1 è UN MINORANTE

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/hcf3xc2u1x?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies Preview

Esempio

ESEMPI Ricerca dell'estremo inferiore e dell'estremo superiore

Insieme	Estremo inferiore	Estremo superiore
$A = (0, 1]$	0 (che **non** è minimo di A) Infatti l'insieme dei minoranti di A è l'insieme $\{x \in \mathbf{R}:\ x \leq 0\}$ e il suo massimo è 0	1 (che è anche massimo di A) Infatti l'insieme dei maggioranti di A è l'insieme $\{x \in \mathbf{R}:\ x \geq 1\}$ e il suo minimo è 1
$A = [0, 1)$	0 (che è anche minimo di A)	1 (che **non** è massimo di A)
$A = (0, 1)$	0 (che **non** è minimo di A)	1 (che **non** è massimo di A)
$A = \{x \in \mathbf{R}: x < 2\}$	Non esiste in **R** A non è inferiormente limitato	2
$A = \{x \in \mathbf{R}: x \geq 3\}$	3	Non esiste in **R** A non è superiormente limitato

Mathematica

Studio del segno
e
Intersezione con gli assi

Studio del segno e intersezione con gli assi

1) **Intersezione con gli assi**

2) **Studio del segno**

1) Intersezione con gli assi

Si tratta di individuare in punti dove la funzione interseca gli assi

$\cap\, x$ si pone $y = 0$ e si risolve l'equazione $f(x) = 0$

$\cap\, y$ Esiste se la funzione è definita per $x = 0$

si pone $x = 0$ e si risolve la $f(0)$

Studio del segno e intersezione con gli assi

1) Intersezione con gli assi

2) Studio del segno

2) Studio del segno

Si tratta di stabilire per quali valori della x la $f(x) > 0$ e per quali valori la $f(x) > 0$

Si tratta di individuare gli intervalli dove la funzione è **positiva**, «grafico al di sopra dell'asse x».

La funzione sarà **negativa** ovunque essa non sia positiva.

Studio della seguente funzione

Mathematica ML

Esempio Studio della seguente funzione

FASI

1) Dominio
2) Intersezione con gli assi
3) Studio del segno
4) Rappresentazione sul piano cartesiano

Esempio Studio della seguente funzione

$f(x) = x^5 - 9x^3$

1) Dominio

La funzione è definita su tutto R

2) Intersezione con gli assi

$\cap\, \boldsymbol{x}$ si pone $y = 0.$

$x^5 - 9x^3$=0 → $x^3(x^2 - 9) = 0.0$ → $x^3(x-3)(x+3) = 0$ $\begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \\ x + 3 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ x = 3 \\ x = -3 \end{cases}$

$y = 0.$ per $x = -3 \vee x = 0 \vee x = 3$

$\cap\, \boldsymbol{x}$ **(-3, 0) ; (0, 0); (3, 0)**

Esempio   Studio della seguente funzione

$\cap\, \boldsymbol{y}$ si pone $x = 0$.

$f(x) = x^5 - 9x^3.$ $\rightarrow$ $f(0) = 0^5 - 9 \cdot 0^3 = 0$

$\cap\, \boldsymbol{y}$ **(0, 0) l'origine degli assi**

3) Studio del segno

$\boldsymbol{y > 0}.$

$x^5 - 9x^3 > 0$ $\rightarrow$ $x^3(x^2 - 9) > 0$ $\rightarrow$ $x^3(x-3)(x+3) > 0$

Esempio Studio della seguente funzione

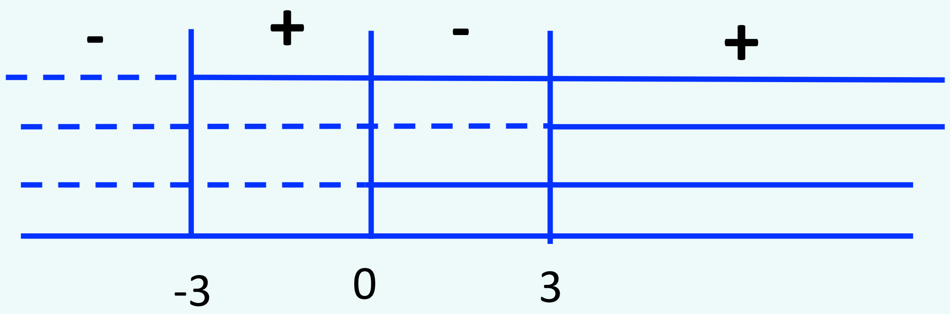
$x^5 - 9x^3 > 0 \quad \rightarrow \quad x^3(x^2 - 9) > 0 \quad \rightarrow \quad x^3(x-3)(x+3) > 0$

$x > 0$

$x - 3 > 0$

$x + 3 > 0$

$x > 0$	$x > 0$
$x - 3 > 0$	$x > 3$
$x + 3 > 0$	$x > -3$

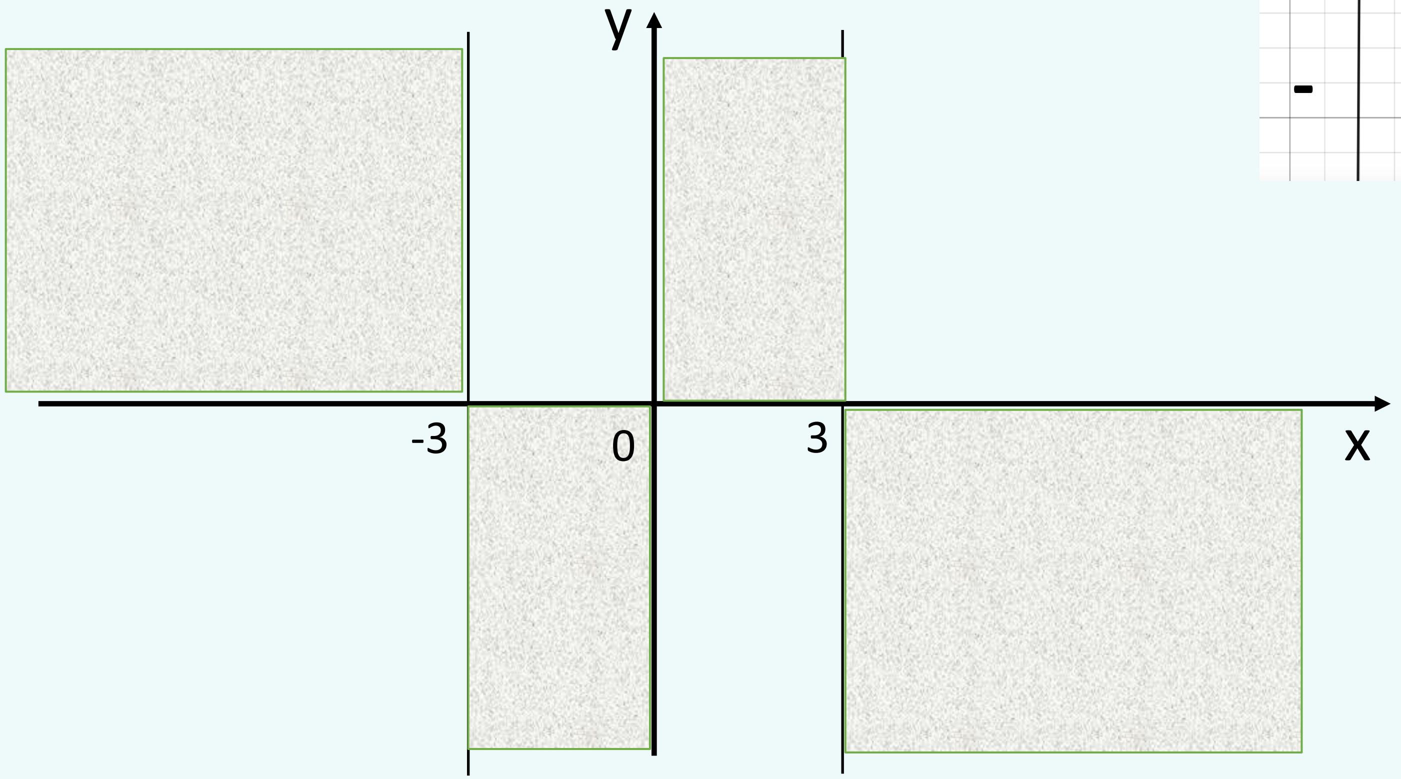


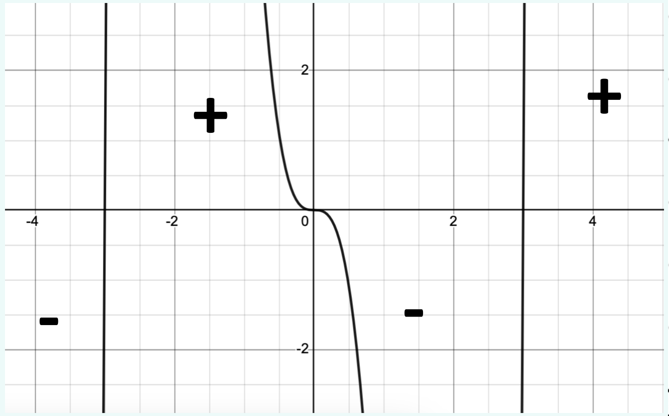
Esempio   Studio della seguente funzione

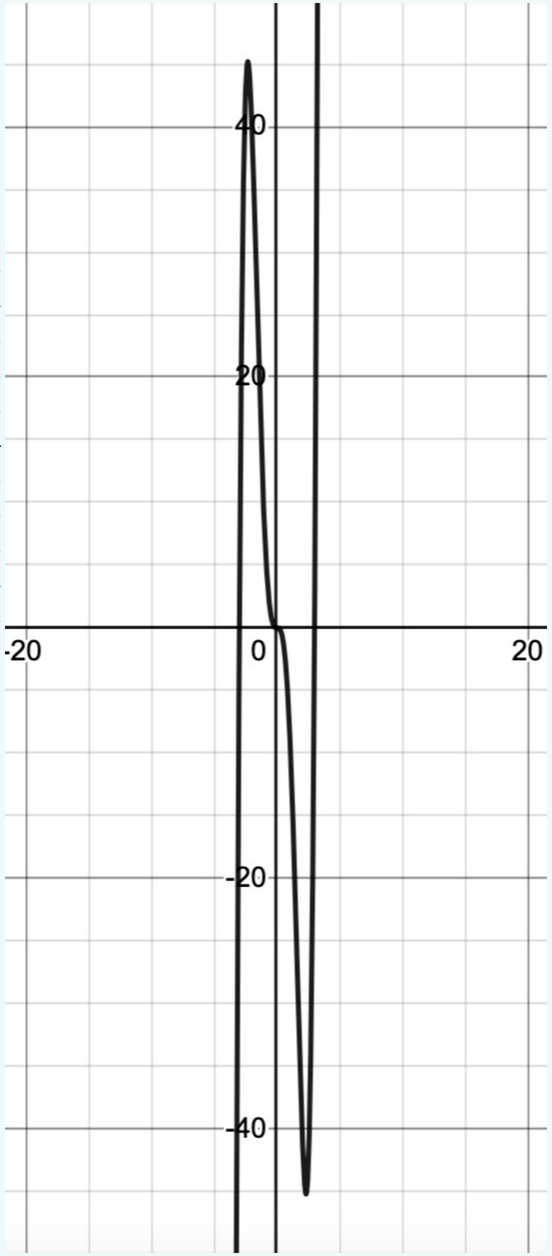
4) Rappresentazione sul piano cartesiano

$$x^5 - 9x^3 > 0$$

$$-3 < x < 0 \quad \vee \quad x > 3$$







Esempio Studio della seguente funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$$

1) Dominio

La funzione è definita su tutto R-(2)

2) Intersezione con gli assi

$\cap\, \boldsymbol{x}$ si pone $y = 0.$

$\frac{x^2+2x-3}{x-2} = 0.$ →. $x^2 + 2x - 3 = 0$ →

$x = 1$
$x = -3$

$y = 0.$ per $x = -3 \lor x = 1$

$\cap\, \boldsymbol{x}$ **(-3, 0) ; (1, 0)**

Esempio Studio della seguente funzione

$\cap\, \boldsymbol{y}$ si pone $x = 0.$

$$f(x) = \frac{x^2+2x-3}{x-2} \rightarrow f(0) = \frac{0^2+2\cdot 0-3}{0-2} = \frac{3}{2}$$

$\cap\, \boldsymbol{y}$ $\left(\mathbf{0}, \dfrac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right)$

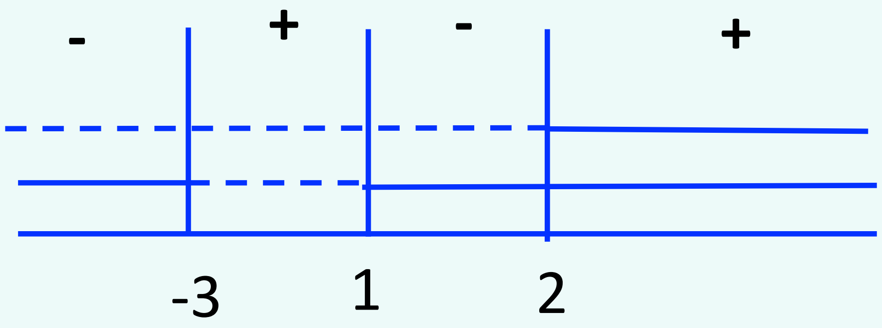
3) Studio del segno

$$\boldsymbol{y} > \mathbf{0}.$$

$$\frac{x^2+2x-3}{x-2} > 0 \rightarrow . \begin{cases} x^2+2x-3>0 \\ x-2>0 \end{cases} . \rightarrow . \begin{cases} x<-3 \ \vee x>1 \\ x>2 \end{cases}$$

Esempio   Studio della seguente funzione

$$\frac{x^2+2x-3}{x-2} > 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x^2+2x-3>0 \\ x-2>0 \end{cases} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} x<-3 \ \vee x>1 \\ x>2 \end{cases}$$

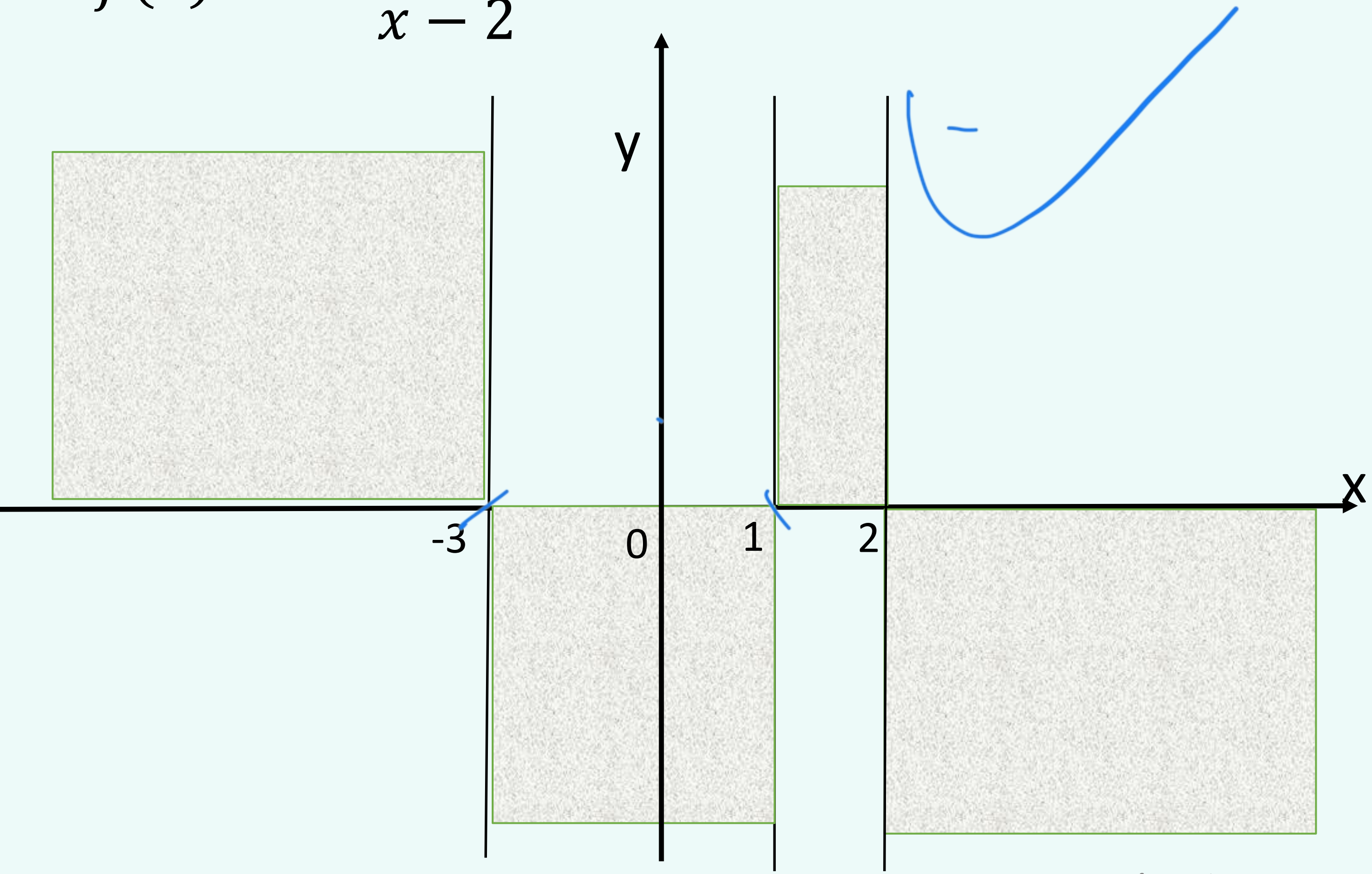


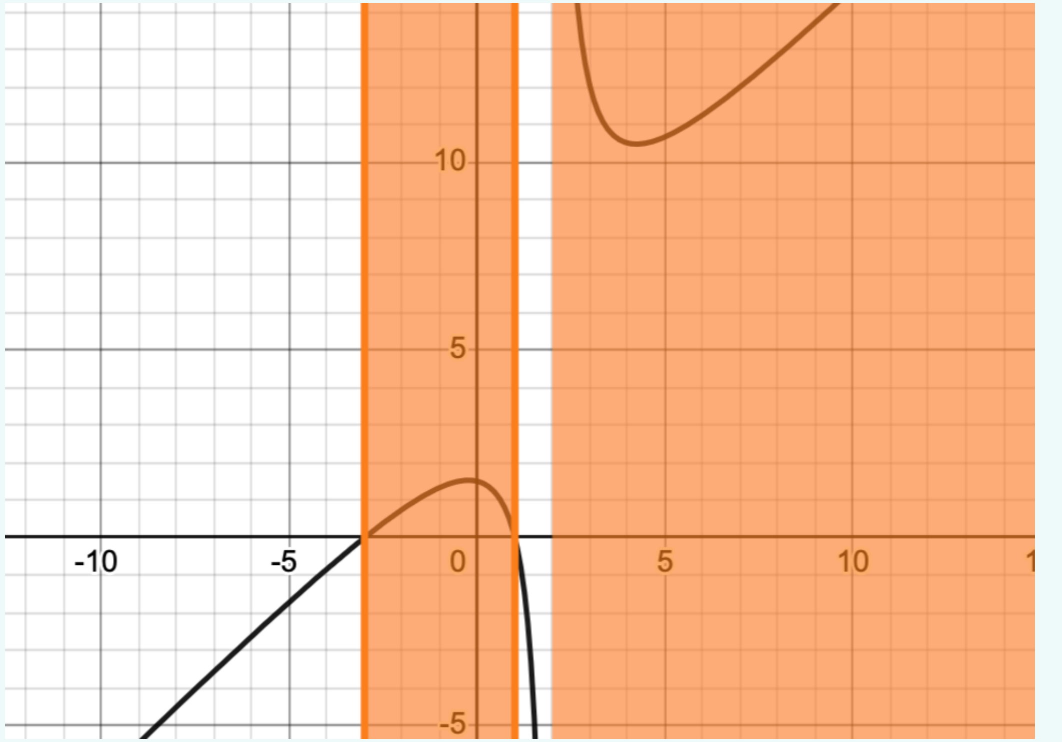
$$-3 < x < 1 \quad \vee x > 2$$

Esempio   Studio della seguente funzione

4) Rappresentazione sul piano cartesiano

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2} \qquad -3 < x < 1 \quad \vee\ x > 2$$





Esempio Studio della seguente funzione

Determina il dominio, eventuali punti d'intersezione con gli assi cartesiani e il segno delle seguenti funzioni.

213 $y = 3x - 4$

214 $y = x^2 + 5x - 6$

215 $y = -x^2 + 3x$

216 $y = x^3 + 4x^2$

217 $y = x^3 - 25x$

218 $y = x^5 - x^3$

219 $y = x^3 + 10x^2 - 11x$

220 $y = x^4 - 5x^2 + 4$

221 $y = \dfrac{2x - 3}{x + 4}$

222 $y = \dfrac{3x^2 + 1}{4x + 4}$

223 $y = \dfrac{x^2 - 6x + 9}{x^2 + 4}$

224 $y = \dfrac{x^2 - 16}{x}$

225 $y = \dfrac{x}{x^2 + 4x - 5}$

226 $y = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 4}$

Esempio Studio della seguente funzione

Determina il dominio, eventuali punti d'intersezione con gli assi cartesiani e il segno delle seguenti funzioni.

227 $y = \dfrac{x^3 - 1}{4 - x^2}$

228 $y = \sqrt{4 - |x|}$

229 $y = \dfrac{x - 1}{\sqrt{9x - x^2}}$

230 $y = \sqrt{\dfrac{x - 4}{x - 2}}$

231 $y = \sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{9 - x^2}$

232 $y = 2^{\frac{2x-1}{x+1}} - \sqrt{2}$

233 $y = e^{2x} - e^{-2x}$

234 $y = \dfrac{x}{2 - \log_2 x}$

235 $y = \ln\left(\dfrac{x - 1}{2x + 1}\right)$

236 $y = \dfrac{\ln x}{\ln x - 1}$

237 $y = \dfrac{2^x - 4^{x+1}}{8^x - 2\sqrt{2}}$

238 $y = \ln(e^x - 1)$

Funzioni Crescenti e Decrescenti

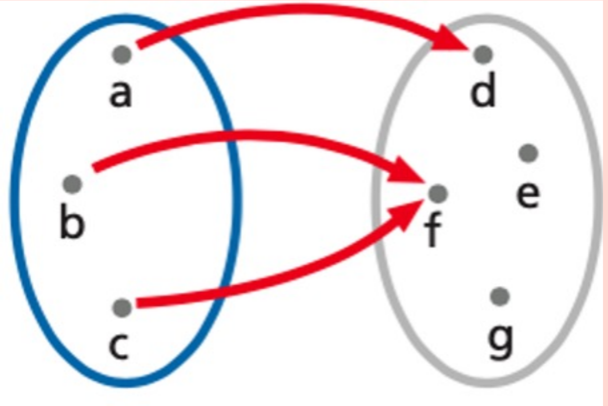
Funzioni strettamente crescenti e strettamente decrescenti

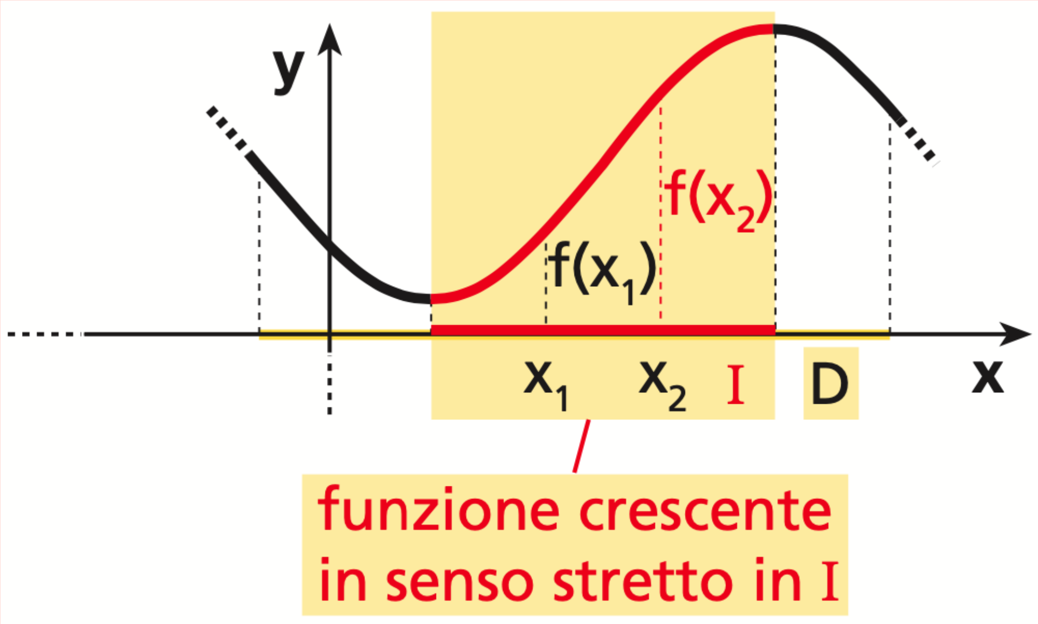
DEFINIZIONE

$y = f(x)$

$D \subseteq R$

f: D ⟶ R





È una funzione:

Strettamente Crescente in un intervallo $I \subseteq D$ se, scelti:

$$x_1, x_2 \in I, \qquad con \ x_1 < x_2 \quad \text{risulta } f(x_1) < f(x_2)$$

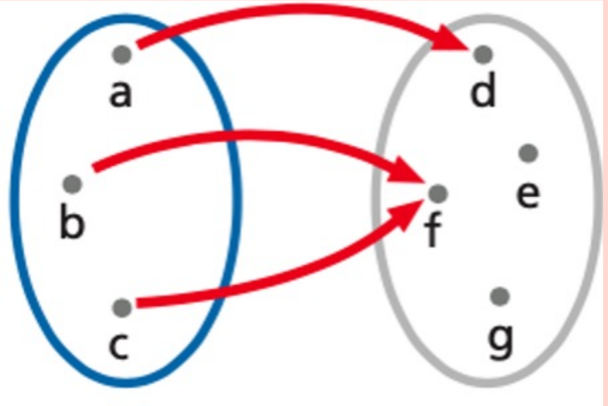
Funzioni strettamente crescenti e strettamente decrescenti

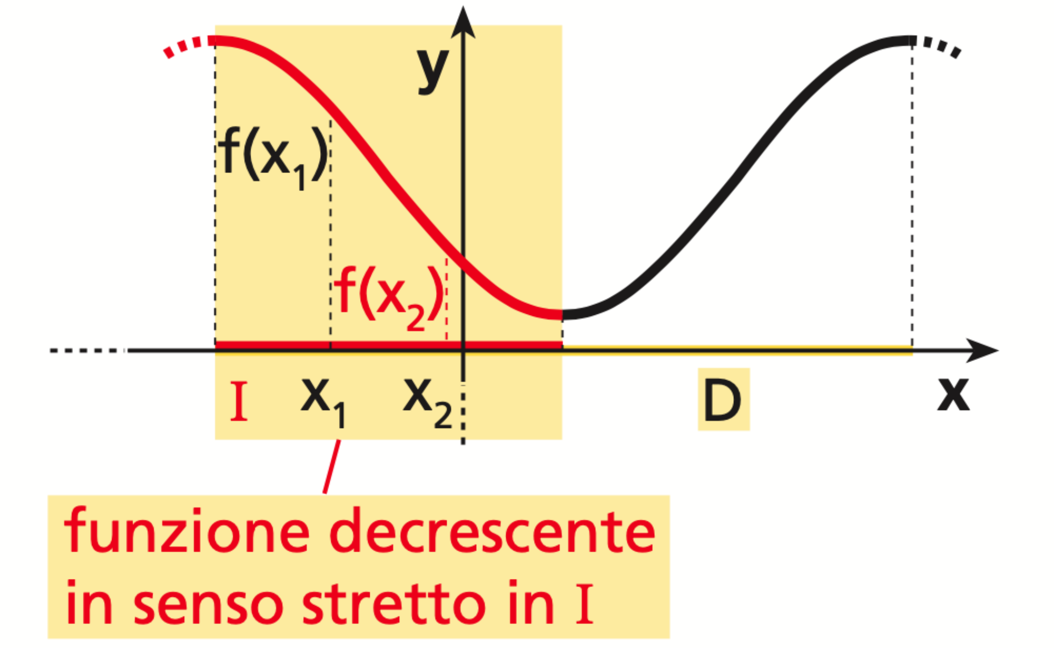
DEFINIZIONE

$y = f(x)$

$D \subseteq R$

f: D ⟶ R





È una funzione:

Strettamente Decrescente in un intervallo $I \subseteq D$ se, scelti:

$$x_1, x_2 \in I, \qquad con\ \ x_1 < x_2 \quad \text{risulta } f(x_1) > f(x_2)$$

Una funzione di dominio $D \in$ è **monotòna in senso stretto** in un intervallo

$I \subseteq D$,

se in quell'intervallo è:

sempre crescente o sempre decrescente

in senso stretto.

Esempio funzione strettamente crescente

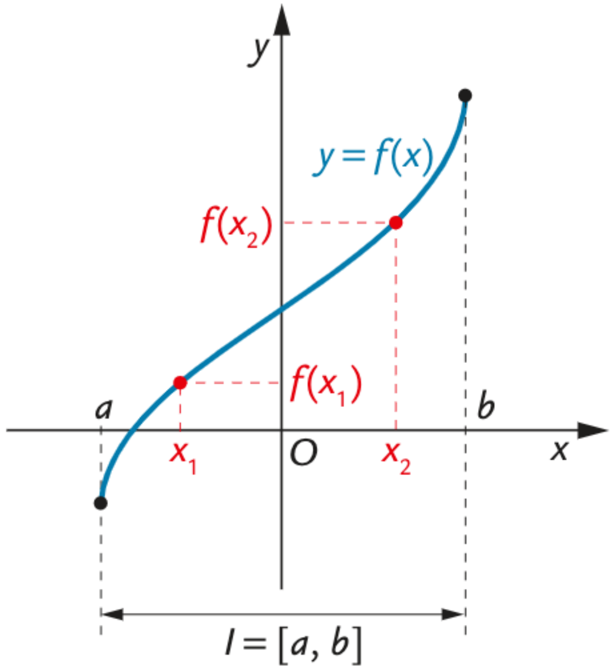


Figura 5.10 Per ogni $x_1 < x_2$ risulta $f(x_1) < f(x_2)$: la funzione è strettamente *crescente* in $[a, b]$.

Esempio funzione strettamente decrescente

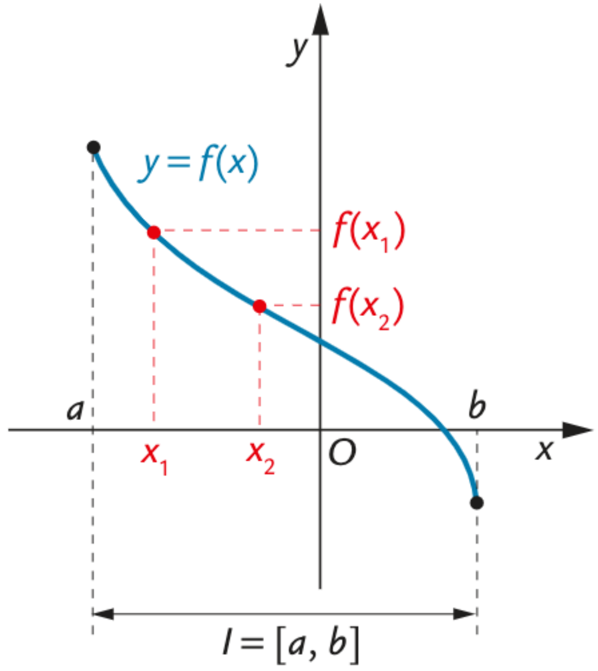


Figura 5.11 Per ogni $x_1 < x_2$ risulta $f(x_1) > f(x_2)$: la funzione è strettamente *decrescente* in $[a, b]$.

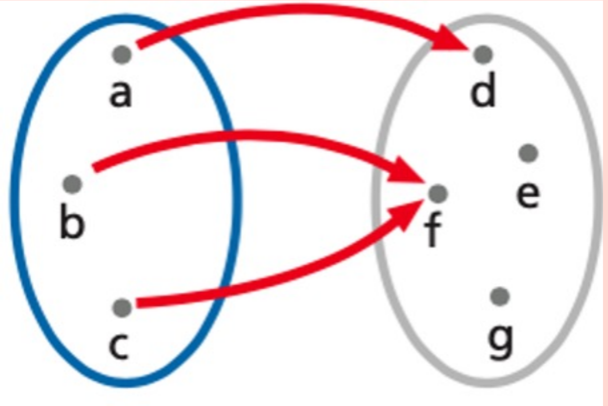
Funzioni crescenti e decrescenti

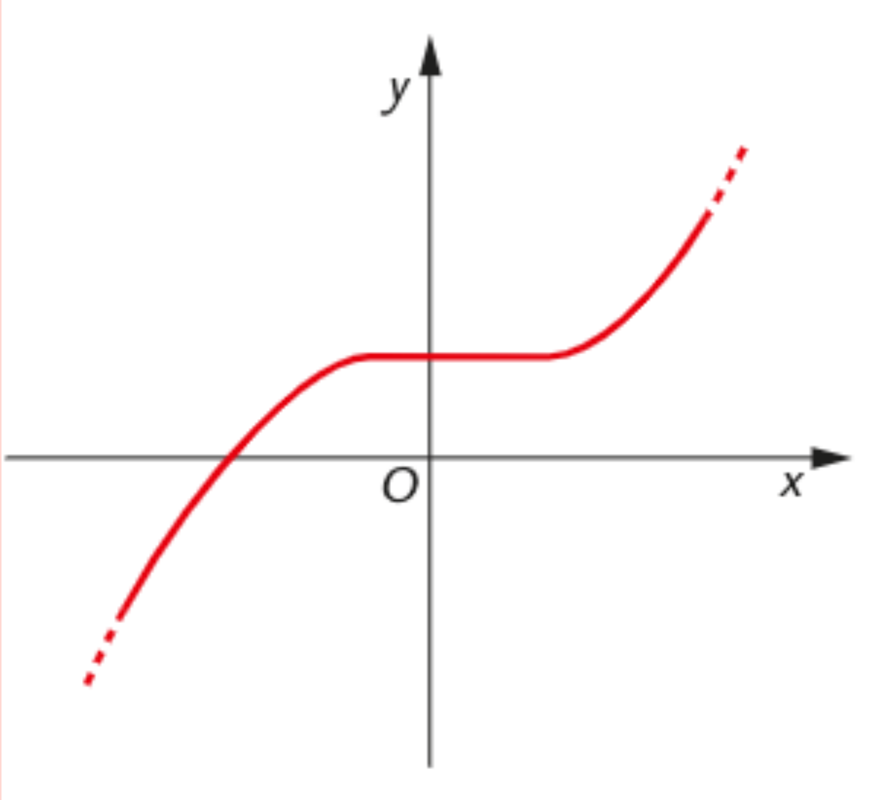
DEFINIZIONE

$y = f(x)$

$\boldsymbol{D \subseteq R}$

f: D ⟶ R





È una funzione:

Crescente in senso lato in un intervallo $I \subseteq D$ se, scelti:

$$x_1, x_2 \in I, \qquad con\ \ x_1 < x_2 \quad \text{risulta } f(x_1) \leq f(x_2)$$

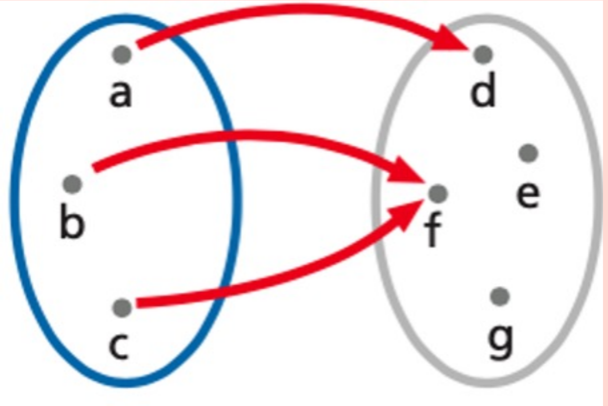
Mathematica

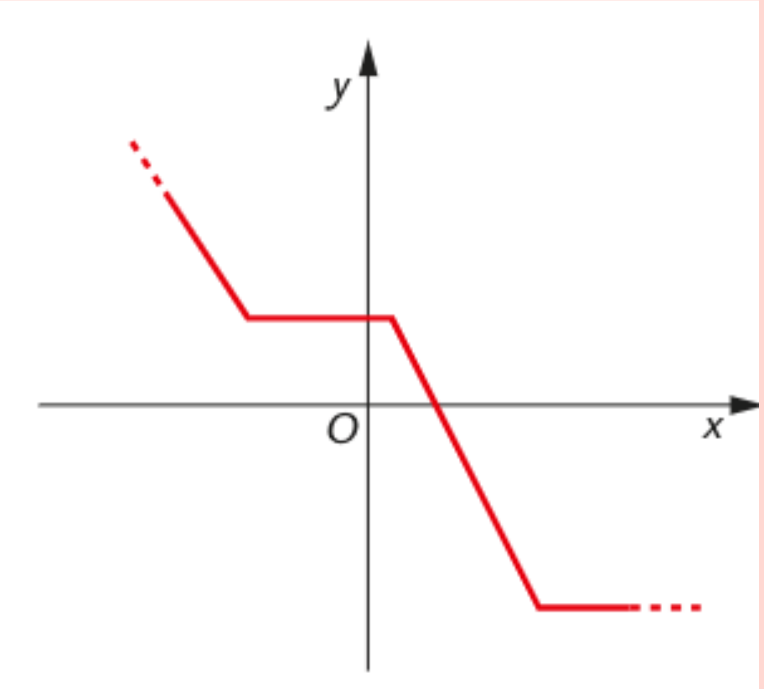
Funzioni crescenti e decrescenti

DEFINIZIONE

$y = f(x)$

$$\mathbf{f: D \longrightarrow R}$$





$\boldsymbol{D \subseteq R}$

È una funzione:

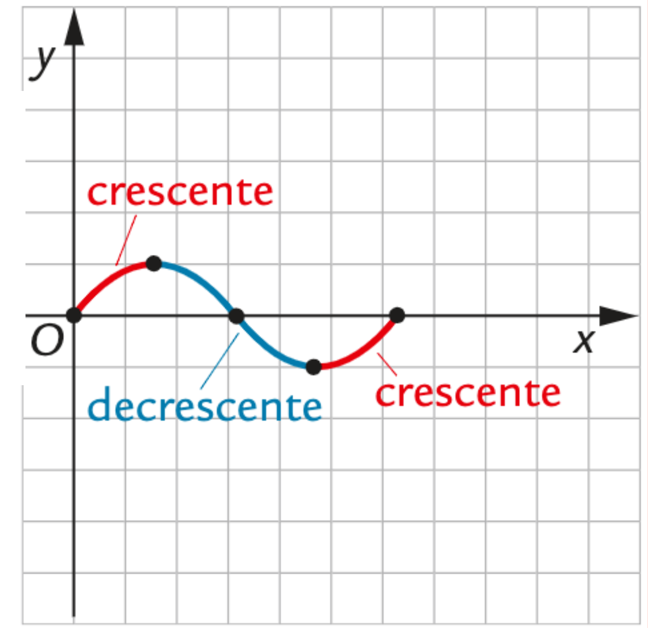
Decrescente in senso lato in un intervallo $I \subseteq D$ se, scelti:

$$x_1, x_2 \in I, \qquad con \;\; x_1 < x_2 \quad \text{risulta } f(x_1) \geq f(x_2)$$

Esempi funzione crescente e descrescente

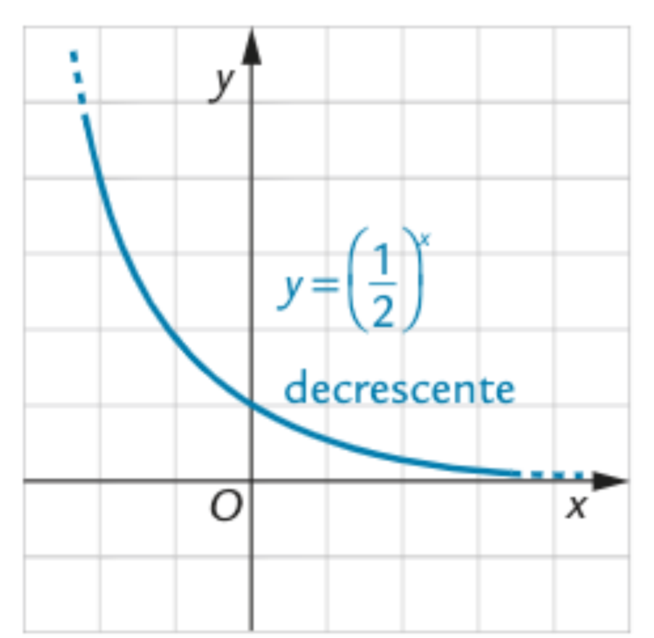
a. La funzione seno:

- negli intervalli $0 < x < \frac{\pi}{2}$ e $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$ è strettamente crescente
- nell'intervallo $\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$ è strettamente decrescente



La funzione esponenziale $y = a^x\ con \quad 0 < x < a$

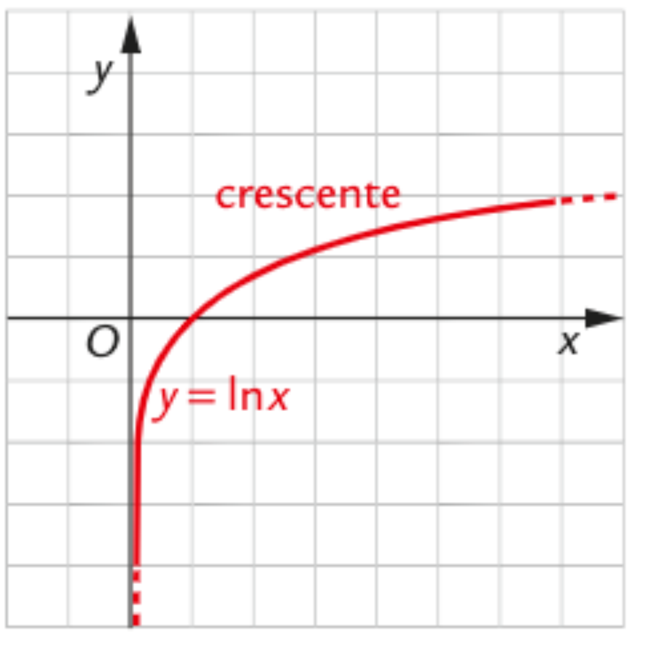
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \text{ è } strettamente\ decrescente$$



Esempi funzione crescente e descrescente

La funzione logaritmica $y = log_a x \quad a > 1$

$$y = \ln x \text{ è } strettamente\ crescente$$



ESERCIZI funzione crescente e descrescente

252 **Vero o falso?** In riferimento alla figura, stabilisci se le seguenti affermazioni sono vere o false.

a. la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-7, -5]$ V F

b. la funzione è costante nell'intervallo $[-4, -2]$ V F

c. la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-1, 1]$ V F

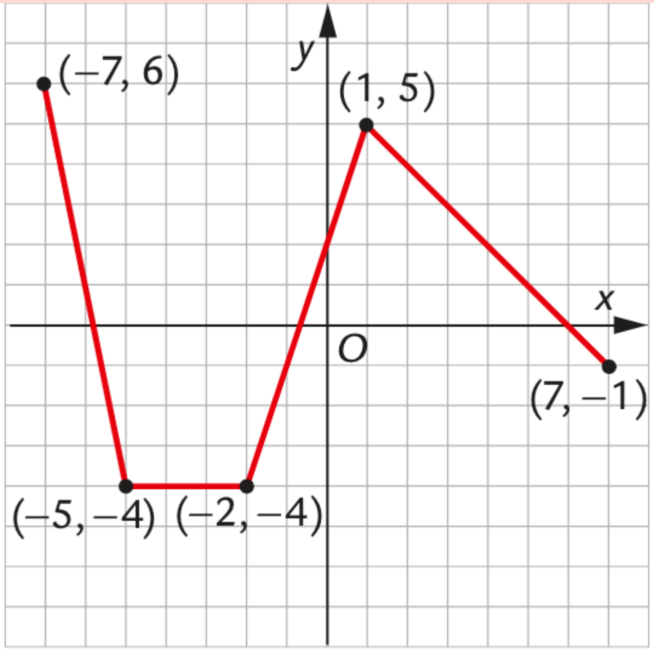
d. la funzione è strettamente decrescente nell'intervallo $[1, 7]$ V F

e. la funzione è strettamente crescente nell'intervallo $[-2, 7]$ V F

f. la funzione è crescente in senso lato nell'intervallo $[-5, 1]$ V F

g. la funzione è strettamente decrescente nell'intervallo $[-7, -2]$ V F

[4 affermazioni vere e 3 false]



ESERCIZI funzione crescente e descrescente

253 Dimostra che la funzione $f(x) = -2x + 1$ è strettamente decrescente in $\mathbb{R}$.

254 Dimostra che la funzione $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ è strettamente crescente in $\mathbb{R}$.

ESERCIZI funzione crescente e descrescente

254 Dimostra che la funzione $f(x) = \frac{1}{3}x - 1$ è strettamente crescente in $\mathbb{R}$.

Simmetria
Funzioni PARI e DISPARI

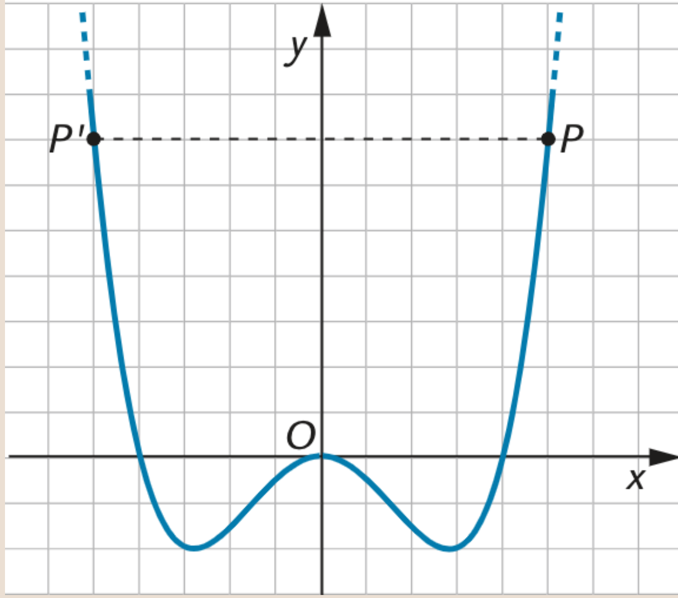
Funzioni pari e dispari

DEFINIZIONE (PARI)

Sia data $y = f(x)$, avente dominio D

Se risulta $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in D$ la funzione si dice **Pari**

Il suon grafico è simmetrico rispetto all’asse y

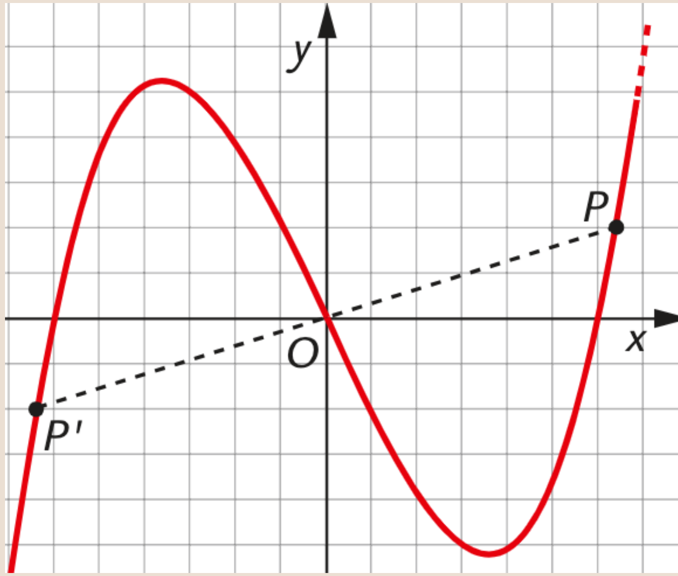


DEFINIZIONE (DISPARI)

Sia data $y = f(x)$, avente dominio D

Se risulta $f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in D$ la funzione si dice **Dispari**

Il suon grafico è simmetrico rispetto all’origine



Funzioni pari e dispari

Sia data $y = f(x)$, avente dominio D

FUNZIONE PARI

Se risulta $f(-x) = f(x)$ per ogni $x \in D$

FUNZIONE DISPARI

Se risulta

$f(-x) = -f(x)$ per ogni $x \in D$

Esempi Funzioni pari e dispari

Stabilire se una funzione è pari o dispari

1) $f(x) = |x|$

Definita su tutto R

$f(-x) = |-x| = |x| = f(x).$ La funzione è pari

2) $f(x) = \sqrt{x}$

Definita $x \geq 0$

$f(-x) = \sqrt{-x} \neq f(x)$ La funzione non è ne pari ne dispari

3) $f(x) = \sin x$

Definita su tutto R

$f(-x) = \sin(-x) = -\sin(x) = -f(x)$ La funzione è dispari

Mathematica

Esempi   Funzioni pari e dispari

Stabilire se una funzione è pari o dispari

4) $f(x) = x^5 - 1$

Definita su tutto R

$f(-x) = -x^5 - 1 \neq f(x) = x^5 - 1.$ La funzione non è pari

$f(-x) = -x^5 - 1 \neq -f(x) = -x^5 + 1.$ La funzione non è dispari

Mathematica ML

Esercizi funzione pari o dispari

Stabilisci se le seguenti funzioni sono pari, dispari o né pari né dispari.

260 $y = x^8 - x^5$ NO PARI NO DISPARI

261 $y = x^8 - x^6$ PARI

262 $y = x^3 - x^5$ DISPARI

263 $y = x^3 - x^5 + 1$ NO PARI NO DISPARI

264 $y = x^8 - x^6 + 1$ PARI

265 $y = \dfrac{x^2 + 1}{x^3 - 1}$ NO PARI NO DISPARI

266 $y = \dfrac{1}{4}\sqrt[3]{x}$ DISPARI

267 $y = \dfrac{1}{x^5 - x^3}$ DISPARI

268 $y = \sqrt[3]{2 - x^2}$

269 $y = \dfrac{2x}{x^4 - 1}$

270 $y = \sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$

271 $y = x^5 - x^3 - x + 2$

272 $y = \dfrac{x}{x^2 + 1}$

273 $y = \dfrac{3x^2 - 1}{4x^3}$

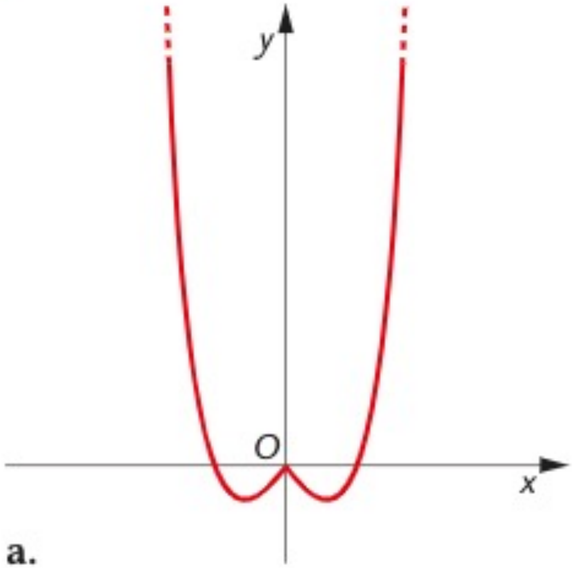
274 $y = \ln\left(\dfrac{1 + x}{1 - x}\right)$

275 $y = e^{x^3}$

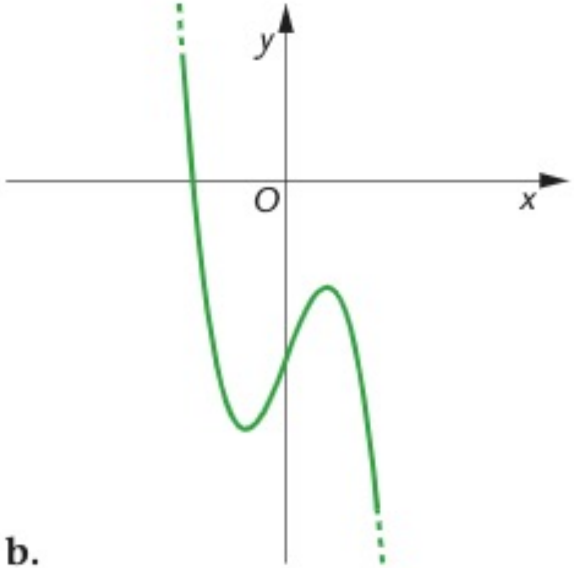
Funzioni pari, dispari e periodiche

Interpretazione di grafici

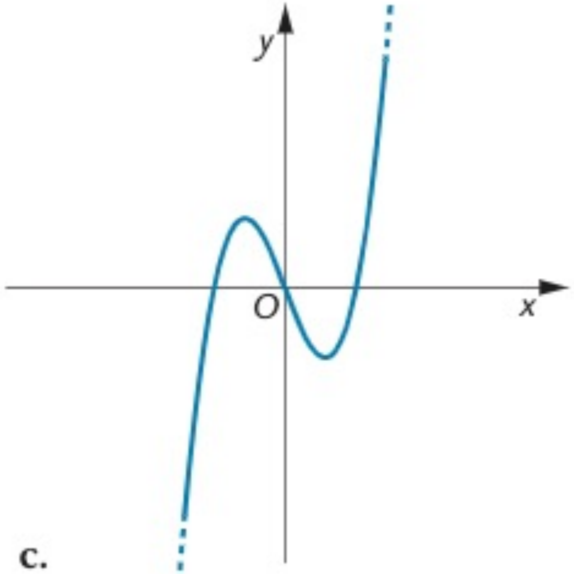
258 Per ciascuna delle funzioni di cui è rappresentato il grafico, stabilisci se è pari, dispari o né pari né dispari.



a.

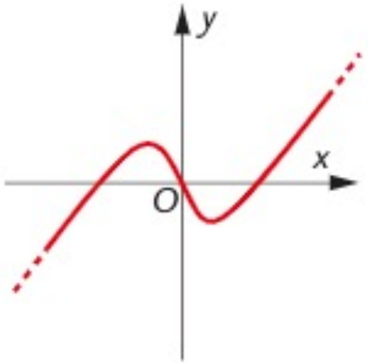


b.

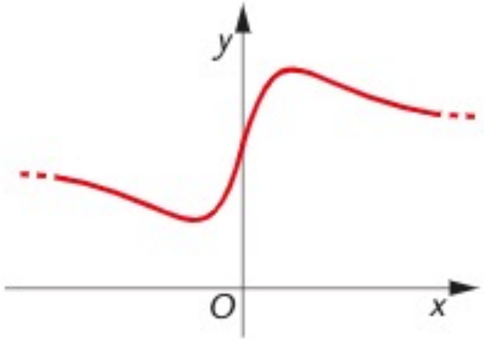


c.

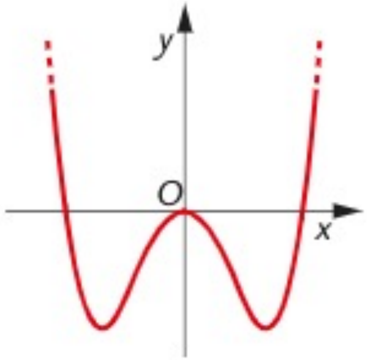
259 Per ciascuna delle funzioni di cui è rappresentato il grafico, stabilisci se è pari, dispari o né pari né dispari.



a.



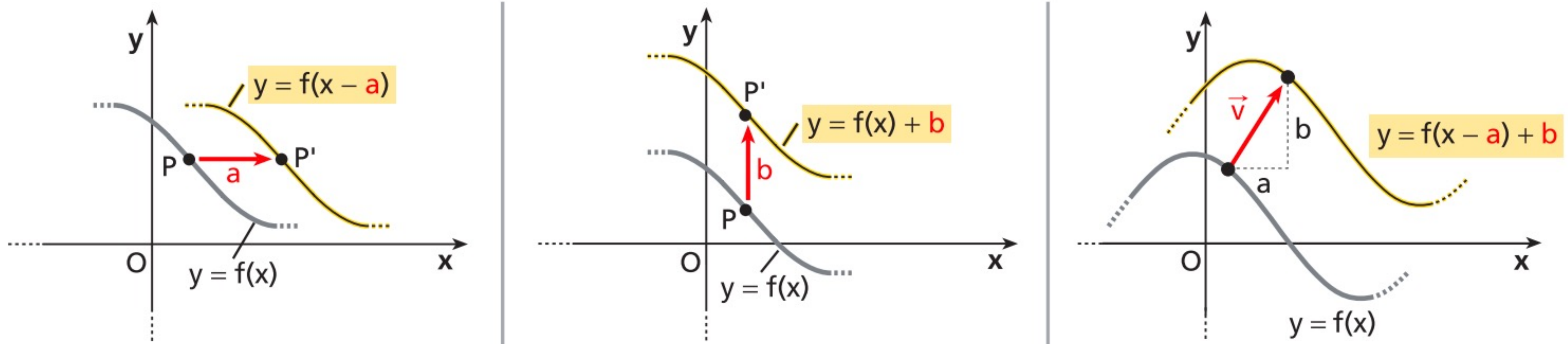
b.



c.

Simmetrie e traslazioni

La traslazione



a. Traslazione di vettore parallelo all'asse *x*.

b. Traslazione di vettore parallelo all'asse *y*.

c. Traslazione di vettore $\vec{v}(a; b)$.

La traslazione rispetto all’asse x

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/cofilduxrv?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies Preview

La traslazione rispetto all’asse y

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/acpxcursb2?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies

Preview

La traslazione rispetto al vettore V

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/6tvqs51b1t?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies   Preview

La simmetria rispetto ad x

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/t2sweessfq?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies   Preview

La simmetria rispetto ad y

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/vaj2zcbwy9?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies

Preview

La simmetria rispetto all'origine O

Insert Web Page

This app allows you to insert secure web pages starting with https:// into the slide deck. Non-secure web pages are not supported for security reasons.

Please enter the URL below.

https:// www.desmos.com/calculator/ufqxgyqmgw?lang=it

Note: Many popular websites allow secure access. Please click on the preview button to ensure the web page is accessible.

Web Viewer Terms | Privacy & Cookies   Preview

Mathematiké

tèkne