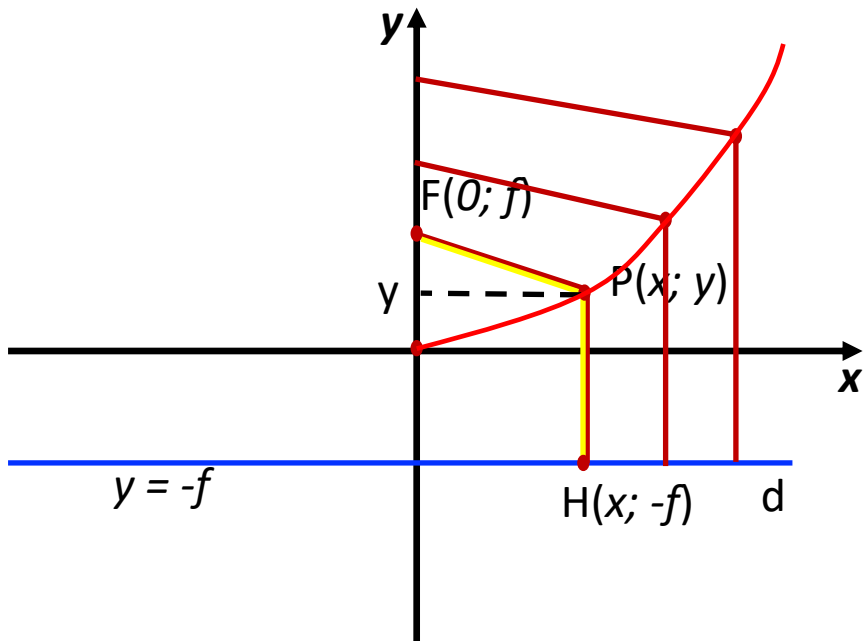


**NO
WAR**

**La Scuola italiana
dice NO alla guerra**



M L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA



Fissiamo:

- Due assi cartesiani,
- il **fuoco** nel punto $F(0; f)$
- la **direttrice** nella retta d di equazione $y = -f$,
- un **punto** generico $P(x; y)$ equidistante da F e da d ,
- $\overline{PF} = \overline{PH}$.

Equazione della parabola con vertice nell'origine e asse verticale $y = ax^2$

Coordinate del fuoco: $F(0; \frac{1}{4a})$. Equazione della direttrice: $y = -\frac{1}{4a}$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

Definizione parabola

La **parabola** è: il **luogo geometrico** dei punti equidistanti da una retta (direttrice) e da un punto (fuoco).

La retta passante per il fuoco e perpendicolare alla direttrice si chiama asse della parabola

Equazione generica della parabola

$$y = ax^2 + bx + c$$

Per semplicità
 iniziamo a lavorare con l'equazione:

$$y = ax^2$$

$$b = 0;$$

$$c = 0$$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE VERTICALE E VERTICE NELL'ORIGINE

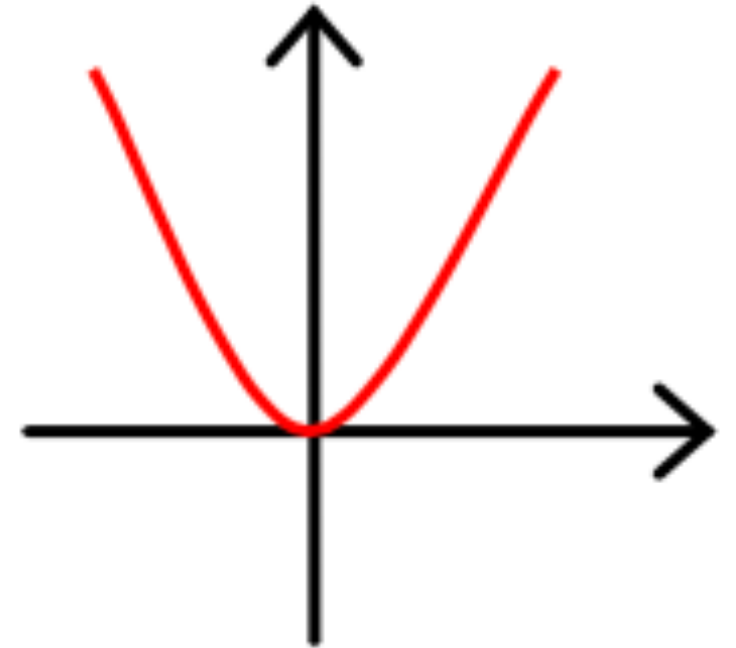
Formulario $y = ax^2$ Equazione della parabola con vertice nell'origine e asse verticale

Coordinate del vertice: $V(0; 0)$

Coordinate del fuoco: $F(0; \frac{1}{4a})$

Equazione dell'asse: $x = 0$

Equazione della direttrice: $y_d = -\frac{1}{4a}$



L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

Formulario $y = ax^2 + bx + c$

Coordinate del vertice:

$$V \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-\Delta}{4a} \right)$$

Coordinate del fuoco:

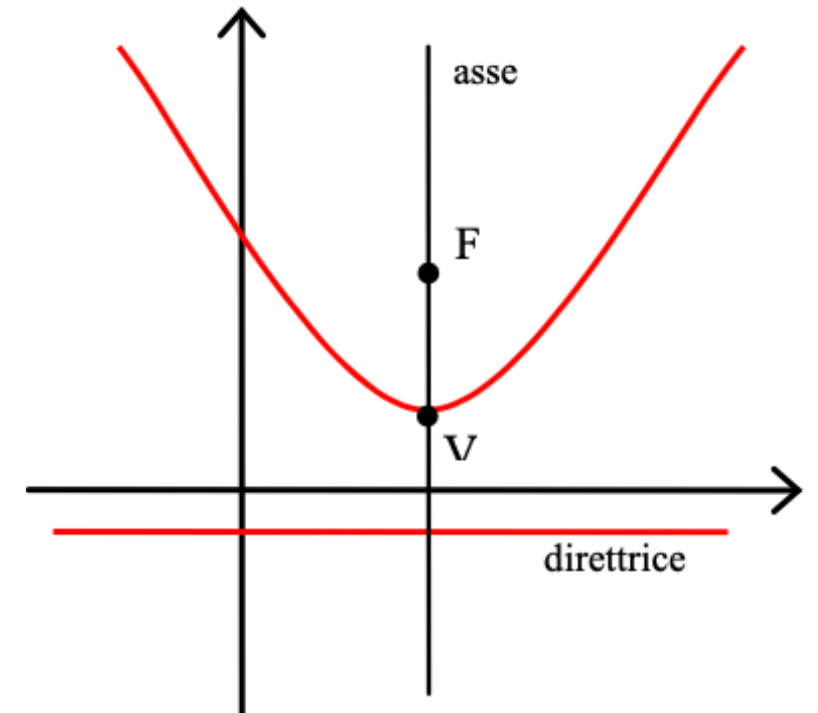
$$F \left(\frac{-b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a} \right)$$

Equazione dell'asse:

$$x = \frac{-b}{2a};$$

Equazione della direttrice:

$$y_d = \frac{-1 - \Delta}{4a}$$



$$\Delta = b^2 - 4ac$$

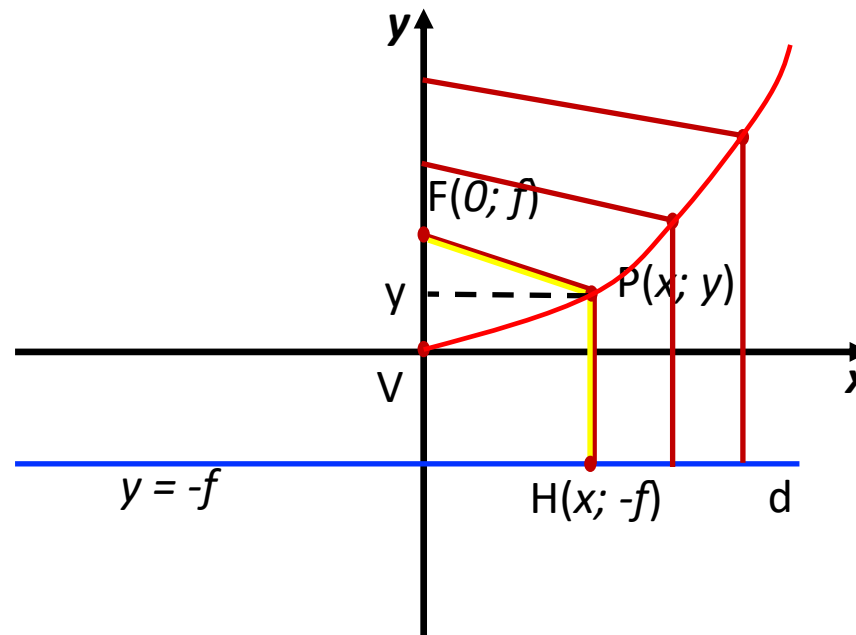
1 Vero o falso?

Considera una parabola di fuoco F , vertice V e direttrice d , e sia H la proiezione di V sulla direttrice.

- a. F è il punto medio di VH
- b. V è il punto medio di FH
- c. la retta passante per V e per F è l'asse della parabola
- d. la retta passante per V e per H è perpendicolare alla direttrice
- e. ogni retta perpendicolare alla direttrice è un asse di simmetria per la parabola

- | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> V | <input checked="" type="checkbox"/> F |
| <input checked="" type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| <input checked="" type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| <input checked="" type="checkbox"/> V | <input type="checkbox"/> F |
| <input type="checkbox"/> V | <input checked="" type="checkbox"/> F |

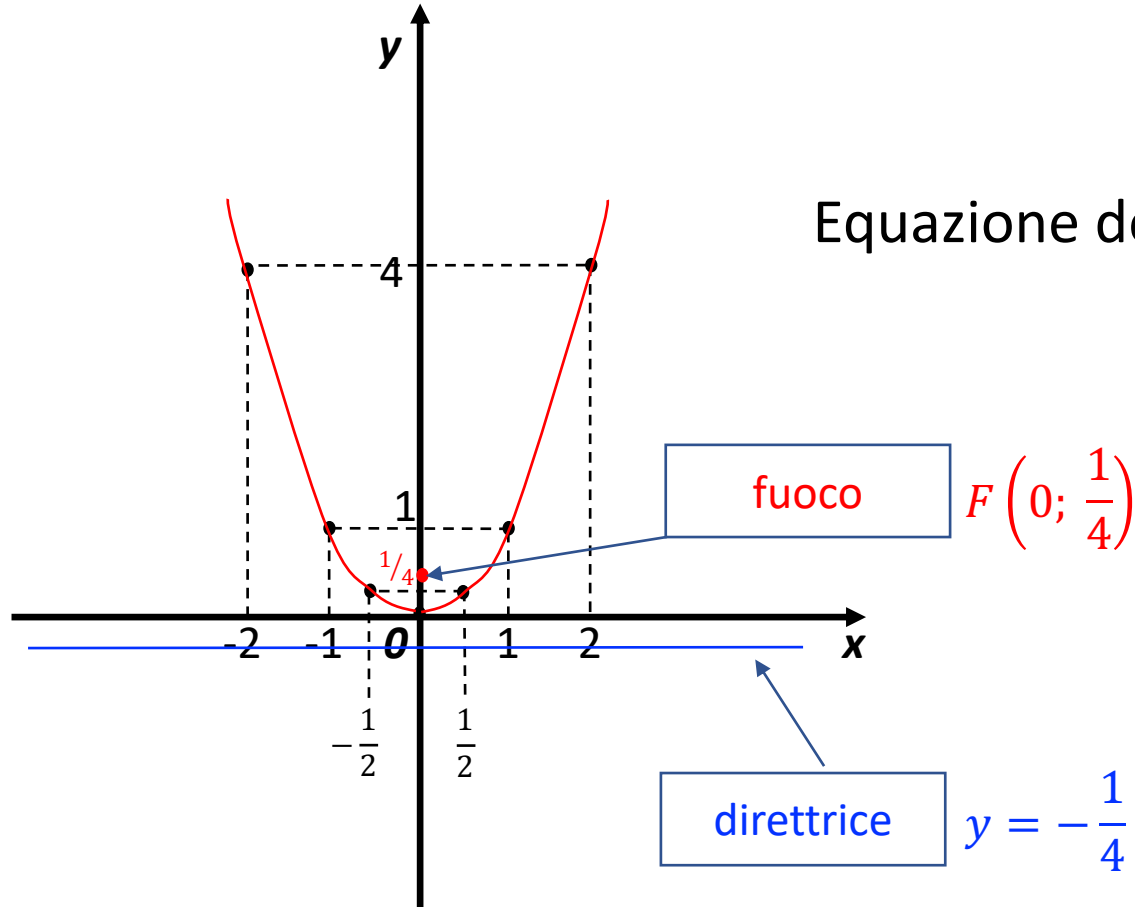
[3 affermazioni vere e 2 false]



M Esempio

$$y = 1x^2$$

x	y
0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1	1
-1	1
2	4
-2	4



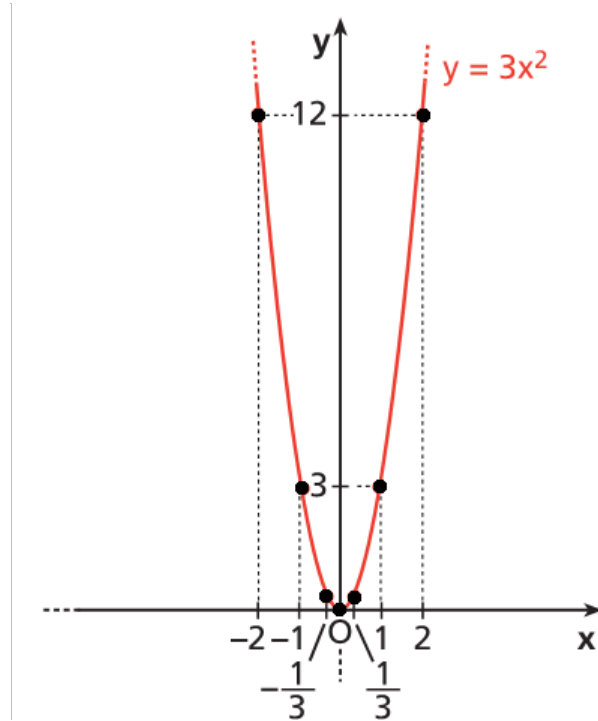
Inoltre $f = \frac{1}{4a} = \frac{1}{4}$

Fuoco. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$

Equazione della direttrice. $y = -\frac{1}{4}$

$$y = 3x^2 .$$

x	y
0	0
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{3}$	3
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	3
-1	3
1	3
-2	12
2	12



Inoltre:

$$f = \frac{1}{4a} = \frac{1}{12}$$

fuoco $F\left(0; \frac{1}{12}\right)$

eq. della direttrice $y = -\frac{1}{12}$

M Esercizio

2 Fra i punti che hanno le seguenti coordinate, solo **due** appartengono alla parabola avente equazione $y = -\frac{1}{2}x^2$. Quali?

- A $(-2, -2)$ B $(2, 2)$ C $(2, -2)$ D $(-2, 2)$

3 Fra i punti che hanno le seguenti coordinate, uno **non** appartiene alla parabola di equazione $y = -\frac{2}{3}x^2$. Quale?

- A $(-1, -0,6)$ C $(3, -6)$
 B $(-2, 2,6)$ D $(0,5, -\frac{1}{6})$

4 Uno solo dei seguenti punti appartiene alla parabola di equazione $y = x^2 - 4x + 3$. Quale?

- A $P(-2, 10)$
 B $Q(-1, 8)$
 C $R(1, 1)$
 D $S(2, -2)$

5 Uno solo dei seguenti punti **non** appartiene alla parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$. Quale?

- A $P(0, 0)$ C $R(2, 0)$
 B $Q(1, -2)$ D $S(3, 7)$

M Esercizio

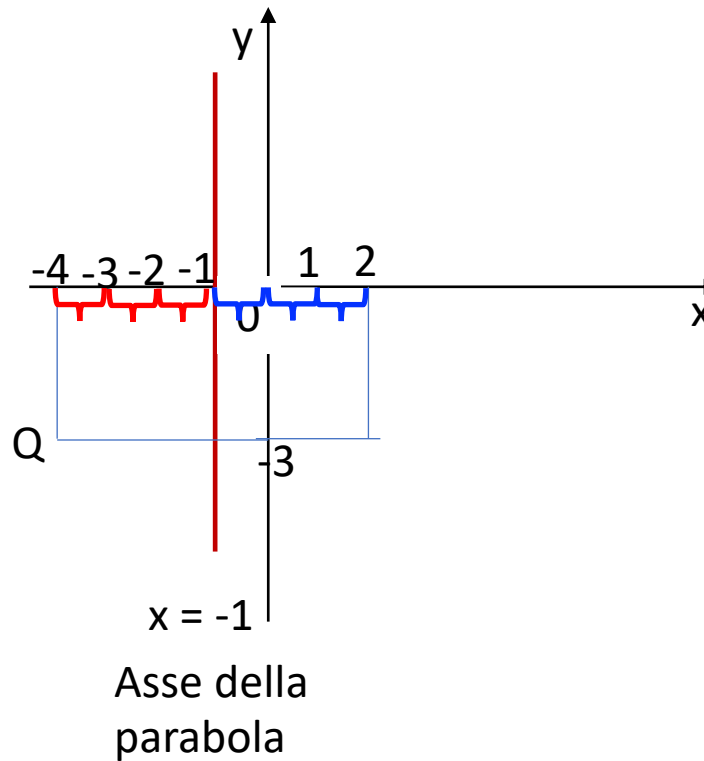
6 Una parabola ha come asse la retta di equazione $x = -1$ e passa per il punto di coordinate $(2, -3)$; quale dei seguenti è certamente un punto della parabola?

A $P(-4, -3)$

B $Q(-3, -3)$

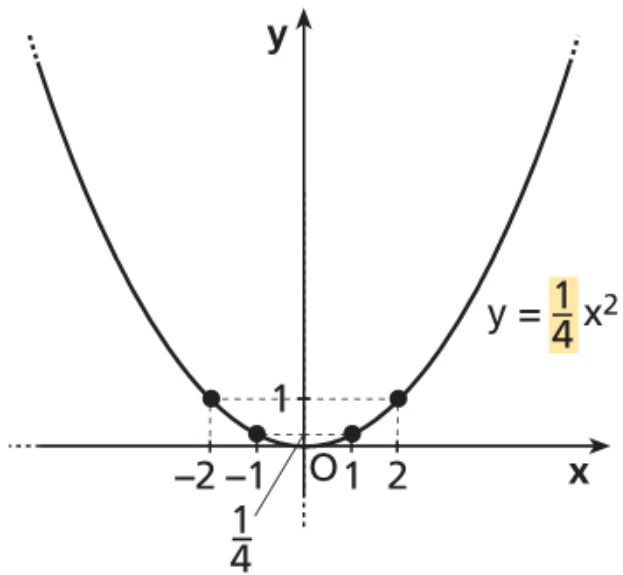
C $R(4, -3)$

D Nessuno dei precedenti

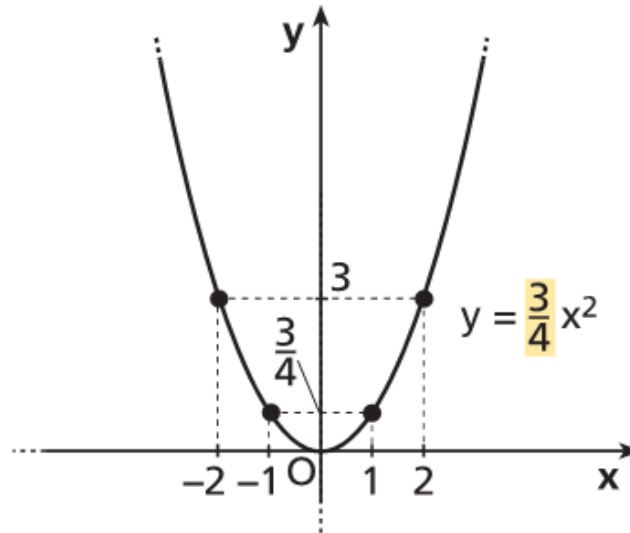


M IL VALORE DI a E L'APERTURA DELLA PARABOLA

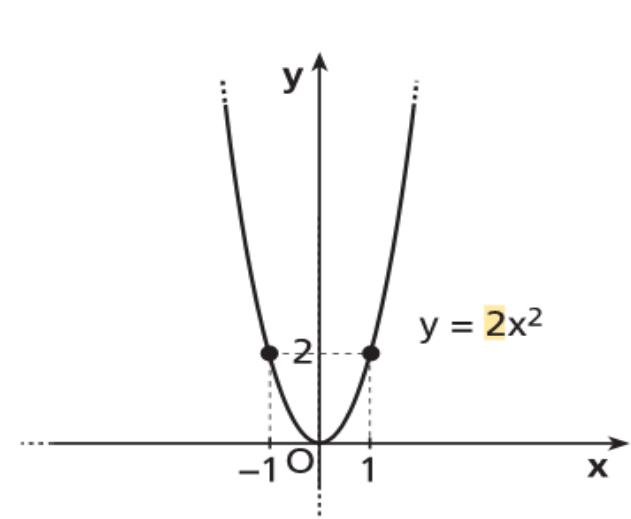
$a = \frac{1}{4}$ $y = \frac{1}{4}x^2$



$a = \frac{3}{4}$ $y = \frac{3}{4}x^2$



$a = 2$ $y = 2x^2$



Per $a > 0$, all'aumentare di a diminuisce l'apertura della parabola.

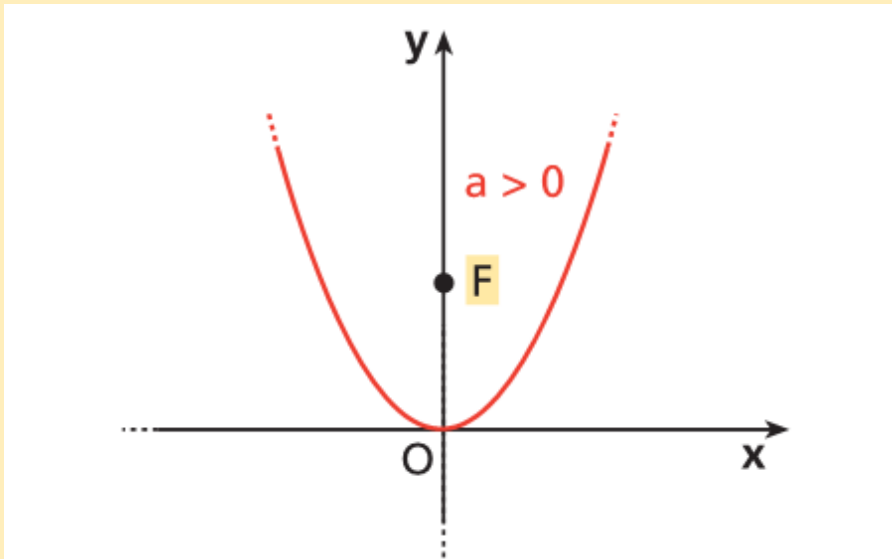
M IL SEGNO DI a E LA CONCAVITÀ DELLA PARABOLA

$a > 0$

$y = ax^2$ è **positiva** o nulla,

la distanza focale è $f > 0$,
(Fuoco $f > 0$)

F ha ordinata **positiva**.



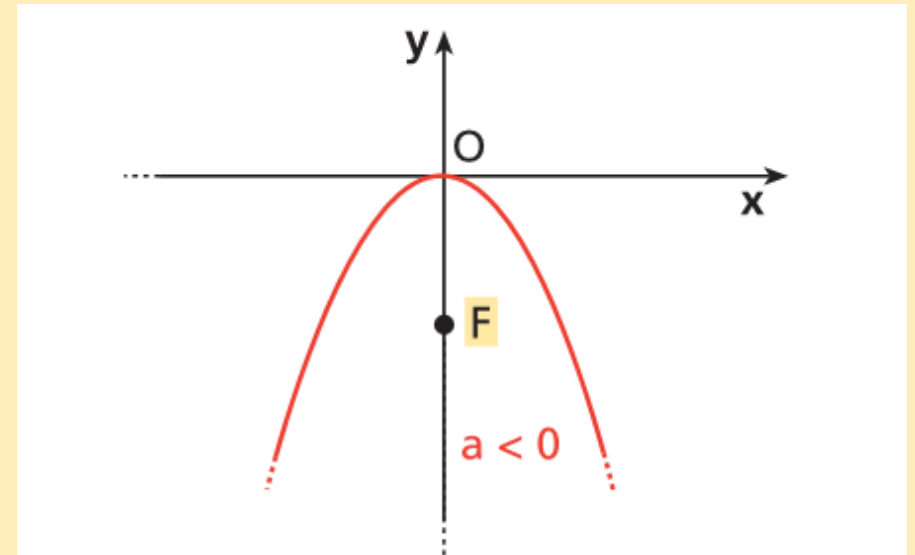
Concavità rivolta **verso l'alto**.

$a < 0$

$y = ax^2$ è **negativa** o nulla,

la distanza focale è $f < 0$,
(Fuoco $f < 0$)

F ha ordinata **negativa**.



Concavità rivolta **verso il basso**.

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

Equazione generica della parabola

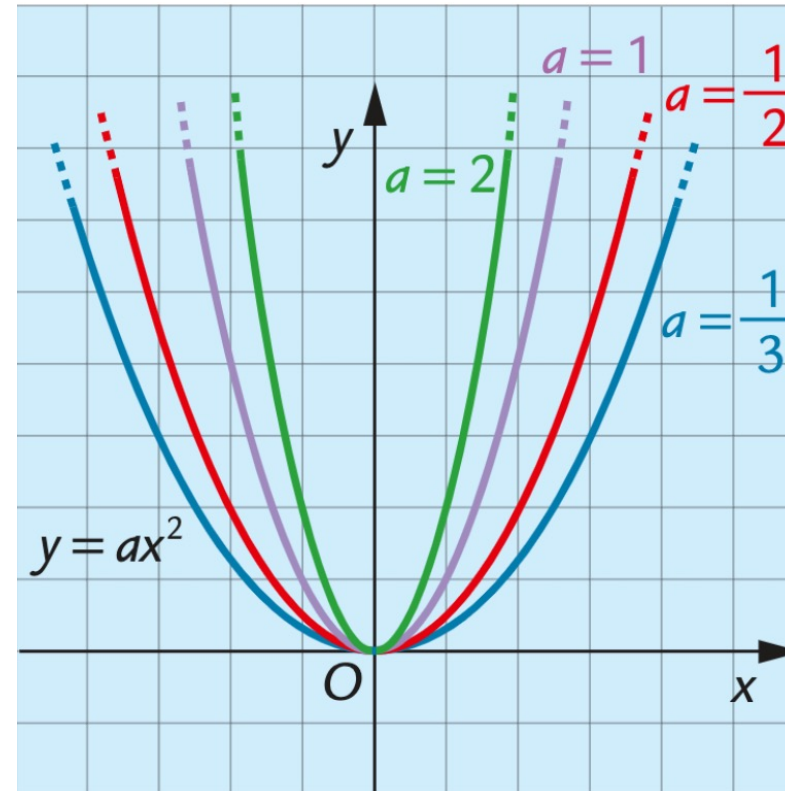
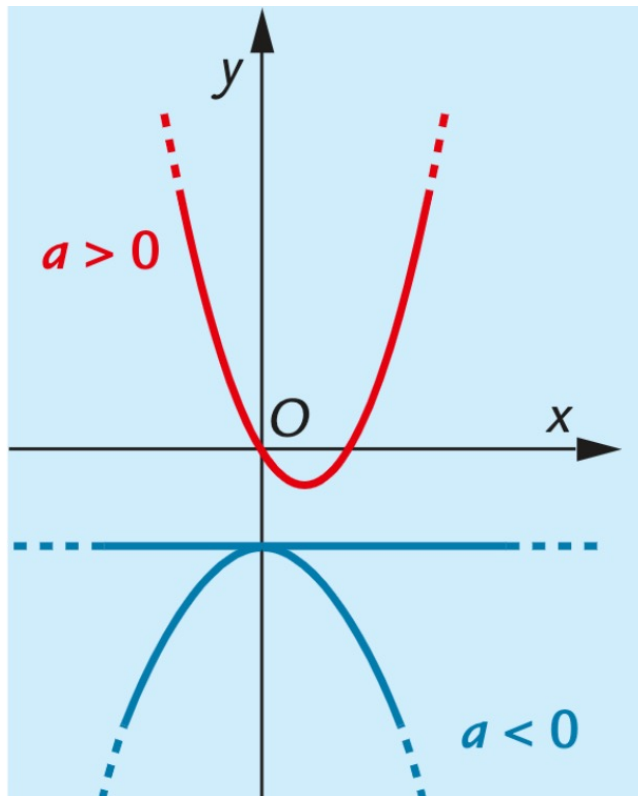
$$y = ax^2 + bx + c .$$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Coefficiente a .

Il segno di a dà informazioni sulla concavità della parabola



$$y = ax^2 + bx + c .$$

Coefficiente b

È legato alla posizione dell'asse della parabola;

$$x = \frac{-b}{2a} ;$$

in particolare,

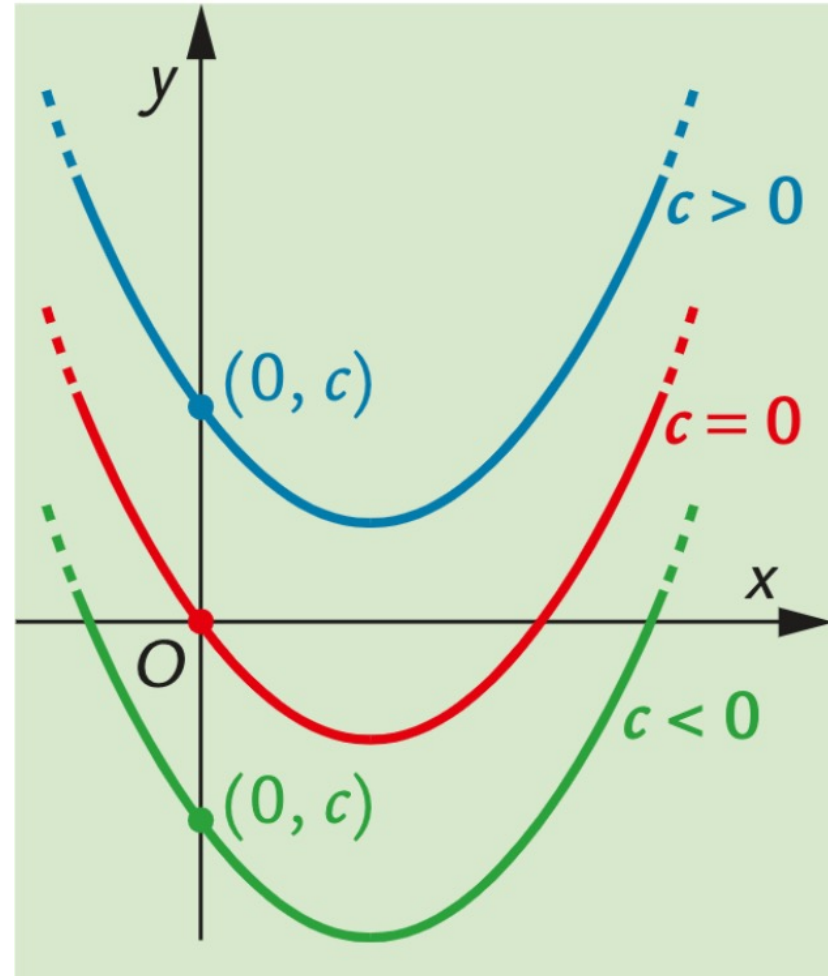
l'asse della parabola coincide con l'asse y se $b=0$.

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Coefficiente c

Rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della parabola con l'asse y .



M Esercizio

Asse
vertice

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

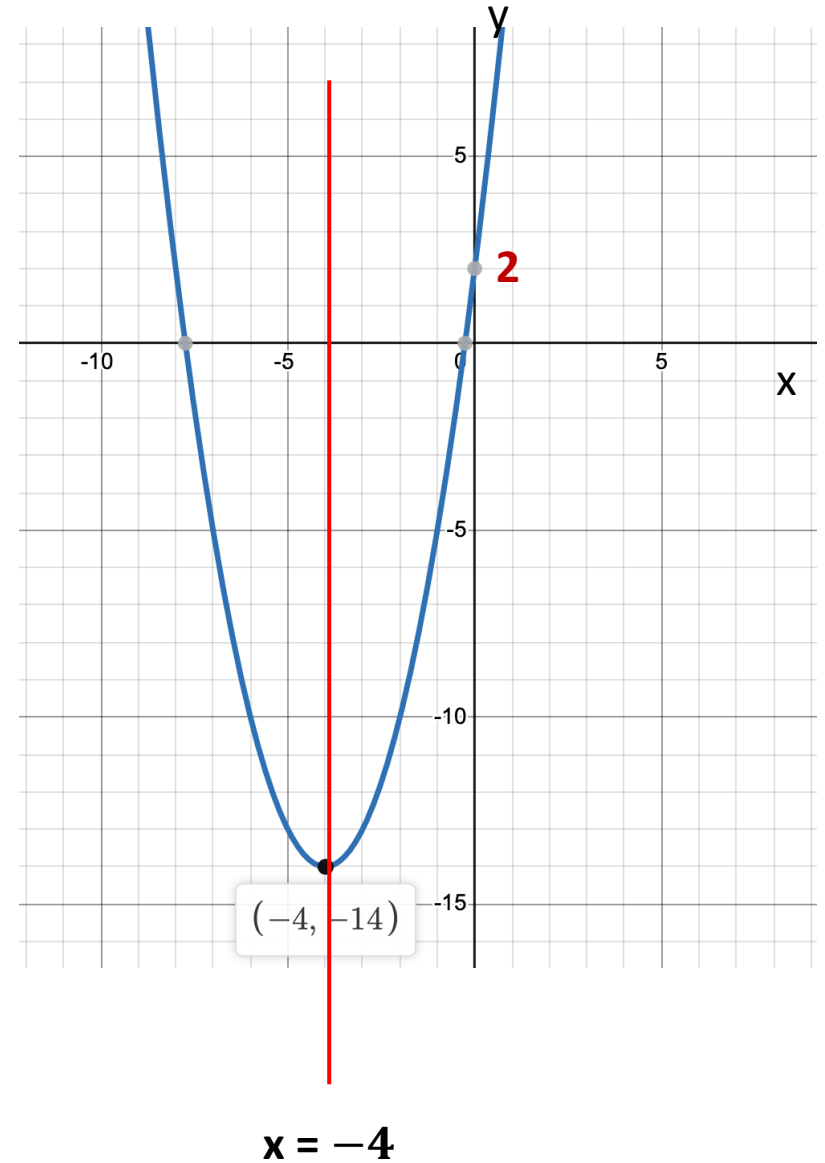
$$y = x^2 + 8x + 2.$$

$a = 1$ → Parabola rivolta verso l'alto

$b = 8$ → L'asse della parabola è dato da:

$$x_a = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2} = -4;$$

$c = 2$ → La parabola interseca l'asse y nel punto $y=2$



M Esercizio

Asse
vertice

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y.

$$y = -2x^2 - 5x + 3.$$

$$a = -2$$



Parabola rivolta verso il basso

$$b = 8$$



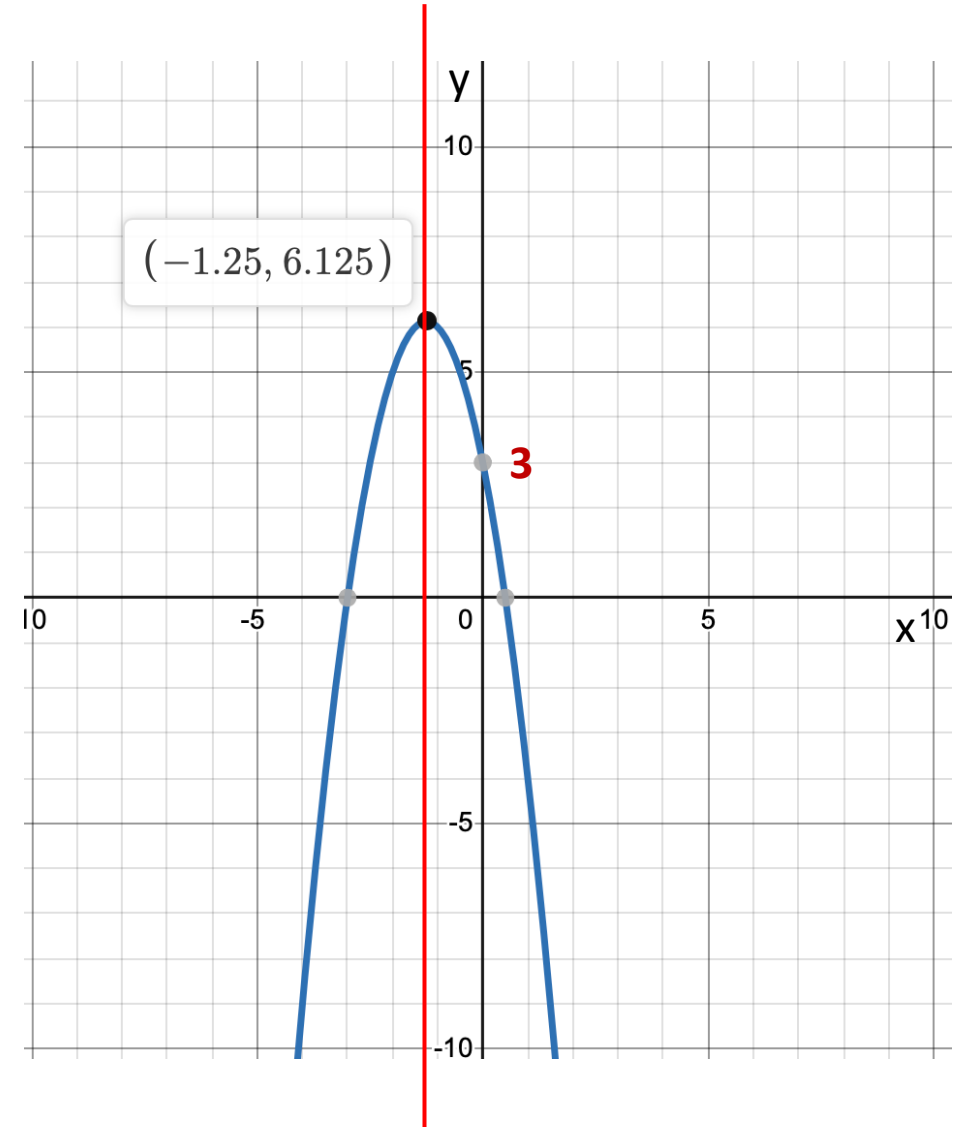
L'asse della parabola è dato da:

$$x_a = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2(-2)} = -\frac{5}{4};$$

$$c = 2$$



La parabola interseca l'asse y nel punto y=2

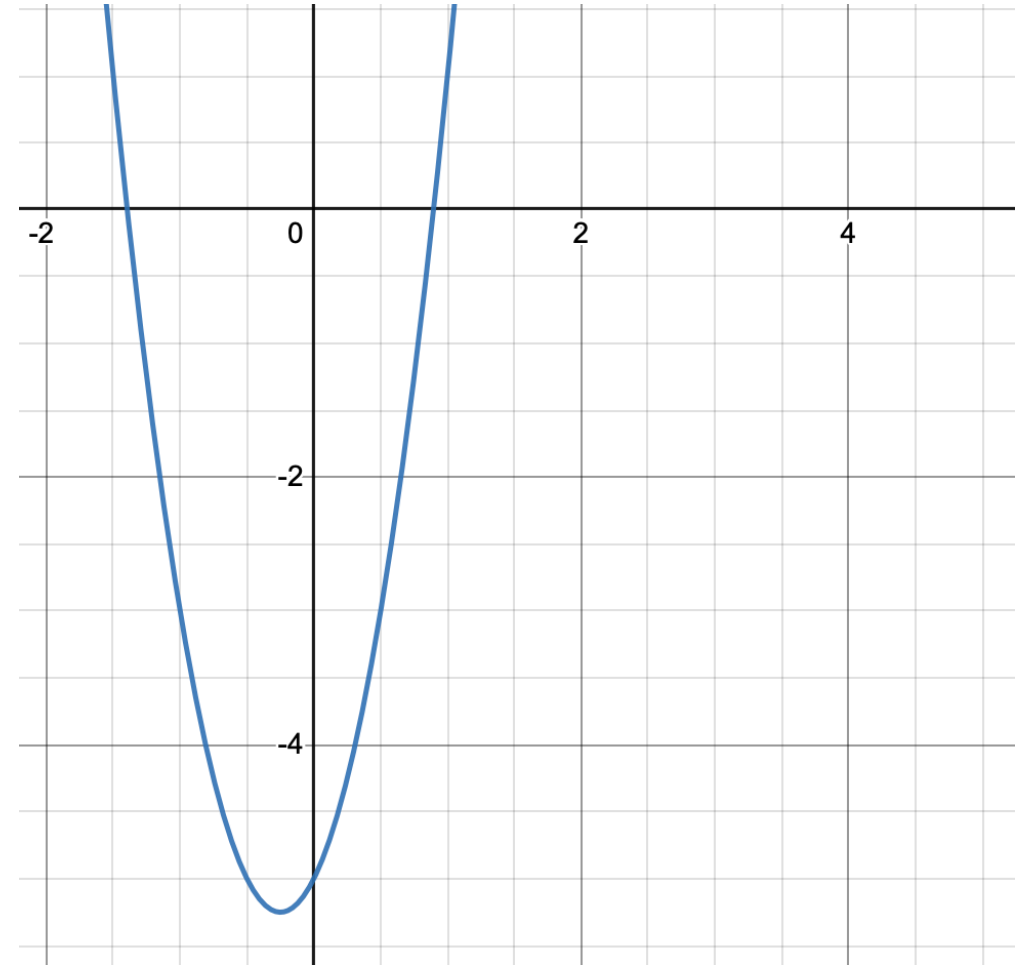


$$x = -\frac{5}{4}$$

Esercizio

Asse
vertice

$$y = 4x^2 + 2x - 5$$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

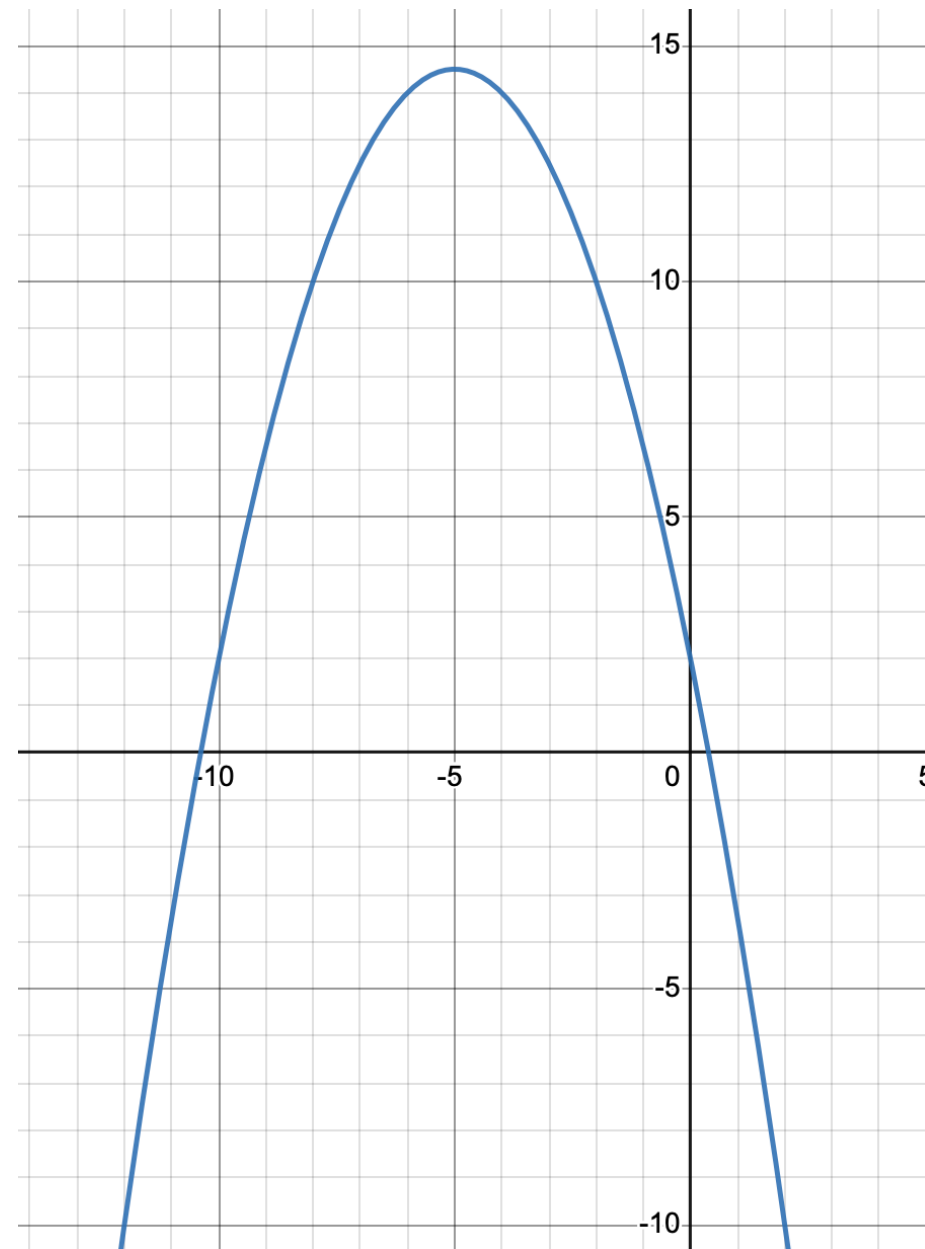


Esercizio

Asse
vertice

$$y = -\frac{1}{2}x^2 - 5x + 2 .$$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .



$$y = ax^2 + bx + c .$$

Trova: **segno**, **asse** e **intersezione con l'asse y**
della seguente parabola usando i coefficiente **a, b, c** .

11 $y = x^2 - 3x + 4$

12 $y = x^2 - 4x + 5$

13 $y = x^2 - 2x$

14 $y = -x^2 + 4$

15 $y = -x^2 - 2x + 1$

16 $y = x^2 - 6x + 9$

17 $y = -x^2 + 6x - 5$

18 $y = -2x^2 + 4x - 1$

19 $y = 2x^2 - 6x$

20 $y = -x^2 + 5x - 4$

21 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$

22 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

Asse

Vertice

direttrice

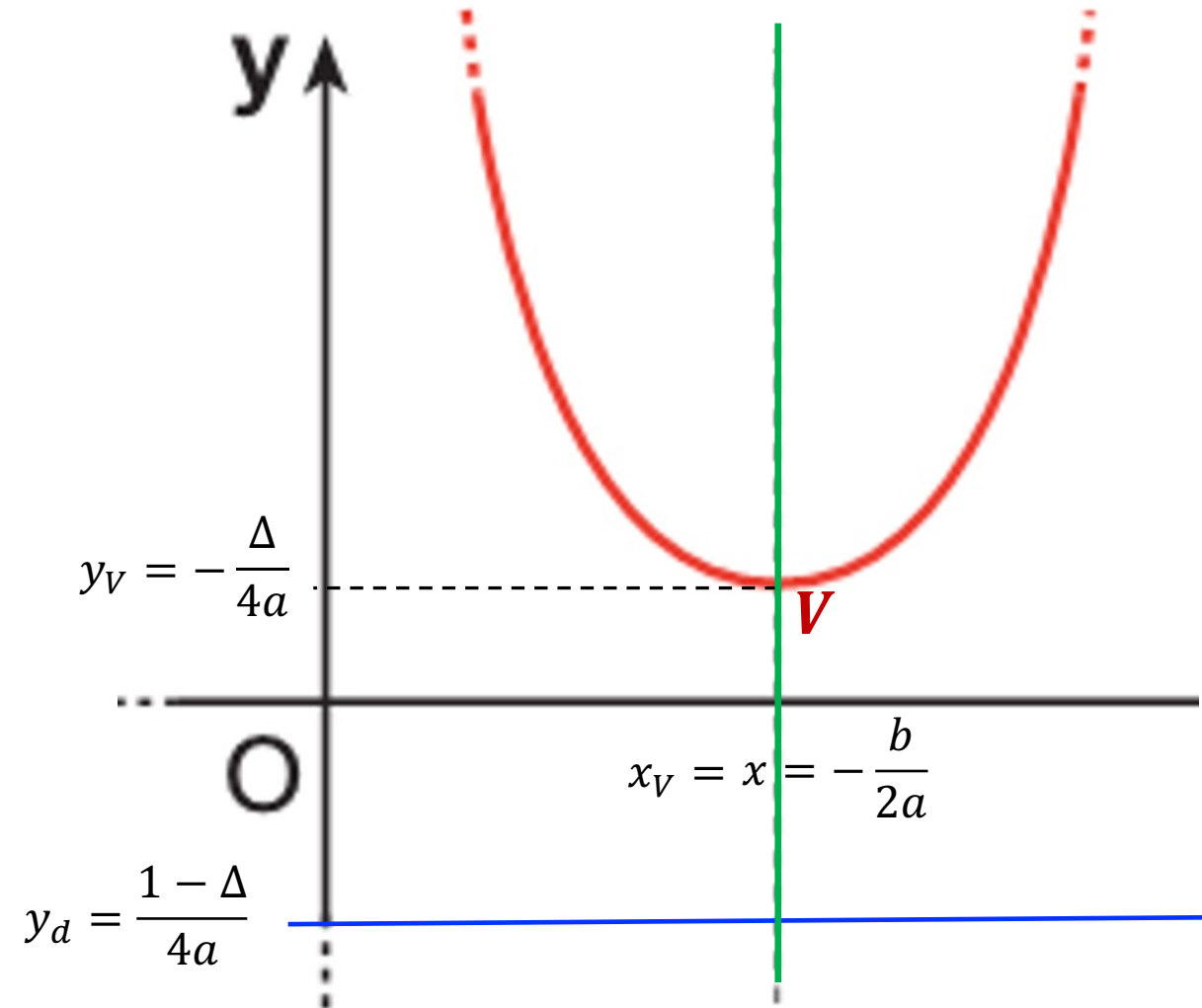
$$y = ax^2 + bx + c .$$

L'asse di simmetria ha equazione: $x = -\frac{b}{2a}$

il vertice è il punto:

$$V(x_V; y_v) = V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \quad \begin{cases} x_V = -\frac{b}{2a} \\ y_V = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

la direttrice ha equazione: $y_d = \frac{1 - \Delta}{4a}$



L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$$y = ax^2 + bx + c .$$

L'asse di simmetria ha equazione: $x = -\frac{b}{2a}$

il fuoco è il punto:

$$F \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a} \right) \quad \begin{cases} x_F = -\frac{b}{2a} \\ y_F = \frac{1 - \Delta}{4a} \end{cases}$$

$$y_F = \frac{1 - \Delta}{4a} \quad \text{---} \quad \mathbf{F}$$

$$x_F = x = -\frac{b}{2a}$$

la direttrice ha equazione: $y_d = \frac{1 - \Delta}{4a}$

$$y_d = \frac{1 - \Delta}{4a}$$

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$$y = ax^2 + bx + c .$$

L'asse di simmetria ha equazione: $x = -\frac{b}{2a}$

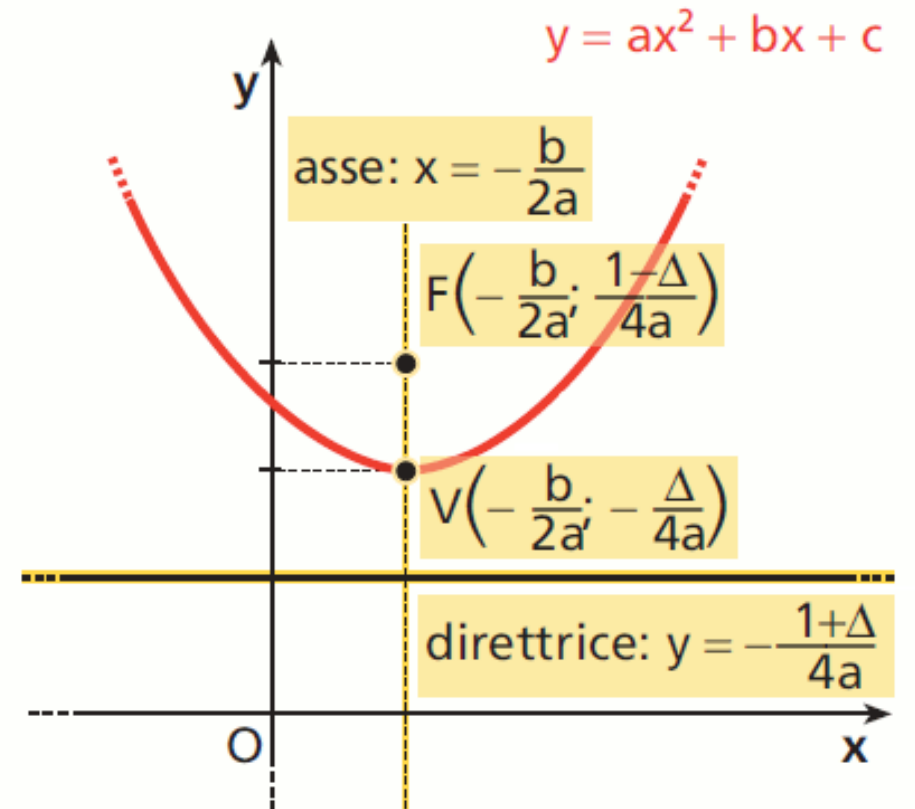
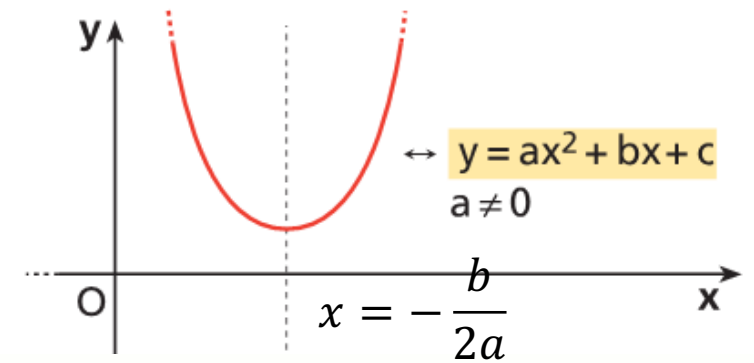
il vertice è il punto:

$$V(x_V; y_v) = V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \begin{cases} x_V = -\frac{b}{2a} \\ y_V = -\frac{\Delta}{4a} \end{cases}$$

il fuoco è il punto:

$$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right) \begin{cases} x_F = -\frac{b}{2a} \\ y_F = \frac{1-\Delta}{4a} \end{cases}$$

la direttrice ha equazione: $y_d = \frac{1+\Delta}{4a}$



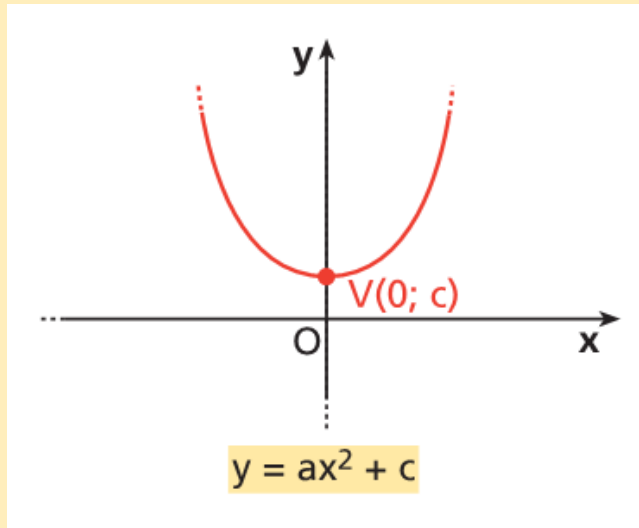
ALCUNI CASI PARTICOLARI

$b = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 + c .$$

La parabola ha vertice $V(0; c)$ e il suo asse di simmetria è l'asse y .

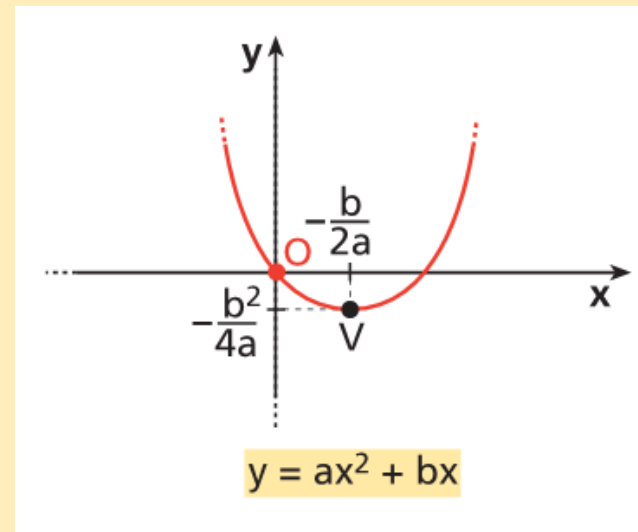


$c = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 + bx .$$

La parabola passa per l'origine O .

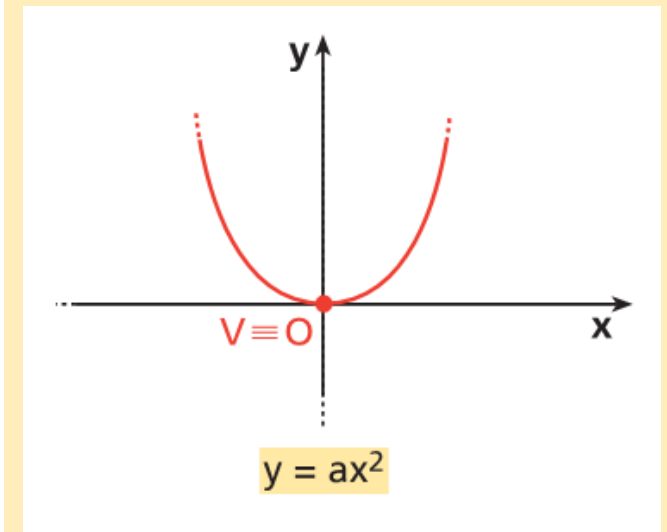


$b = 0, c = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 .$$

La parabola ha il vertice nell'origine O .



M Esercizio

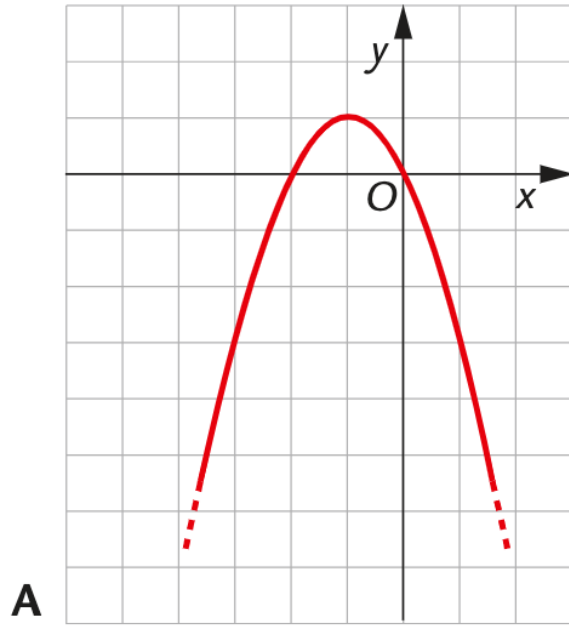
7 **Associazione.** Associa a ogni equazione la parabola corrispondente:

a. $y = x^2 + 2x$

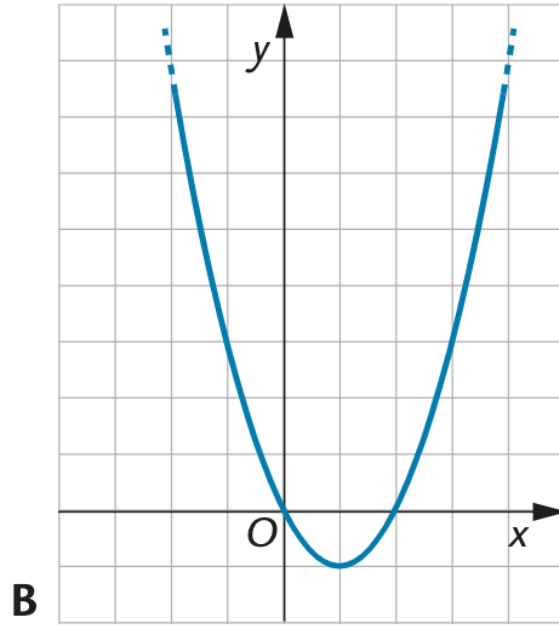
b. $y = -x^2 + 2x$

c. $y = -x^2 - 2x$

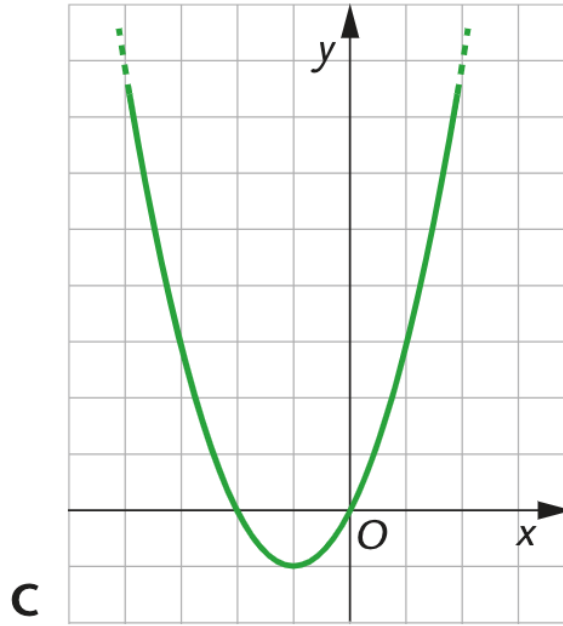
d. $y = x^2 - 2x$



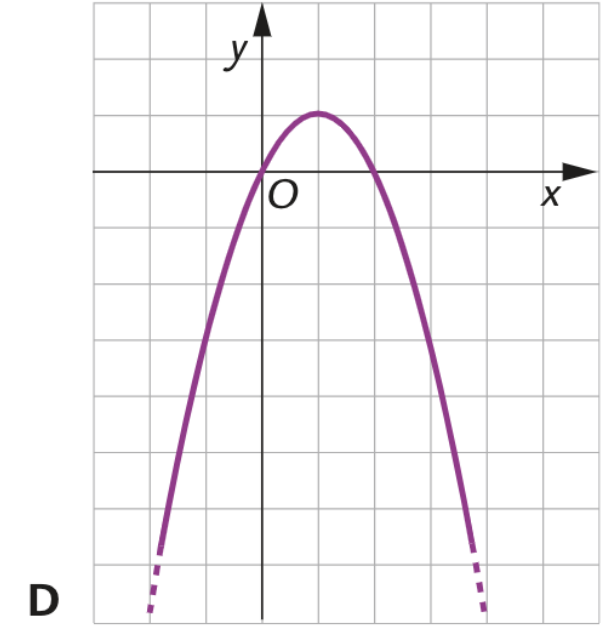
c. $y = -x^2 - 2x$



d. $y = x^2 - 2x$



a. $y = x^2 + 2x$



b. $y = -x^2 + 2x$

M Esercizio

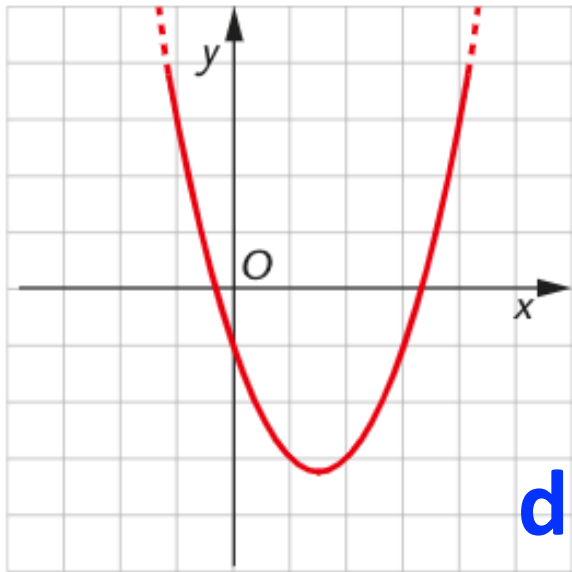
8 Associazione. Associa a ogni equazione la parabola corrispondente:

a. $y = x^2 + 3x + 1$

b. $y = -x^2 - 3x - 1$

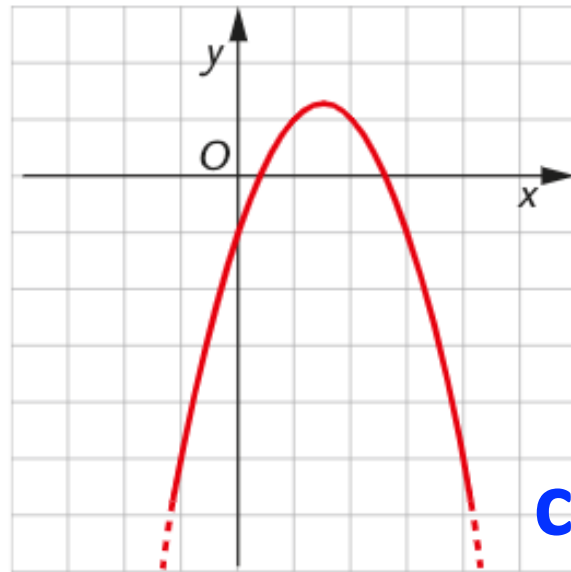
c. $y = -x^2 + 3x - 1$

d. $y = x^2 - 3x - 1$



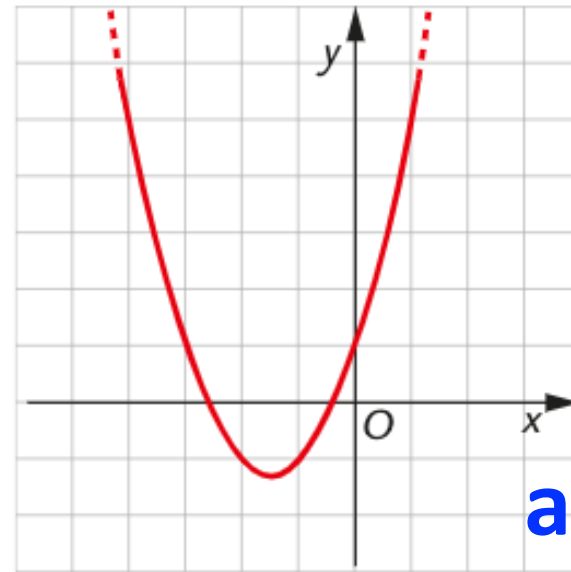
d

A



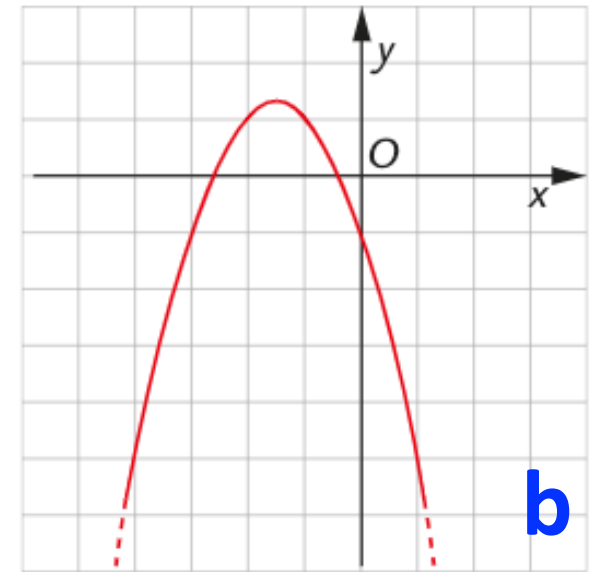
c

B



a

C



b

D

M Esercizi: vertice, asse e punti.

$$y = x^2 - 3x + 4$$

Troviamo l'asse di simmetria: $x = -\frac{b}{2a}$

$$x = -\frac{(-3)}{2 \cdot 1} = \frac{3}{2}$$

Troviamo il vertice V:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad x_v = \frac{3}{2}$$

$$y_v = -\frac{\Delta}{4a} \qquad y_v = -\frac{(b^2 - 4ac)}{4a} = -\frac{((-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4)}{4 \cdot 1} = -\frac{9 - 16}{4} = -\frac{-7}{4} = \frac{7}{4}$$

$$V(x_v; y_v) = V\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$$

M Esercizi: vertice, asse e punti.

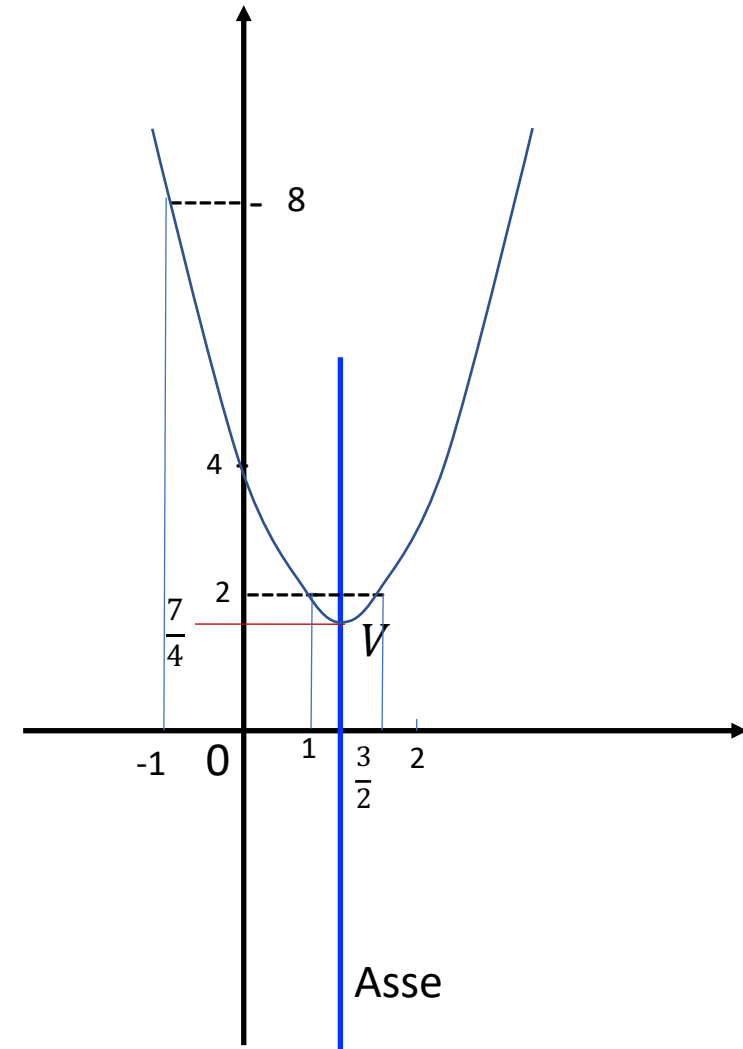
$$y = x^2 - 3x + 4$$

Troviamo l'asse di simmetria:

$$x = \frac{3}{2}$$

Troviamo il vertice V: $V(x_v; y_v) = V\left(\frac{3}{2}; \frac{7}{4}\right)$

x	y
0	4
1.	2
2.	2
-1.	8



M Esercizi: vertice, asse e punti.

Traccia i grafici delle parabole aventi le seguenti equazioni, dopo aver determinato di ciascuna il vertice V , l'asse e altri quattro suoi punti.

- | | | | |
|-------------------------------|---|---|--|
| 11 $y = x^2 - 3x + 4$ | $\left[V\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right) \right]$ | 18 $y = -2x^2 + 4x - 1$ | $[V(1, 1)]$ |
| 12 $y = x^2 - 4x + 5$ | $[V(2, 1)]$ | 19 $y = 2x^2 - 6x$ | $\left[V\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right) \right]$ |
| 13 $y = x^2 - 2x$ | $[V(1, -1)]$ | 20 $y = -x^2 + 5x - 4$ | $\left[V\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right) \right]$ |
| 14 $y = -x^2 + 4$ | $[V(0, 4)]$ | 21 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ | $[V(2, -2)]$ |
| 15 $y = -x^2 - 2x + 1$ | $[V(-1, 2)]$ | 22 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$ | $\left[V\left(3, -\frac{5}{2}\right) \right]$ |
| 16 $y = x^2 - 6x + 9$ | $[V(3, 0)]$ | | |
| 17 $y = -x^2 + 6x - 5$ | $[V(3, 4)]$ | | |

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_V = -\frac{b}{2a}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

10 Completa la seguente tabella.

Equazione della parabola	$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$	$y = x^2 - 3$	$y = -x^2 + 4x - 1$																																				
Asse e vertice																																				
Tabella di valori per x e y	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-4	-2	0	2	4	y						<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y						<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y					
x	-4	-2	0	2	4																																		
y																																							
x	-2	-1	0	1	2																																		
y																																							
x	0	1	2	3	4																																		
y																																							
Grafico della parabola, dopo aver rappresentato il vertice, i punti aventi le coordinate corrispondenti ai valori trovati nella tabella e i loro simmetrici rispetto all'asse della parabola																																							

Intersezione di una parabola con gli assi x e y

M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = x^2 - 3x + 4 .$$

Intersezione con l'asse x:

Posto $y=0$ $x^2 - 3x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7 < 0$$

$\Delta < 0 \rightarrow$ Nessuna intersezione con l'asse x

Intersezione con l'asse y:

Posto $x=0$ $y = x^2 - 3x + 4 .$

$$y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 = 4 .$$

Intersezione con l'asse y

$$x = 0 \rightarrow y = 4$$

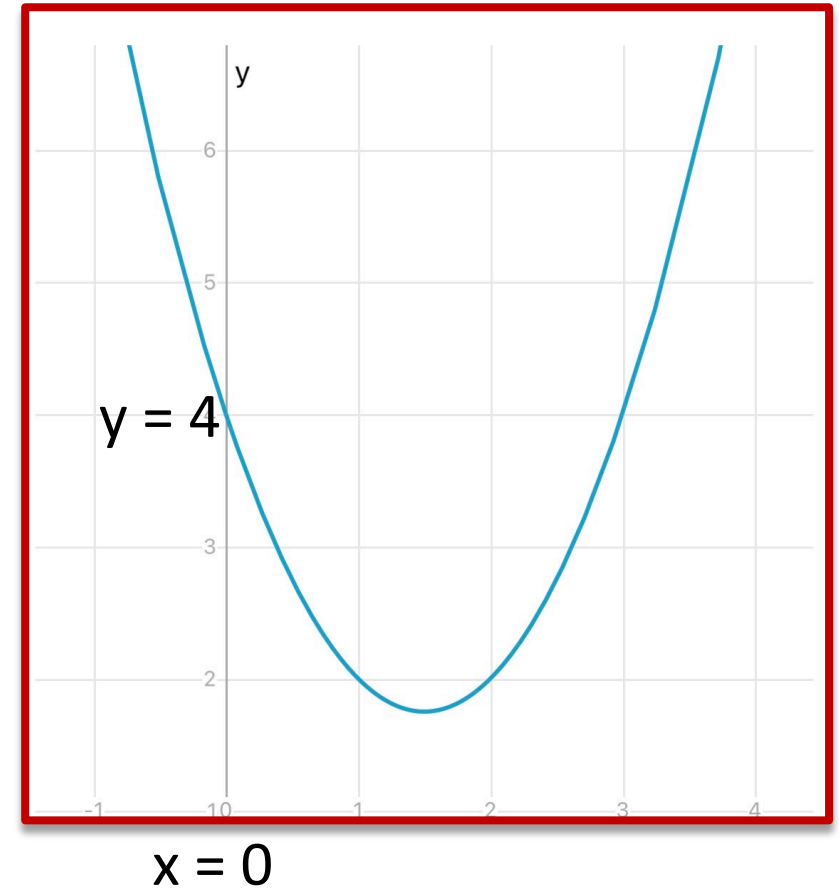
M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = x^2 - 3x + 4 .$$

Intersezione con l'asse x: → **Nessuna intersezione con l'asse x**

Intersezione con l'asse y: →

$$\begin{aligned} \rightarrow & x = 0 \\ & y = 4 \end{aligned}$$



M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = -1x^2 + 6x - 5.$$

Intersezione con l'asse x:

Posto $y=0$ $-1x^2 + 6x - 5 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 36 - 20 = 16 > 0$$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2(-1)} = \frac{-6 \pm 4}{-2} = \frac{-6 - 4}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \quad \text{Punti di intersezione con l'asse x:}$$

$$\frac{-6 + 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad P(5; 0) \quad Q(1; 0)$$

Intersezione con l'asse y:

$$y = -1x^2 + 6x - 5.$$

Posto $x=0$ $y = -0^2 - 6 \cdot 0 - 5 = -5.$

Punti Intersezione con l'asse y

$$x = 0 \rightarrow y = -5 \quad M(0; -5)$$

M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

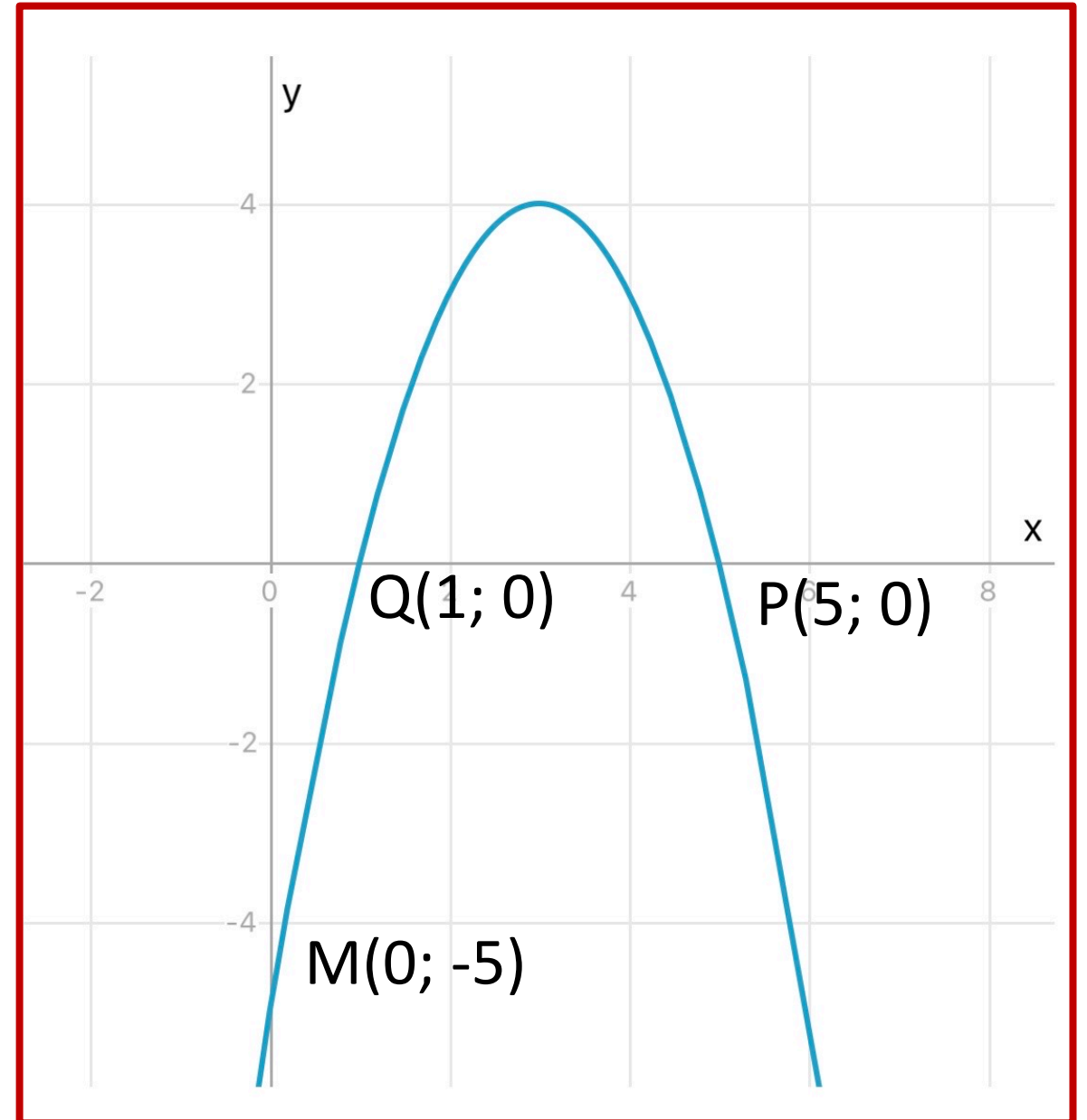
$$y = -1x^2 + 6x - 5 .$$

Intersezione con l'asse x:

$$\rightarrow P(5; 0) \quad Q(1; 0)$$

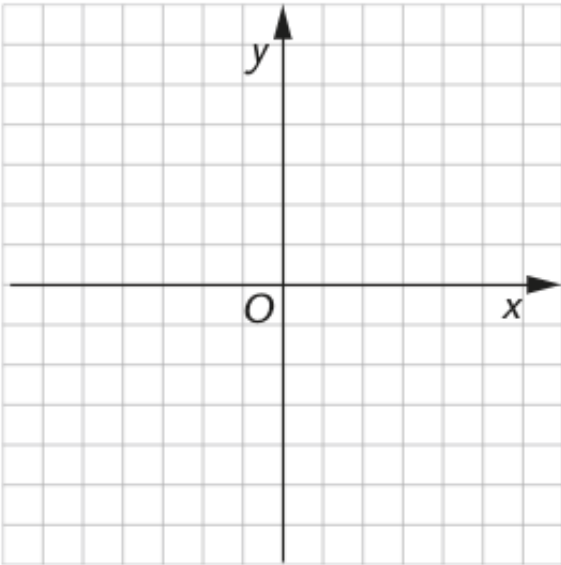
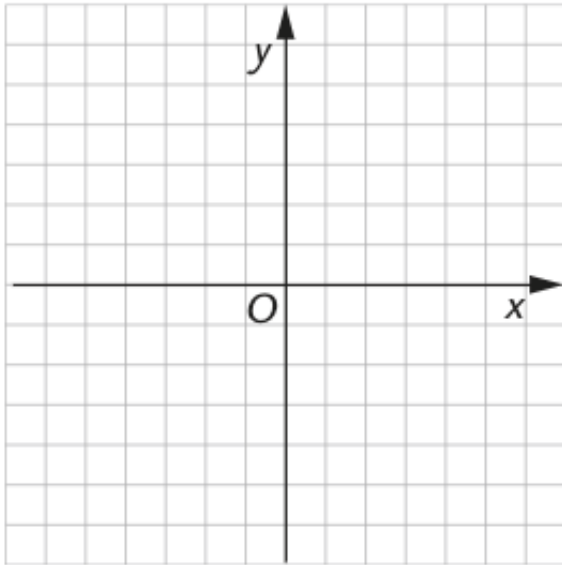
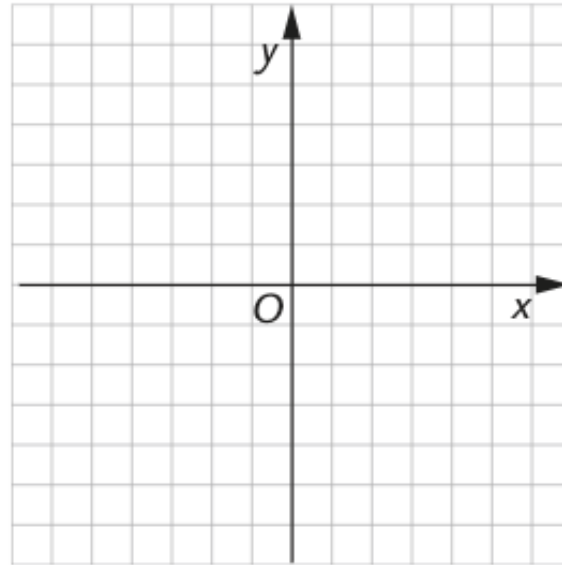
Intersezione con l'asse y:

$$\rightarrow M(0; -5)$$



M Esercizi: vertice e punti di intersezione

Completa la seguente tabella.

Funzione	$y = 3x^2 + 6x$	$y = (x + 2)^2 - 3$	$y = -x^2 + 4x - 3$
Asse e vertice della parabola corrispondente
Intersezioni della parabola con l'asse x
Intersezione della parabola con l'asse y
Grafico della parabola, dopo aver rappresentato il vertice, i punti d'intersezione con gli assi cartesiani e i loro simmetrici rispetto all'asse della parabola			

Esercizi: vertice e punti di intersezione

Traccia il grafico delle parabole aventi le seguenti equazioni, dopo averne individuato il vertice e i punti d'intersezione con gli assi cartesiani.

29 $y = x^2 - 2x$

34 $y = 2x^2 - 2x - 4$

39 $y = x^2 + 5x + 6$

30 $y = x^2 + 3x - 4$

35 $y = -x^2 + 1$

40 $y = (x - 1)^2 - 16$

31 $y = 2x^2 - 2$

36 $y = -x^2 + 4x$

41 $y = -x^2 + 6x + 7$

32 $y = -2x^2 + 10x$

37 $y = x^2 + 4x + 4$

42 $y = x^2 + 6x + 5$

33 $y = -x^2 - 5x + 6$

38 $y = -2x^2 - x + 3$

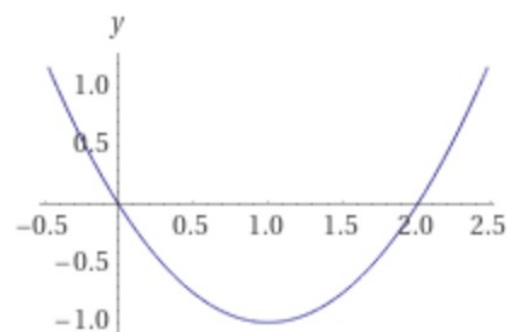
$y = x^2 - 2x$

29

Geometric figure

parabola

Plots



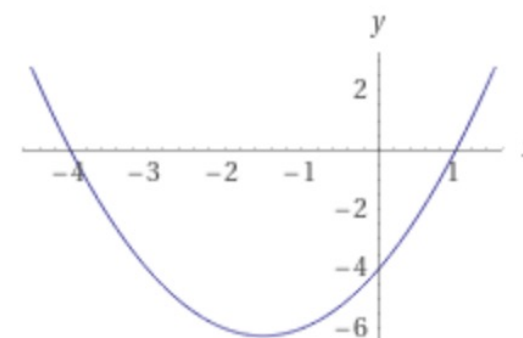
$y = x^2 + 3x - 4$

30

Geometric figure

parabola

Plots



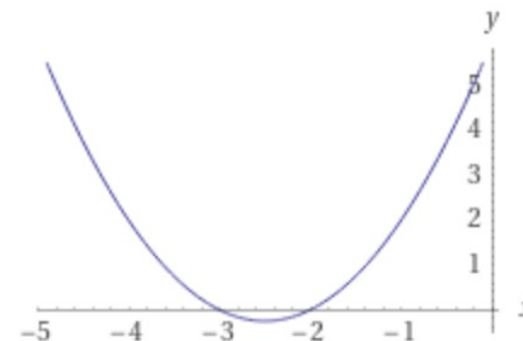
$y = x^2 + 5x + 6$

39

Geometric figure

parabola

Plots



$y = -x^2 - 5x + 6$

33

Geometric figure

parabola

Plots

