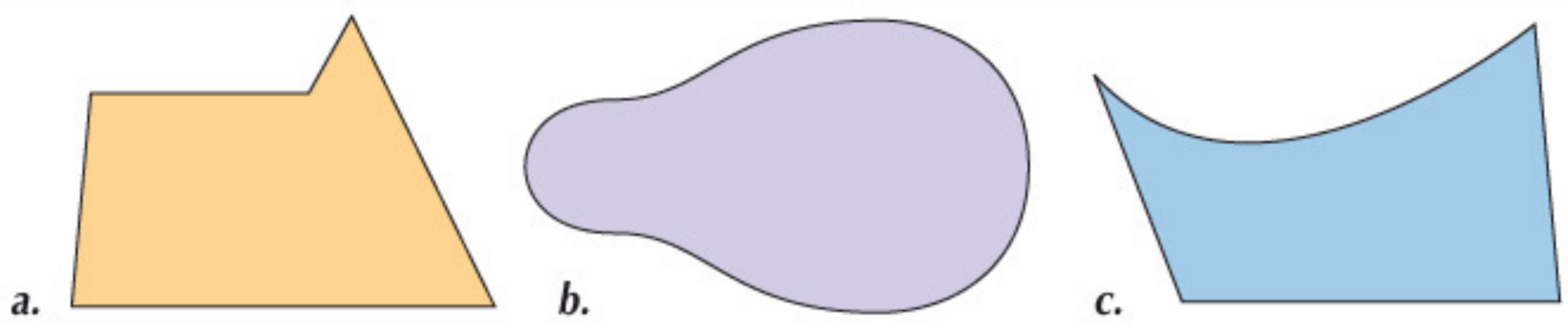
La superficie di una figura geometrica

Qualunque sia il suo contorno, ogni figura piana occupa sempre una superficie.



DEFINIZIONE. Per **area** di una figura piana si intende la **misura della sua superficie**.

Per misurare la superficie di una figura occorre confrontarla con un'unità di misura. L'unità di misura delle superfici è il metro quadrato (**m^2**) con i suoi multipli e sottomultipli:

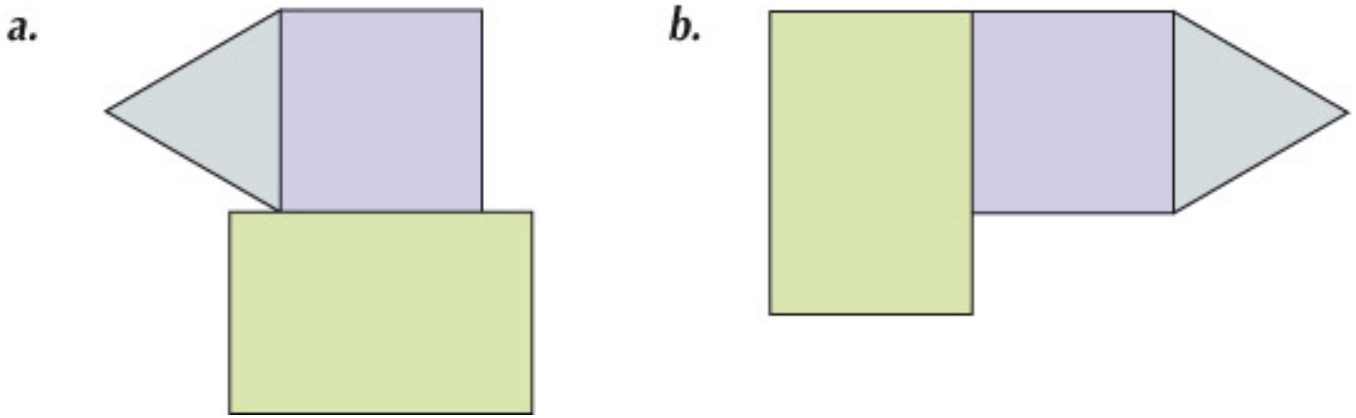
km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

La superficie di una figura geometrica

Esaminiamo un altro concetto fondamentale della geometria piana: l' **equivalenza delle superfici**.

Accostando fra loro un triangolo equilatero, un quadrato e un rettangolo

è possibile ottenere le seguenti figure



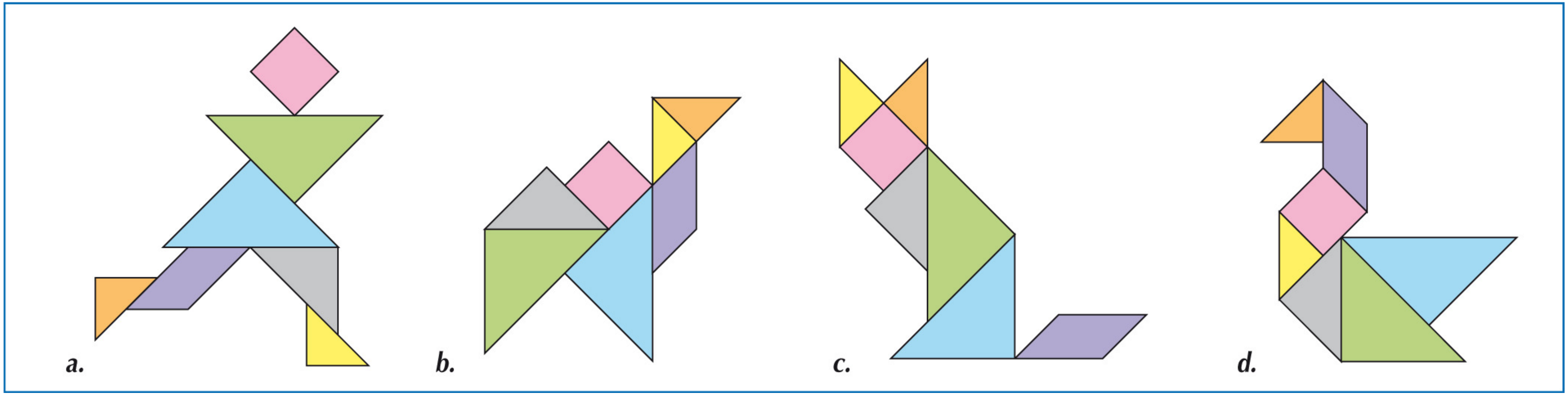
che, essendo composte dagli stessi poligoni, occupano la stessa superficie.

Figure equicomposte

PROPRIETÀ. Due figure equicomposte sono necessariamente equivalenti.

Si possono presentare due casi.

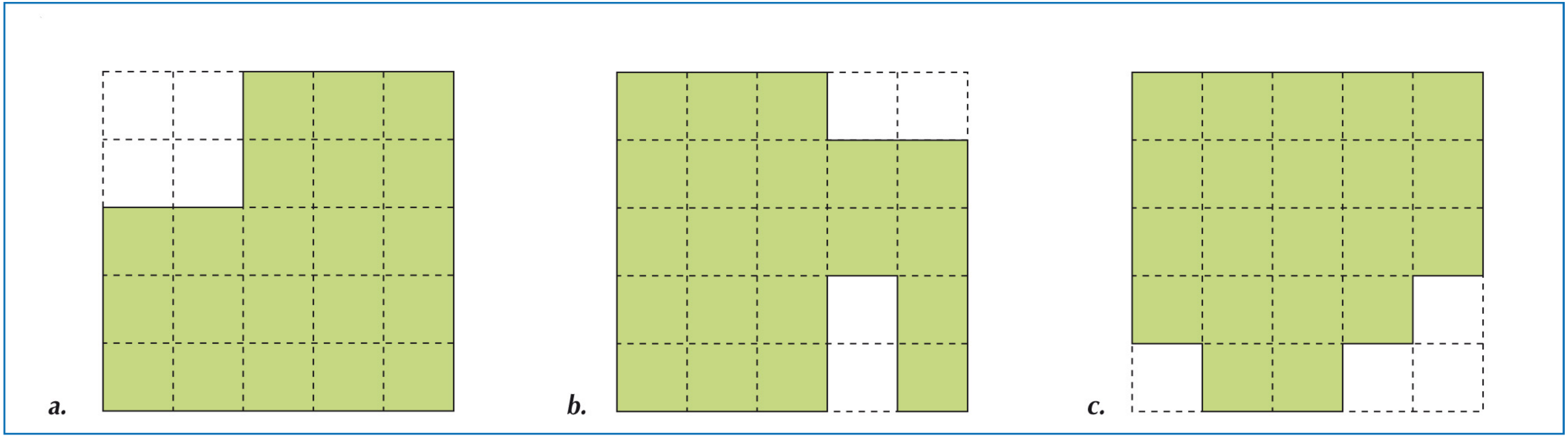
Primo caso: Equiscomponibilità mediante somma di figure



PROPRIETÀ. Figure che sono state ottenute mediante somma di parti rispettivamente congruenti sono equivalenti.

Figure equicomposte

Secondo caso: Equiscomponibilità mediante differenza di figure

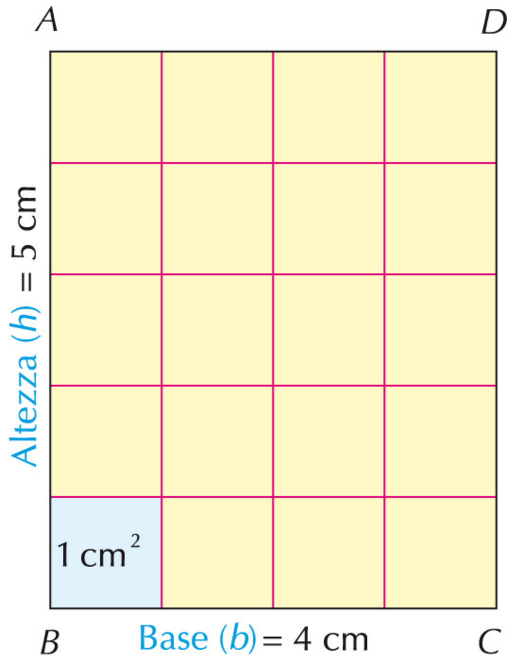


PROPRIETÀ. Figure che sono state ottenute mediante differenza di parti rispettivamente congruenti sono equivalenti.

Rettangolo

REGOLA.
L'**area del rettangolo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza. In simboli:

$$A = b \cdot h$$



Da questa formula ricaviamo le seguenti formule inverse:

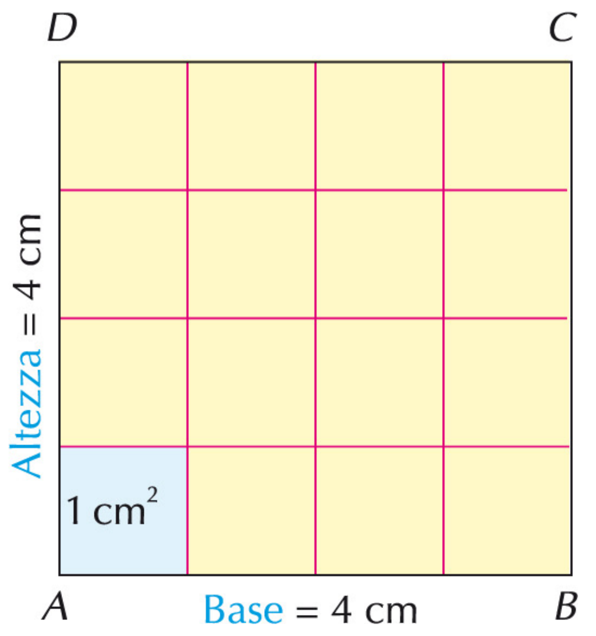
$$b = \frac{A}{h} \qquad h = \frac{A}{b}$$

A = (5 • 4) cm^2 = 20 cm^2

Quadrato

REGOLA. L'**area del quadrato** si ricava moltiplicando la misura del lato per se stessa. In simboli:

$$A = l^2$$



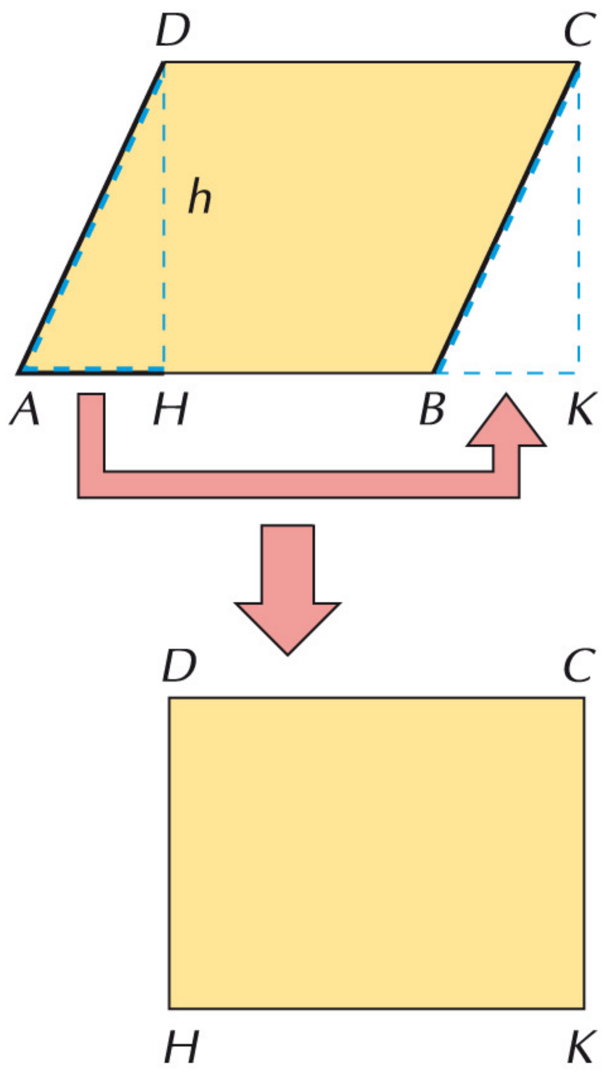
Da questa formula ricaviamo la seguente formula inversa:

$$l = \sqrt{A}$$

A = 4^2 cm^2 = 16 cm^2

Parallelogramma

PROPRIETÀ. Il parallelogrammo è equivalente ad un rettangolo avente la stessa base e la stessa altezza



REGOLA. L'**area del parallelogrammo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza. In simboli:

$$A = b \cdot h$$

Da questa formula ricaviamo la seguente formula inversa:

$$b = \frac{A}{h} \qquad h = \frac{A}{b}$$

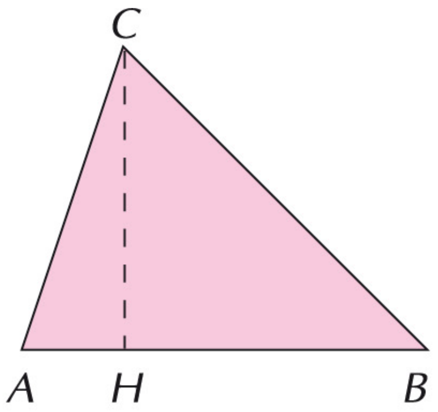
Triangolo

PROPRIETÀ. Il triangolo è equivalente alla metà di un parallelogrammo avente la stessa base e la stessa altezza.

Di conseguenza:

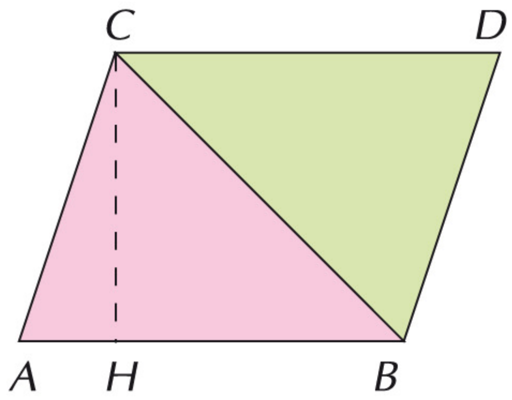
REGOLA. L'**area del triangolo** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza ad essa relativa e dividendo il risultato ottenuto per due. In simboli:

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$



Da questa formula ricaviamo le seguenti formule inverse:

$$b = \frac{2 \cdot A}{h} \qquad h = \frac{2 \cdot A}{b}$$

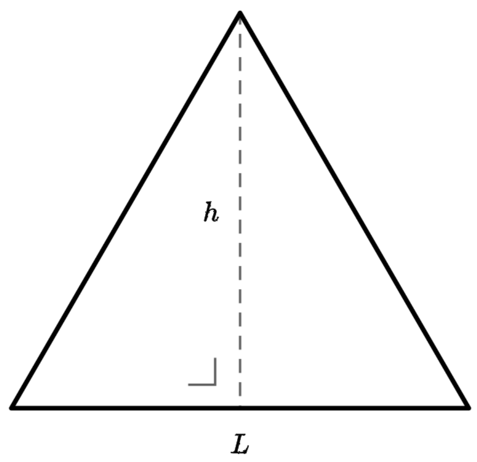


Triangolo Equilatero

REGOLA. L'**area del triangolo equilatero** si ricava moltiplicando la misura della base per quella dell'altezza ad essa relativa e dividendo il risultato ottenuto per due. In simboli:

$$A = \frac{L \cdot h}{2}$$

$$P = L \cdot 3$$

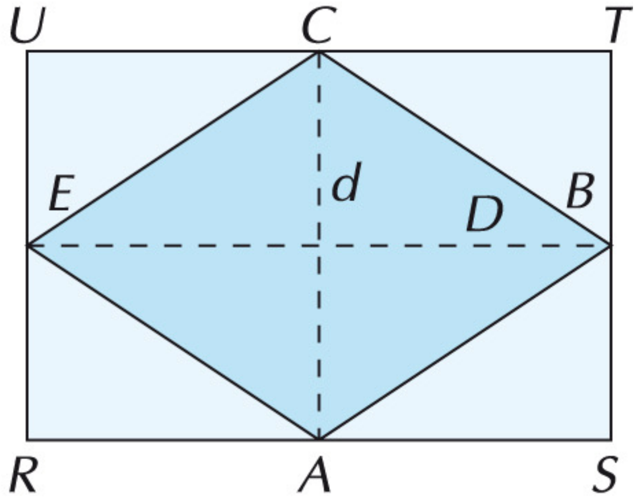


Da questa formula ricaviamo le seguenti formule inverse:

$$L = \frac{2 \cdot A}{h} \qquad h = \frac{2 \cdot A}{L} \qquad h = \frac{P}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

L' area del rombo

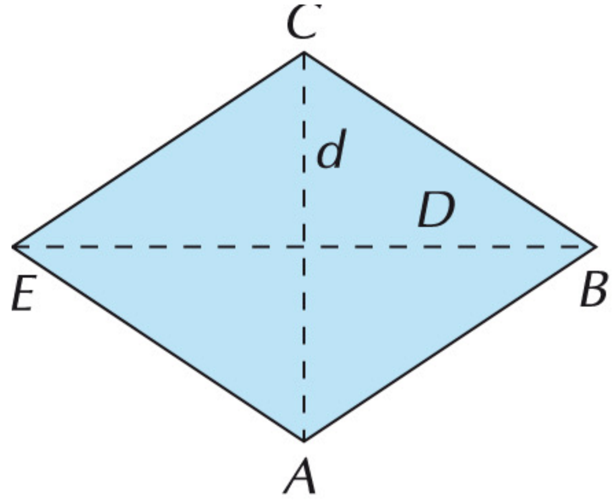
PROPRIETÀ. Il rombo è equivalente alla **metà di un rettangolo** che ha le dimensioni (base e altezza) congruenti alle sue diagonali.



Pertanto:

REGOLA. L'**area del rombo** si calcola moltiplicando fra loro la misura delle due diagonali e dividendo il prodotto per due. In simboli:

$$A = \frac{d \cdot D}{2}$$

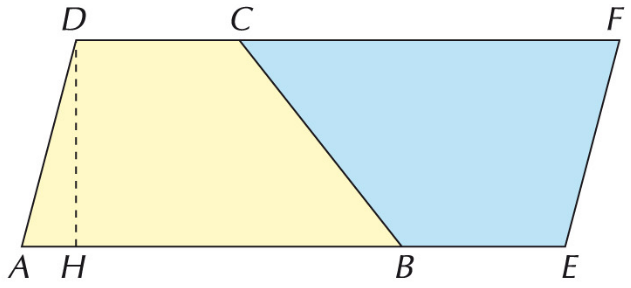


Da questa formula ricaviamo le seguenti formule inverse:

$$D = \frac{2 \cdot A}{d} \qquad d = \frac{2 \cdot A}{D}$$

Trapezio

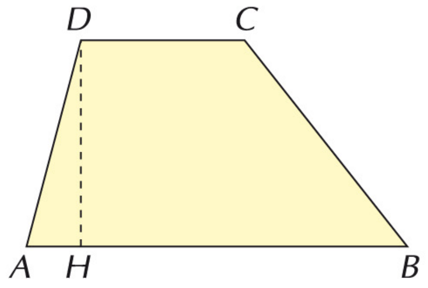
PROPRIETÀ. Un trapezio è equivalente alla metà di un parallelogrammo che ha per base la somma delle basi del trapezio e per altezza la stessa altezza.



Di conseguenza:

REGOLA. L'**area del trapezio** si ricava moltiplicando la somma delle basi per la misura dell'altezza e dividendo il prodotto ottenuto per due. In simboli:

$$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$



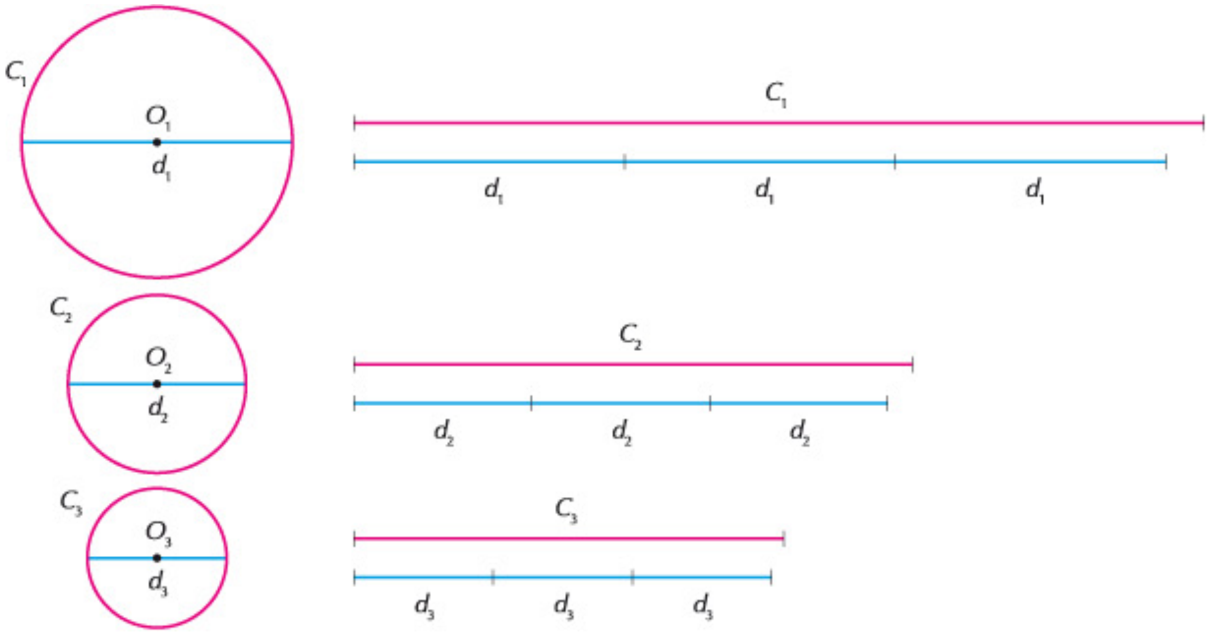
Da questa formula ricaviamo le seguenti formule inverse:

$$h = \frac{2 \cdot A}{(b + B)} \qquad b + B = \frac{2 \cdot A}{h}$$

Circonferenza

Consideriamo ora tre circonferenze aventi diametri diversi e provvediamo a rettificarle.

Misurando le tre circonferenze rettificate e calcolando il rapporto tra la loro misura ed il diametro corrispondente si verifica che



TEOREMA.

Il **rapporto** fra la lunghezza di una **circonferenza** e la misura del suo **diametro** è **costante**. Indicando tale costante con la lettera dell'alfabeto greco π (pi greco), avremo dunque:

$$\boldsymbol{d \cdot 3,14 = C}$$

$$\boldsymbol{\frac{C}{d} = 3,14\ldots}$$

Questo rapporto è un numero irrazionale il cui valore è:

π = 3,141592653589793**...**

$$\boldsymbol{\frac{C}{d} = \pi\ldots}$$

Lunghezza della circonferenza

$$\boldsymbol{C = d \cdot \pi}$$

Circonferenza

REGOLA. La **lunghezza di una circonferenza** si ottiene dal prodotto della misura del suo diametro per π.

$$\boxed{C = \pi \cdot d}$$

$$\boxed{d = \frac{C}{\pi}}$$

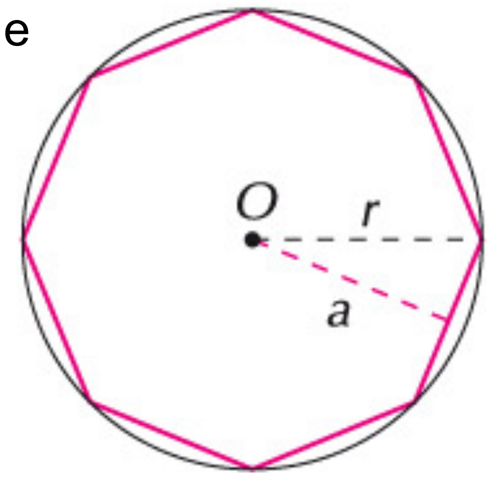
Poiché il diametro è sempre il doppio del raggio possiamo anche scrivere:

$$\boxed{C = 2 \cdot \pi \cdot r}$$

$$\boxed{r = \frac{C}{2 \cdot \pi}}$$

Circonferenza

Nel caso del cerchio, sostituendo al perimetro la lunghezza della circonferenza e all' apotema il raggio, otteniamo



$$A = \frac{C \cdot r}{2}$$

da cui

$$A = \frac{\cancel{2} \cdot \pi \cdot r \cdot r}{\cancel{2}} = \pi \cdot r^2$$

REGOLA. L'**area del cerchio** è uguale al prodotto del quadrato della misura del raggio per π; in simboli:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Da questa formula possiamo ricavare quella inversa:

REGOLA. La misura del raggio di un cerchio si ottiene dividendo la sua area per π ed estraendo la radice quadrata del quoto ottenuto; in simboli:

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$$

Esercizio

DISEGNA, SU UN FOGLIO PROTOCOLLO, SEGUENDO LE SEGUENTI ISTRUZIONI:

Un rettangolo che ha la base di 20 cm e l'altezza uguale a metà della sua base.

Sulle altezze del rettangolo sono appoggiate due semicirconferenze con diametro coincidente con l'altezza del rettangolo.

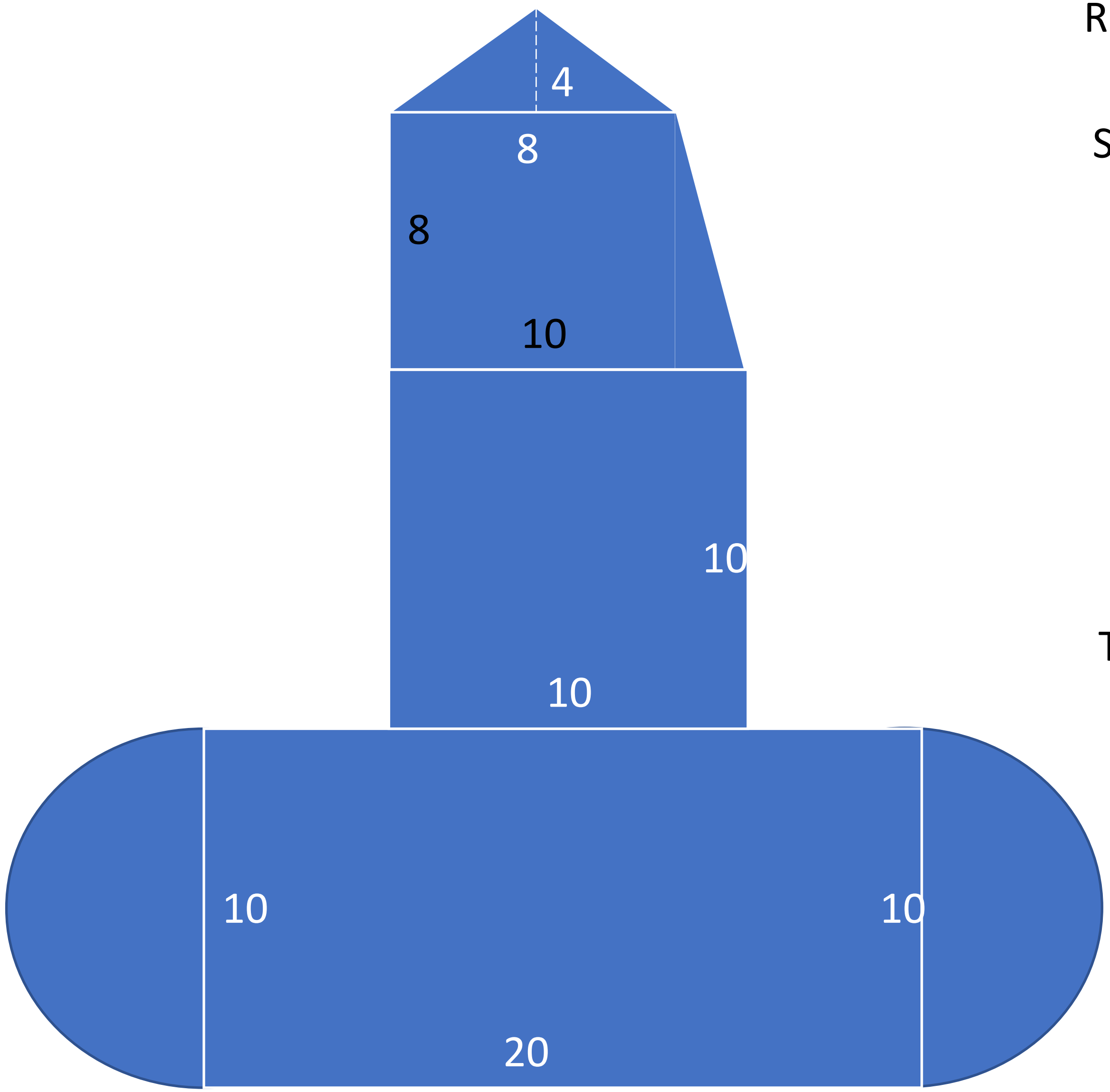
Sopra il rettangolo, al centro, è posizionato un quadrato di lato uguale all' altezza del rettangolo.

Sopra il quadrato è posizionato un trapezio rettangolo con ~~base maggiore coincidente con il lato del quadrato e con base~~ minore più piccola della base maggiore di 2 cm. L'altezza del trapezio è uguale alla sua base minore.

Sopra il trapezio rettangolo è posizionato un triangolo isoscele con base coincidente con la base minore del trapezio rettangolo. L' altezza del triangolo è uguale a metà della sua base .

CALCOLA L'AREA DELLA FIGURA COSÌ OTTENUTA.

ESERCIZIO



RETTANGOLO. $b = 20$ $h = 20$ $A_r = b \cdot h = 20 \cdot 10 = 200$

Semicirconferenza $D = 10$ $r = 5$

$$A_{semicirc} = \frac{\pi \cdot r^2}{2} = \frac{3.14 \cdot 5^2}{2} = \frac{3.14 \cdot 25}{2} = 39,25$$

Quadrato $l = 10$ $A_q = l^2 = 10^2 = 100$

Trapezio $B = 10$ $b = 8$

$$A_{Trap} = \frac{(b+B) \cdot h}{2} = \frac{(8+10) \cdot 8}{2} = 72$$

Triangolo b= 8 h= 4

$$A_{Trian.} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16$$

$$A_{totale} = A_{rett} + 2A_{Semicirc} + A_q + A_{Trap} + A_{trian}$$

$$A_{totale} = 200 + 2 \cdot 39,25 + 100 + 72 + 16 = 466,5$$

Esercizio

Disegna su un foglio di protocollo seguendo le istruzioni

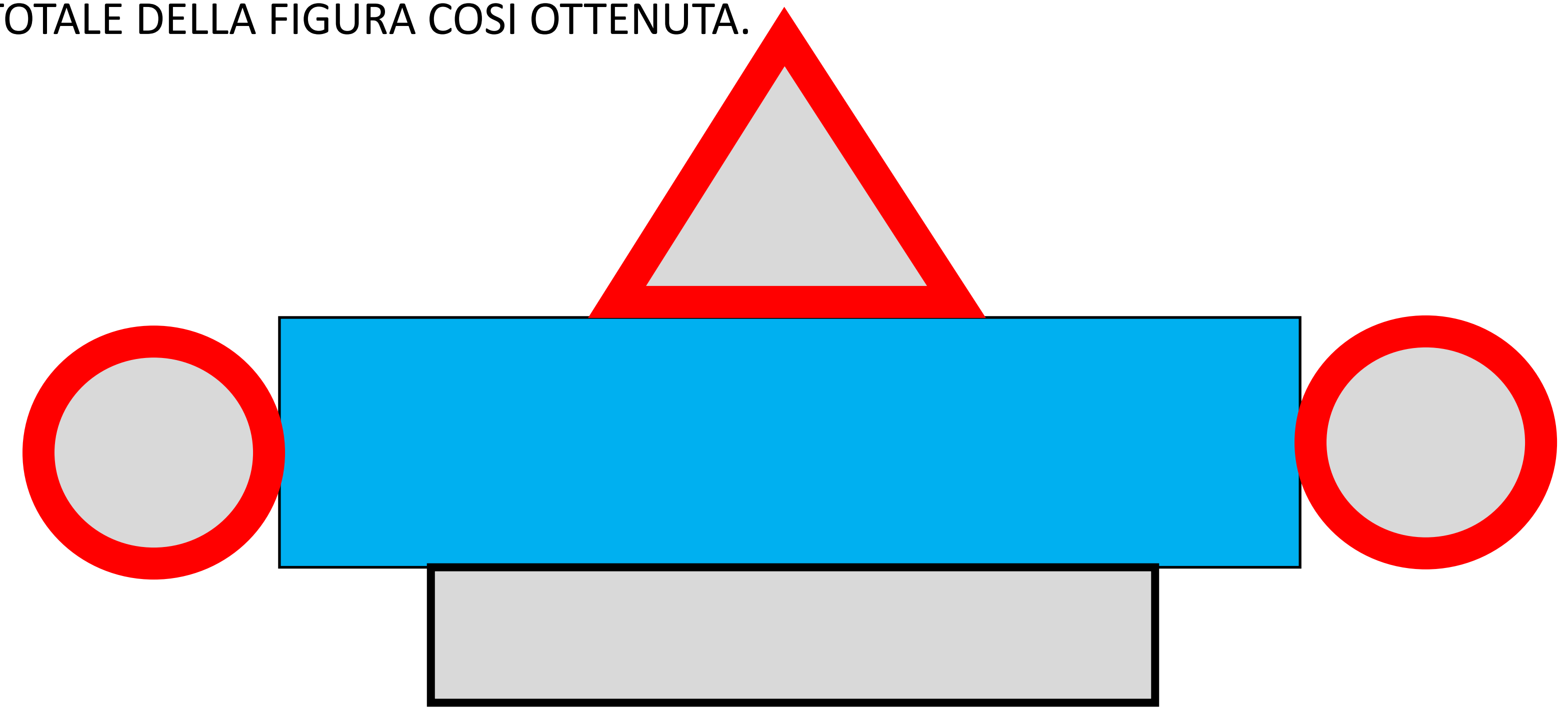
Un rettandolo di base 125 cm. E altezza un quinto della base

Ai lati delle altezze del rettangolo sono appoggiate due circonferenze di diametro coincidente con l’altezza del rettangolo

Sotto al rettangolo, al centro è posizionato un rettangolo di base 100 cm e altezza 12 cm

Sopra il rettangolo, al centro è posizionato un triangolo equilatero di lato uguale all’altezza del rettangolo

CALCOLA L’AREA TOTALE DELLA FIGURA COSI OTTENUTA.



Esercizio

RETTANGOLO 1. $b = 125$ $h = 25$

$$A_{r1} = b \cdot h = 125 \cdot 25 = 3125\ cm^2$$

circonferenza $D = 25$ $r = 12{,}5$

$$A_{circ} = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot 12{,}5^2 = 3{,}14 \cdot 12{,}5^2 = 156{,}25\ cm^2$$

RETTANGOLO 2. $b = 100$ $h = 12$

$$A_{r2} = b \cdot h = 100 \cdot 12 = 1332 cm^2$$

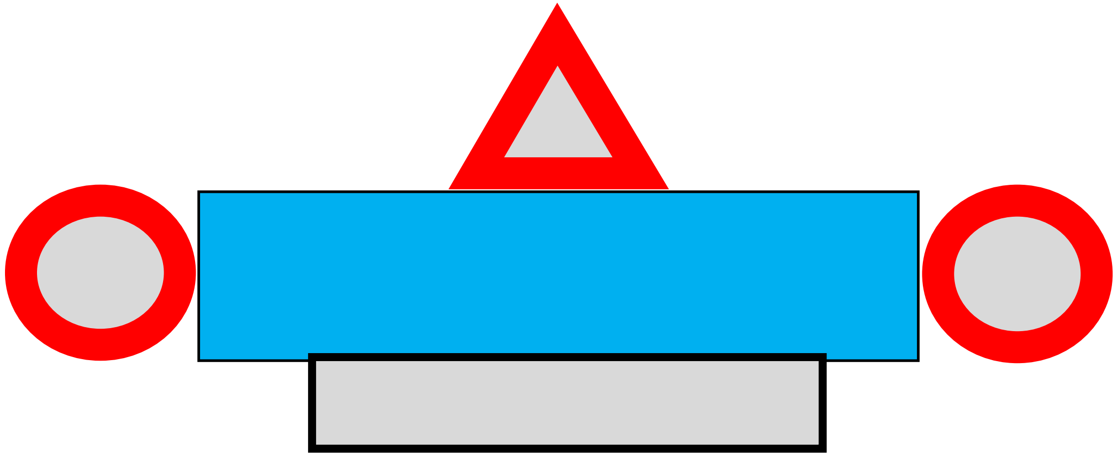
TRIANGOLO L= 25

$$h_{Trian.} = \frac{p}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{25 \cdot 3}{2 \cdot \sqrt{3}} = \frac{75}{3{,}46} = 21{,}6516\ cm$$

$$A_{Trian.} = \frac{L \cdot h}{2} = \frac{25 \cdot 21{,}65}{2} = 270\ cm^2$$

$$A_{totale} = A_{r1} + 2A_{circ} + A_{r2} + A_{trian}$$

$$A_{totale} = 3125 + 312{,}5 + 1332 + 270 = 5039{,}5\ cm^2$$



Esercizio

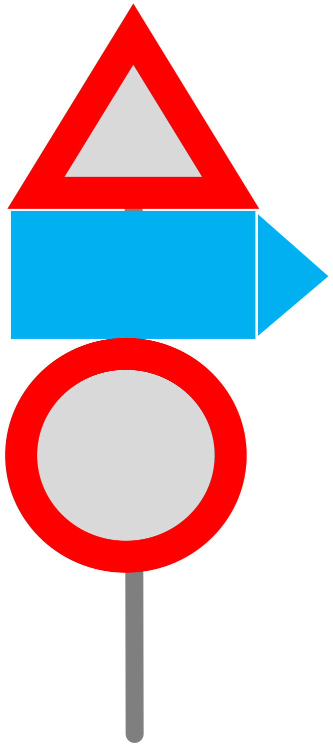
Disegna su un foglio di protocollo seguendo le istruzioni

Una Circonferenza di diametro 45 cm.

Sopra è posizionato un rettangolo di base 45 e altezza uguale alla meta della base.

Sopra al rettangolo è posizionato un triangolo equilatero di lato uguale al diametro della circonferenza

Sull’altezza del rettangolo è appoggiato un triangolo di base uguale all’altezza del rettangolo
e altezza uguale alla meta della base.



CALCOLA L’AREA TOTALE DELLA FIGURA COSI OTTENUTA.