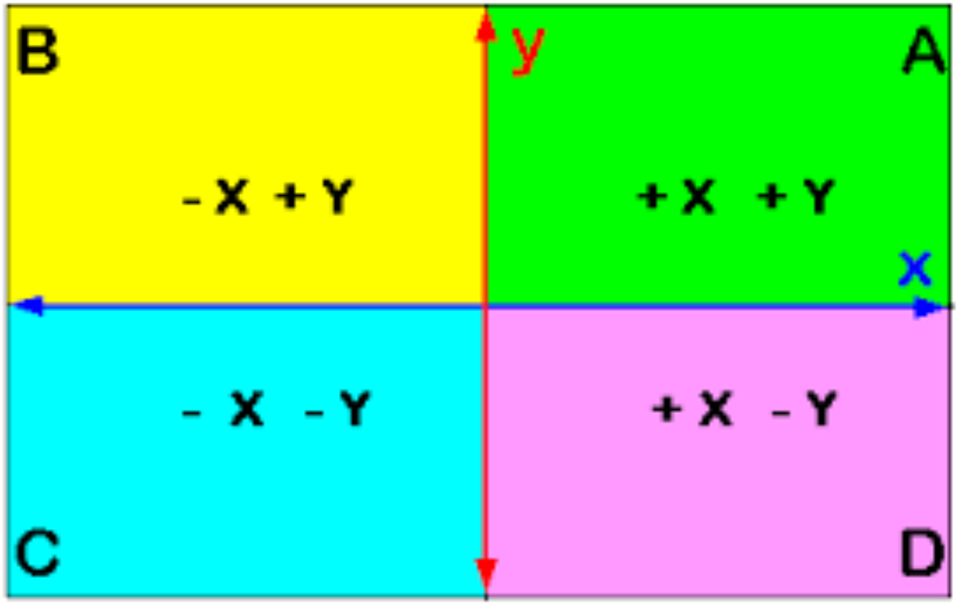
Mathematica
ML

Equazione della retta



Prof. Domenico Lo Iacono

Mathematica ML

Indice argomenti

Mathematica ML

Equazione di una retta

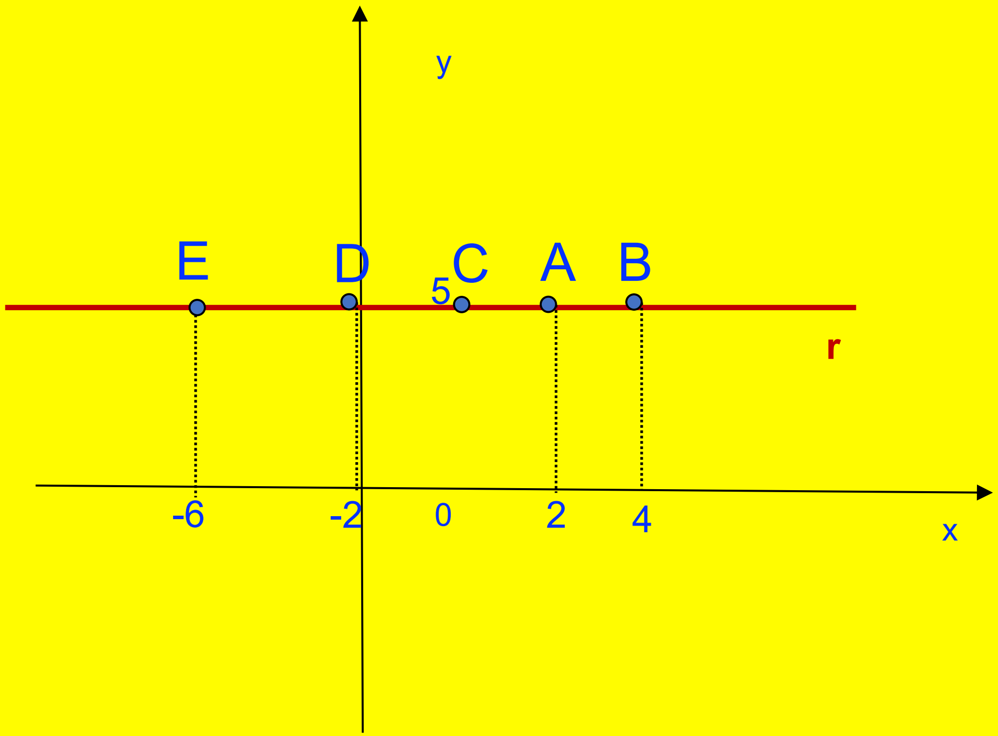
Equazione della retta

Rette Orizzontali , // ASSE x

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO DEI PUNTI TUTTI CON UGUALE ORDINATA

A(2; 5) B(4; 5) C(0; 5) D(-2; 5) E(-6; 5) G(*. ; 5)



Il risultato è una retta r

Che ha un pò di caratteristiche:

1). È parallela $\underbrace{\text{// all'asse } x}_{\text{Retta orizzontale}}$.

2) La retta ha equazione $\underbrace{y = 5}$

Preso un punto qualsiasi G. con *x* scelta a mio piacimento, cqm sono costretto a dare ordinata y=5. **G(* ; 5)**

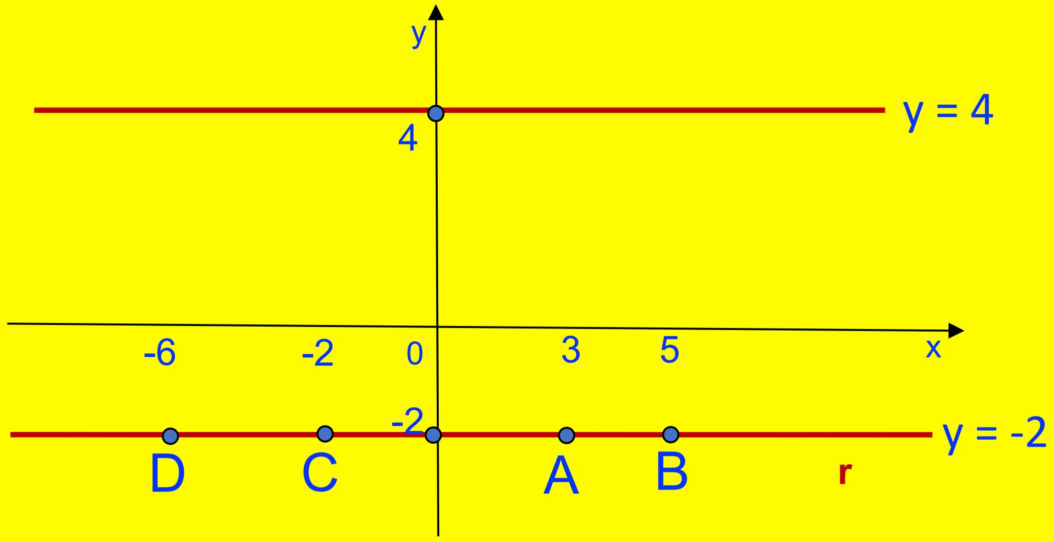
G(11; 5)

$\boxed{x}$ $\boxed{y}$

Equazione della retta

Rette Orizzontali , // ASSE x

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO



A(3 -2)

B(5; -2)

C(-2; -2)

D(-6; -2)

La retta ha equazione y = 4

La retta ha equazione y = -2

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

L'asse delle x avrebbe equazione y = 0.   Perché ?

Posizioniamo dei punto sopra l'asse x e ricaviamo. le coordinate:

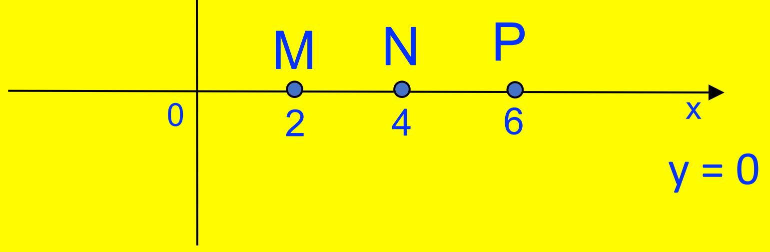
Le coordinate dei punti trovati hanno tutti in comune ordinata y = 0

Quindi, l'asse delle x ha per equazione y = 0

M(2; 0)

N(4; 0)

P(6; 0)



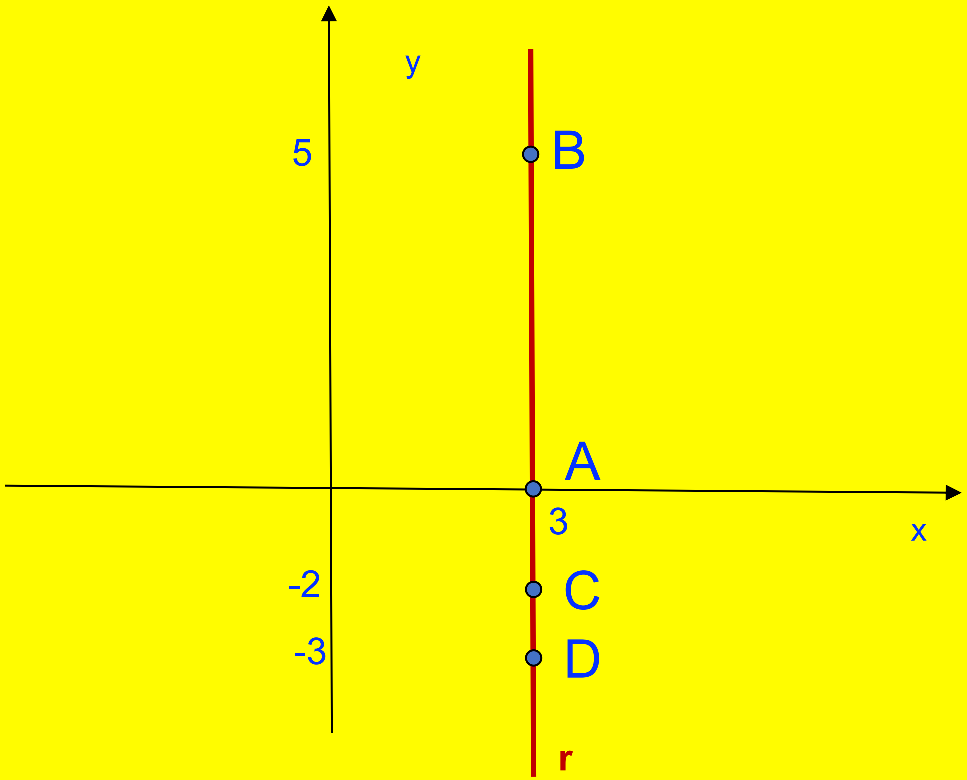
Equazione della retta

Rette verticali ; // ASSE y

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO DEI PUNTI TUTTI CON UGUALE ASCISSA

A(3; 0) B(3; 5) C(3; -2) D(-2; 5) G(*. ; 5)



Il risultato è una retta r

Che ha un pò di caratteristiche:

1). È parallela $\underbrace{\text{// all'asse } y}_{\text{Retta verticale}}$.

2) La retta ha equazione $\underbrace{x = 3}$

Preso un punto qualsiasi G. con *y* scelta a mio piacimento, cqm sono costretto a dare ascissa x = 3.

G(3; *)

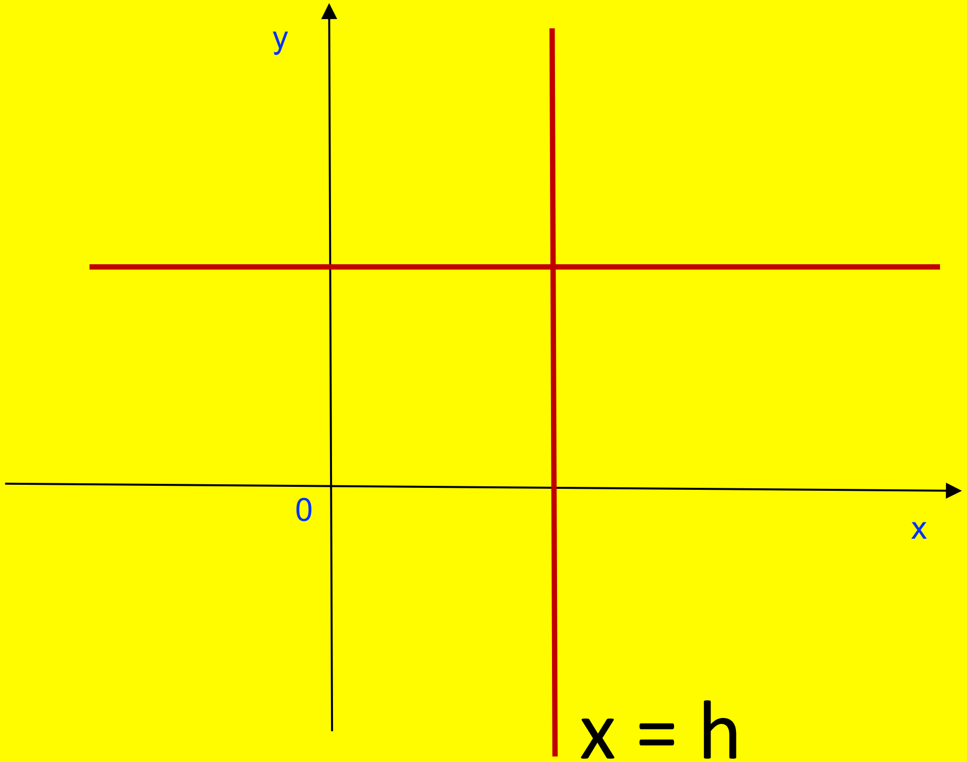
G(3; 11)

$\boxed{x}$ $\boxed{y}$

Equazione della retta

In generale

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO



$$y = \underbrace{k}_{k\,=\,\text{costante}}$$

$$x = \underbrace{h}_{h\,=\,\text{costante}}$$

In generale
Le rette verticali sono rette con equazione:

$$\mathbf{x = h}$$

Le rette orizzontali sono rette con equazione:

$$\mathbf{y = k}$$

h e **k** costanti

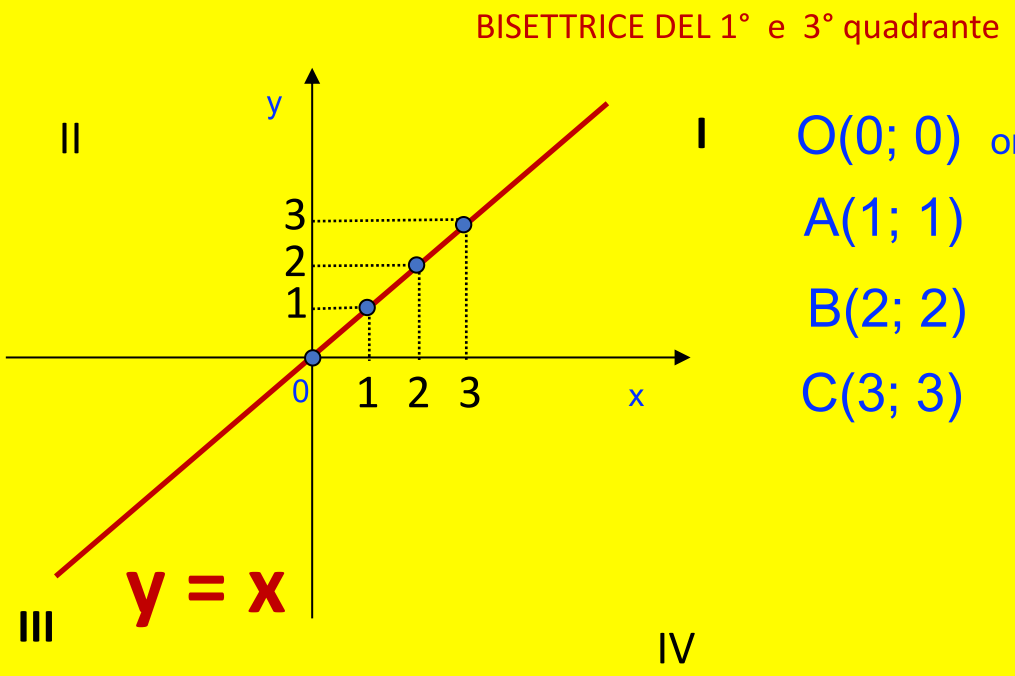
Prof. Domenico Lo Iacono

Equazione della retta

Retta bisettrice

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO UNA RETTA CHE DIVIDE IL 1° E IL 3° QUANDRANTE IN PARTI UGUALI



$O(0; 0)$ origine

$A(1; 1)$

$B(2; 2)$

$C(3; 3)$

Troviamo le coordinate di Alcuni punti su questa retta:

Anche l'origine **"O"** degli assi è un punto di questa retta

Tutti i punti che appartengono a questa retta hanno una Proprietà che li accomuna:

$$x = y$$

Quindi:
La retta bisettrice 1° e 3° quadrante ha equazione

$$y = x$$

Oppure possiamo scrivere:

$$y - x = 0$$

Equazione della retta

Retta bisettrice

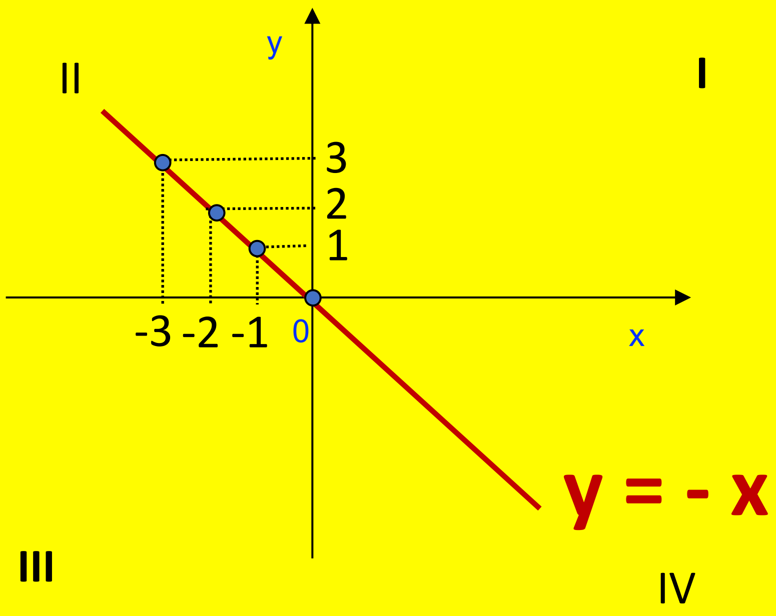
CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

CONSIDERIAMO UNA RETTA CHE DIVIDE IL 2° E IL 4° QUANDRANTE IN PARTI UGUALI

Troviamo le coordinate di Alcuni punti su questa retta:

Anche l'origine **"O"** degli assi è un punto di questa retta

BISETTRICE DEL 2° e 4° quadrante



O(0; 0) origine

A(-1; 1)

B(-2; 2)

C(-3; 3)

Tutti i punti che appartengono a questa retta hanno una Proprietà che li accomuna:

$$-x = y$$

Quindi:
La retta bisettrice 2° e 4° quadrante ha equazione

$$y = -x$$

Oppure possiamo scrivere:

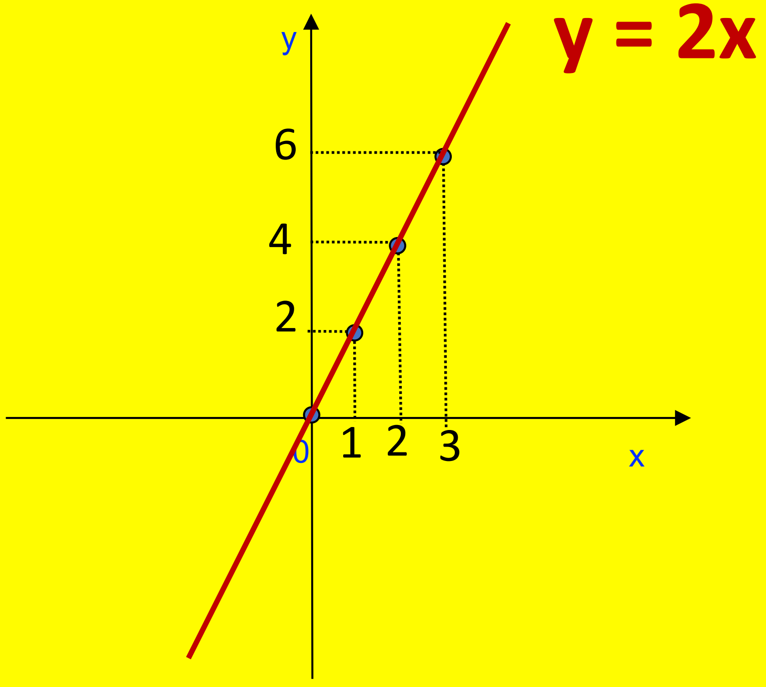
$$y + x = 0$$

Equazione della retta passante per l'origine

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

Proviamo a descrivere la retta passante per i punti:

A(1; 2) B(2; 4) C(3; 6) O(0; 0) origine



In questi punti notiamo che la y è uguale al doppio della x

Questa retta avrà equazione

Y= 2x

A(1; 2)

B(2; 4)

C(3; 6)

O(0; 0) origine

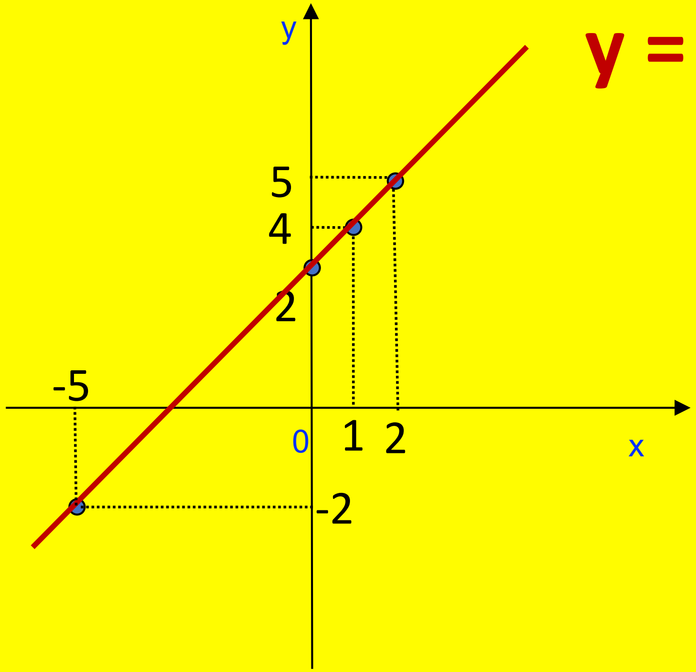
Equazione della retta

NON passante per l'origine

CONSIDERIAMO SISTEMA DI ASSI CARTESIANO

Proviamo a descrivere la retta passante per i punti:

A(2; 5) O(0; 3) origine B(1; 4) C(-5; -2)



$y = x+3$

A(2; 5)

B(1; 4)

C(-5; -2)

O(0; 3) origine

Quindi questa retta avrà equazione

$$y= x+3$$

Oppure:

$$y=3+x;$$

$$x - y +3 =0$$

Equazione della retta

Le rette sono descritte con equazioni

- Equazioni di 1° grado
- Hanno al al più due incognite. (x; y)

Quindi:

L'equazione del tipo: **$y = 2x + 4$** è certamente l'equazione di una retta.

Vediamo di quale retta si tratta:

Costruiamo una tabella di valori

tabella di valori

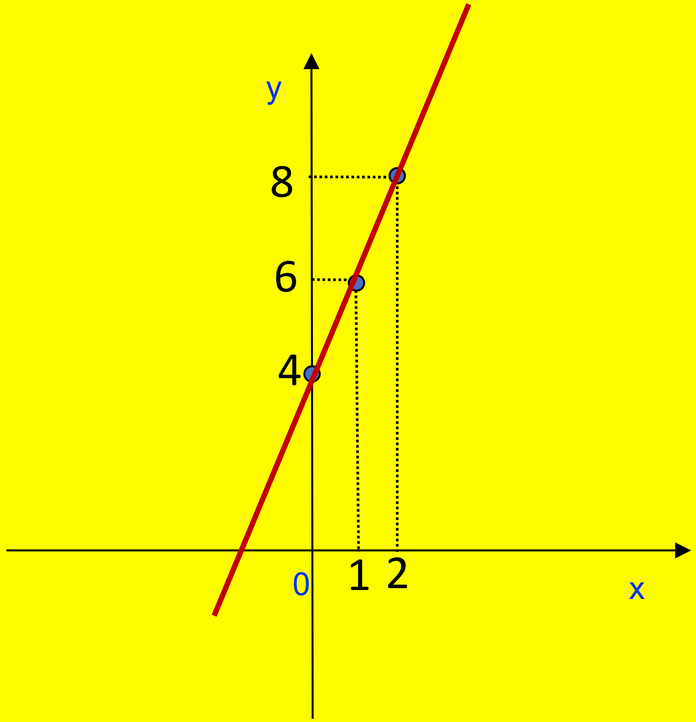
x	y
1	6
2	8
0	4

$y = 2x + 4$

$y = 2*1 + 4 = 6$

$y = 2*2 + 4 = 8$

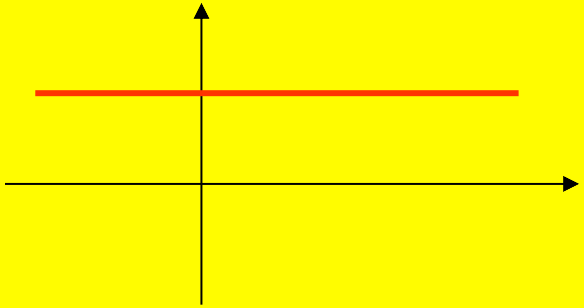
$y = 2*0 + 4 = 4$



Rette particolari

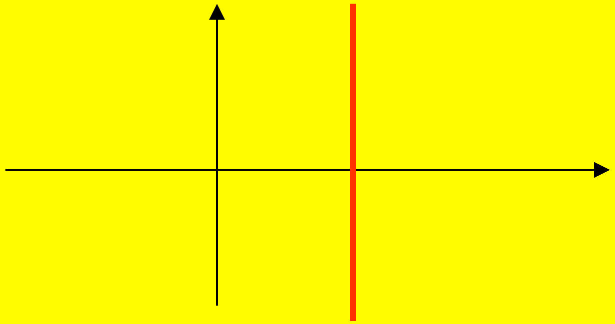
$y = k$ con K numero reale

Retta orizzontale

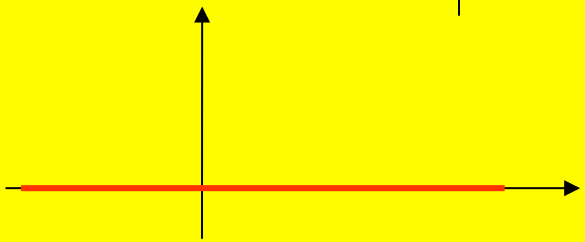


$x = k$ con k numero reale

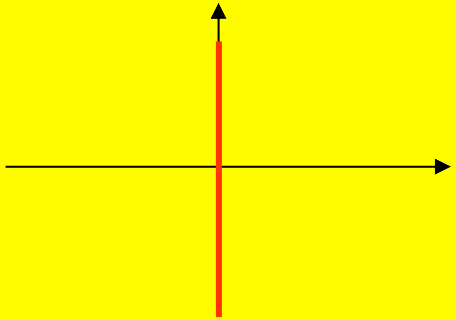
Retta verticale



$y = 0$ corrisponde all’asse delle x ascisse

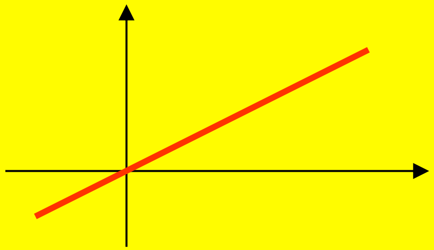


$x = 0$ corrisponde all’asse delle y ordinate

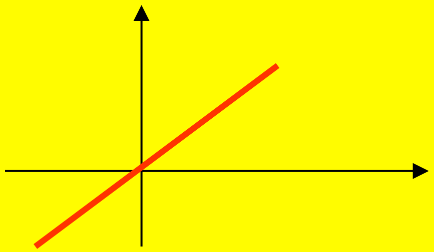


Rette particolari

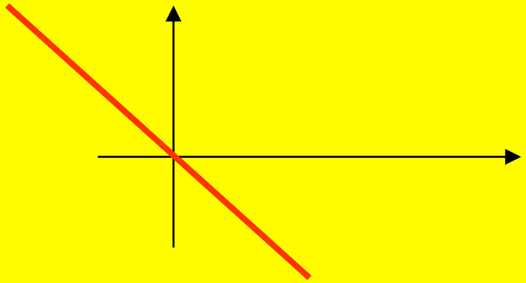
$y = mx$ retta passante per O



$y = x$ bisettrice I° e III° Quadrante



$y = -x$ bisettrice II° e IV° Quadrante

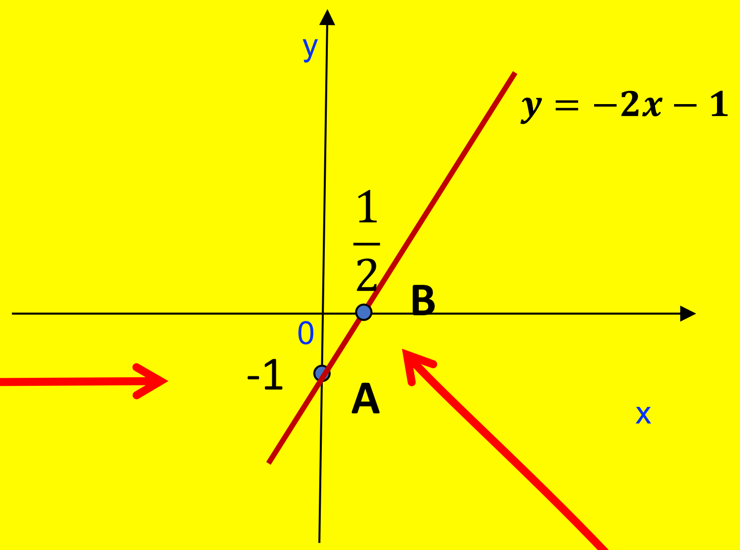


Equazione della retta

P. Intersezione con assi

Traccia il grafico della seguente equazione : **y = -2x – 1**

Vediamo di quale retta si tratta:



Determina i punti di intersezione con gli assi x e y

Intersezione **ASSE y**

Poniamo $x = 0$ $\quad y = -2 \cdot x - 1$

$y = -2 \cdot 0 - 1 \quad = -1$

A(0; -1)

Intersezione **ASSE x**

Poniamo $y = 0$ $\quad y = -2 \cdot x - 1 = 0$

$-2 \cdot x = -1 \qquad \frac{-2}{-2} \cdot x = \frac{-1}{-2} \qquad x = \frac{1}{2}$

B($\frac{1}{2}$; 0)

Coefficiente angolare e termine noto

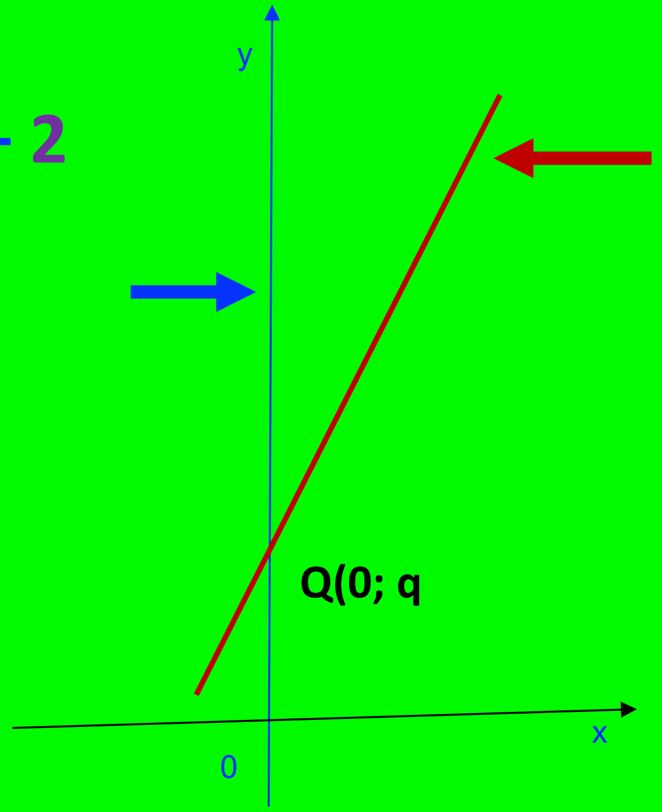
Equazione della retta

Consideriamo una equazione della retta del tipo: $y = 3x + 2$

$y = mx + q$

$m = 3$ Coefficiente angolare

$q = 2$ Termine noto



Dal **punto di vista geometrico**

il termine noto **q** mi rappresenta il punto di intersezione tra $\begin{cases} L'asse \quad \boldsymbol{y} \\ la\ retta. \quad \boldsymbol{r} \end{cases}$

in un punto di coordinate: **Q(0; q)**

Mathematica ML

Termine noto

Equazione della retta

Termine noto

Significato geometrico del **TERMINE NOTO q**.

Consideriamo una equazione della retta del tipo: $y = 3x + 2$

tabella di valori

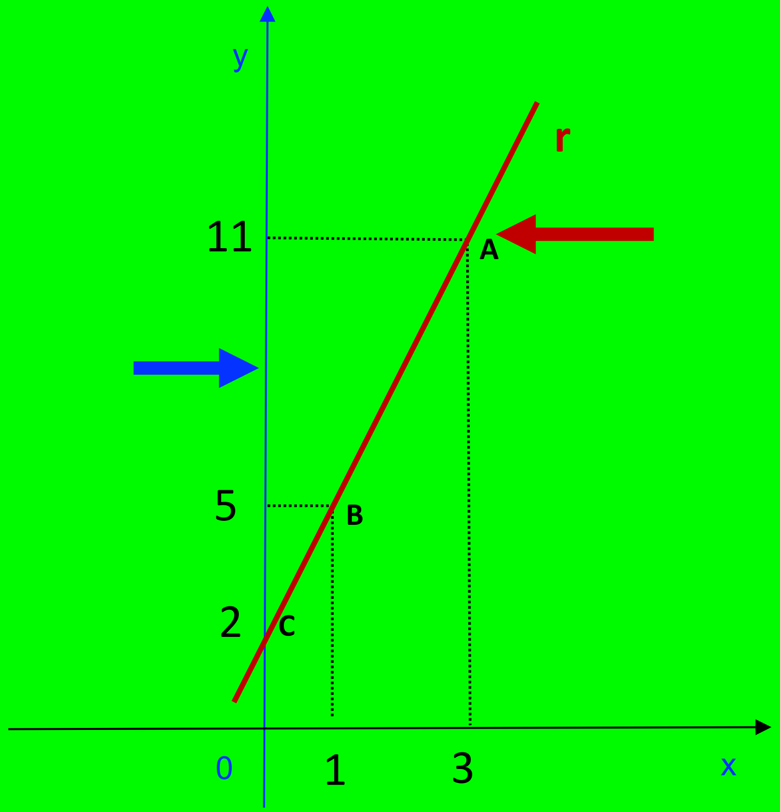
x	y
3	11
1	5
0	2

$y = 3x + 2$

$y = 3*3 + 2 = 11$ La retta passa per il punto **A(3; 11)**

$y = 3*1 + 2 = 5$ La retta passa per il punto **B(1; 5)**

$y = 3*0 + 2 = 2$ La retta passa per il punto **C(0; 2)**



In generale

$y = mx + q$ $\quad x = 0 \rightarrow y = m*0 + q \rightarrow y = q$

Equazione della retta

Termine noto

Consideriamo una equazione della retta del tipo:

y = 3x -4

$$\begin{cases} m = 3 \\ q = -4 \end{cases} \leftarrow$$

q = - 4 vuol dire che la retta interseca l'asse delle y nel punto y= - 4

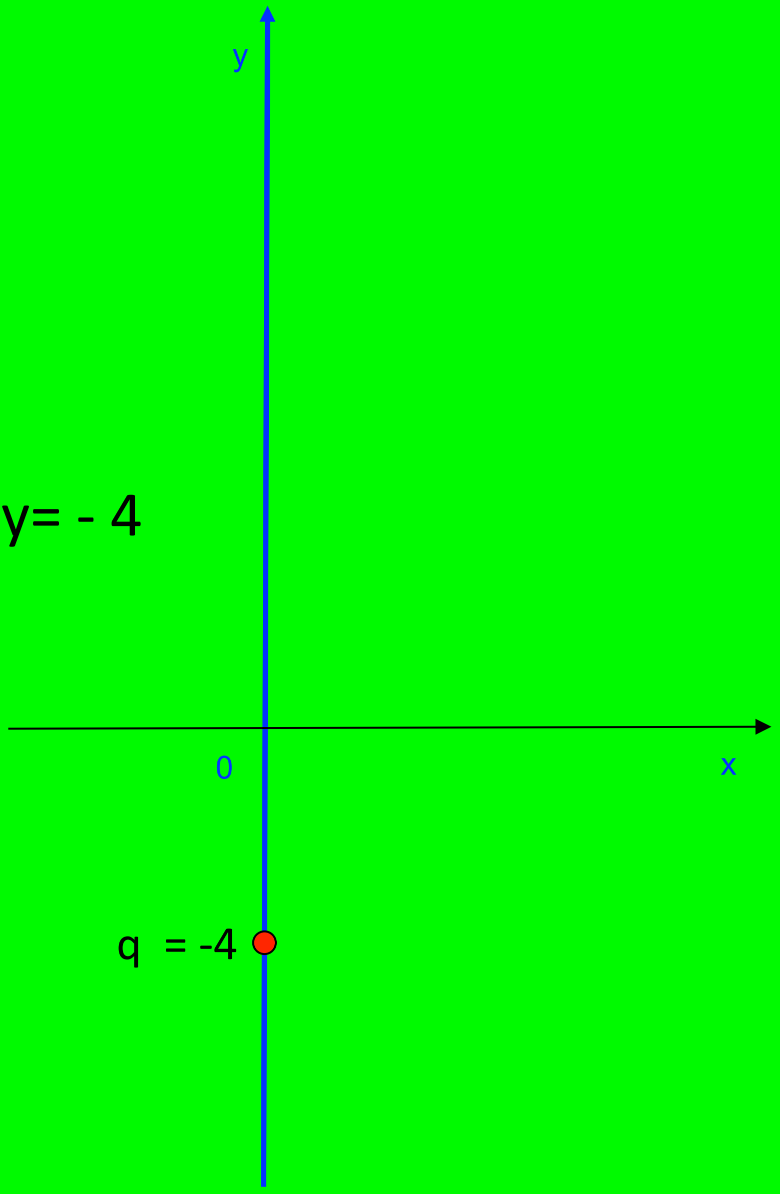
y = 3x -4 Se volessi disegnarla

tabella di valori

x	y
0	-4

y = 3x - 4

y = 3*0- 4 =-4 La retta passa per il punto **A(0; -4)**



Equazione della retta

Termine noto

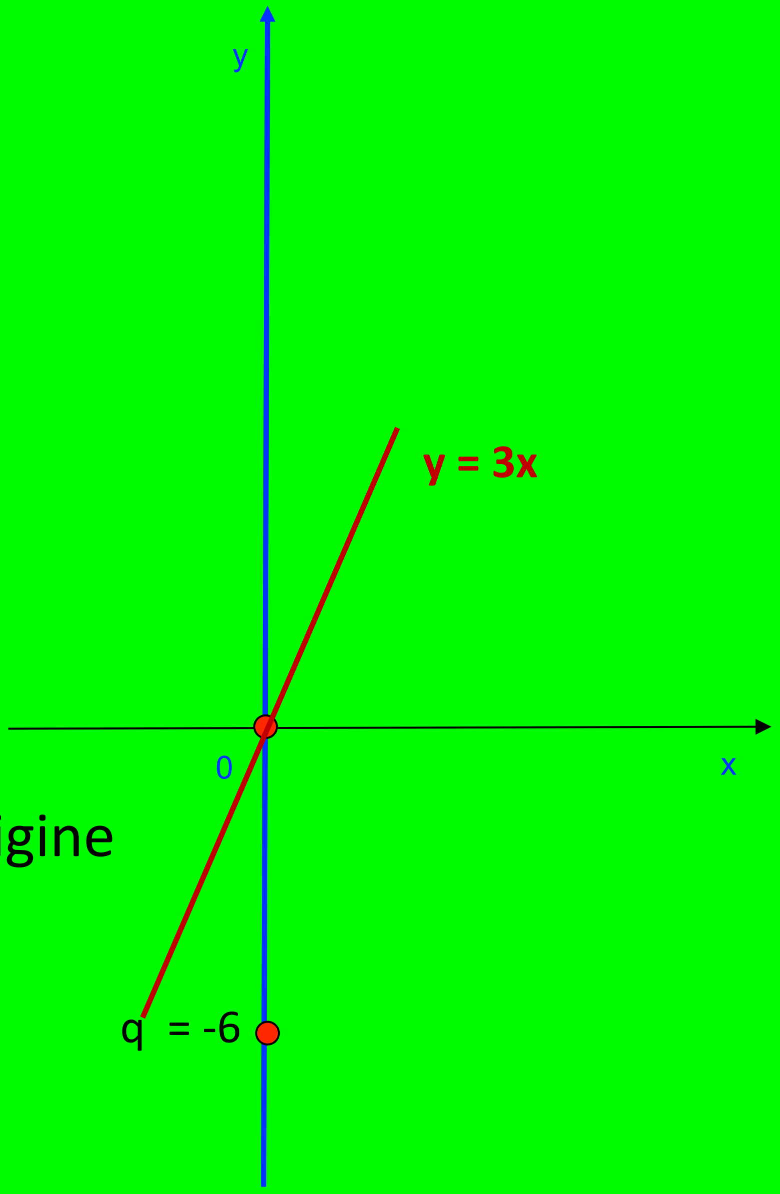
Consideriamo una equazione della retta del tipo:

y = 3x $\begin{cases} m = 3 \\ q = 0 \end{cases}$

Sono rette del tipo. **y = mx**

Che hanno la proprietà di passare per l'origine.,

Tutte le rette che hanno **q = 0** sono rette che passano per l'origine



Coefficiente angolare

$$y = mx + q$$

Caso m > 0

retta crescente

Mathematica ML

Equazione della retta

coefficiente angolare

Cos'è il **coefficiente angolare?** $y = 3x + 2$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

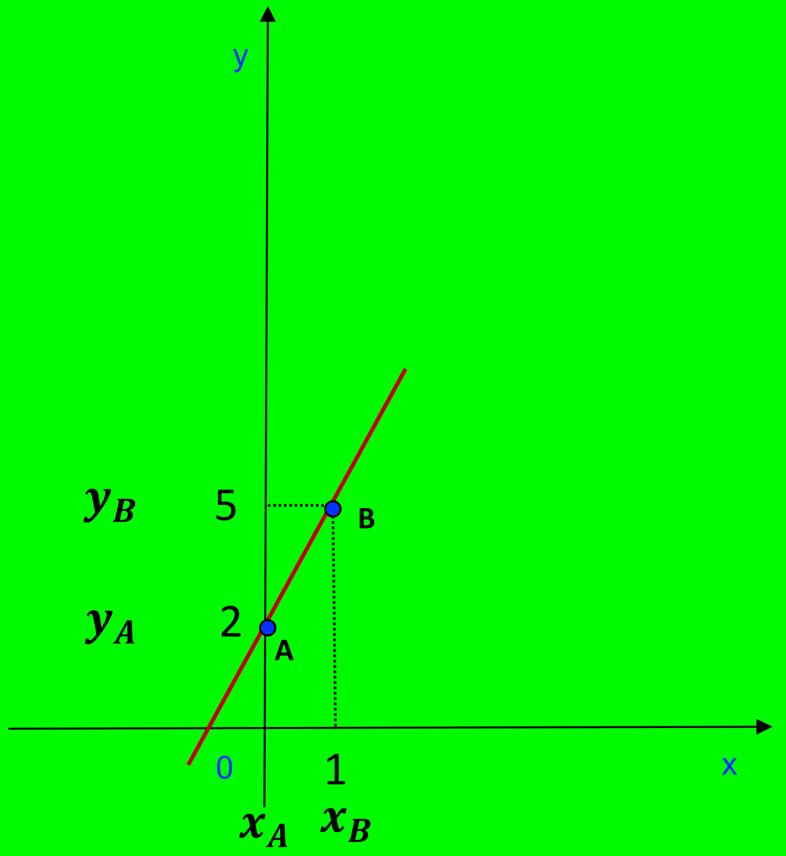
tabella di valori

x	y
0	2
1	5

$y = 3x + 2$

$y = 3*0 + 2 = 2$ **A(0; 2)**

$y = 3*1 + 2 = 5$ **B(1; 5)**



Per determinare il coefficiente angolare usiamo la formula :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad m = \frac{5-2}{1-0} = \frac{3}{1} = 3 \qquad \rightarrow \qquad m = 3.$$

Equazione della retta — coefficiente angolare

Cos'è il **coefficiente angolare?** $y = \frac{1}{2}x + 2$ → $m = \frac{1}{2}$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

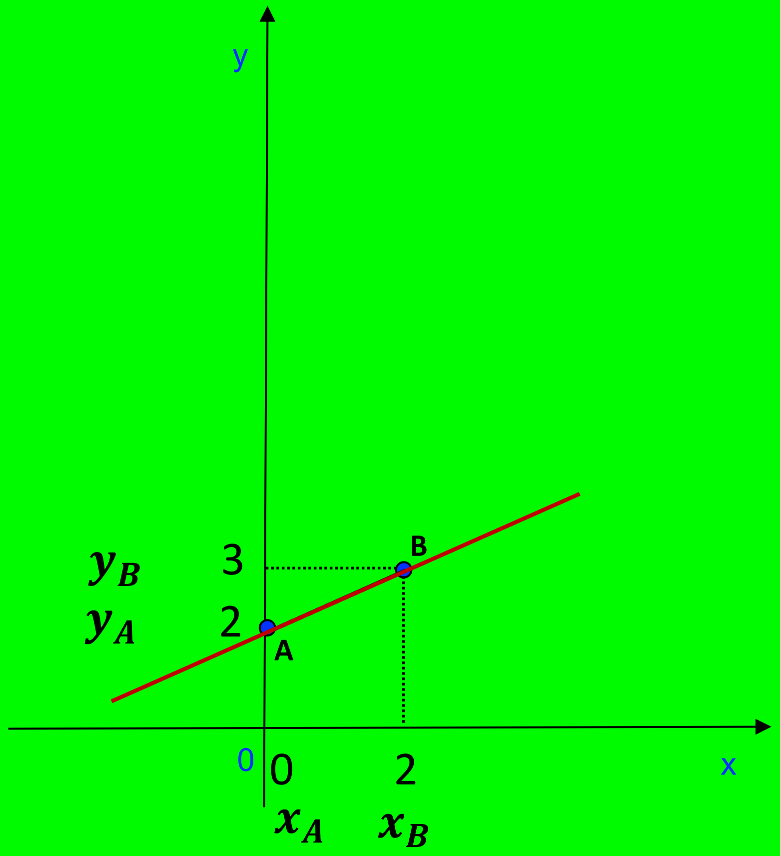
tabella di valori

x	y
0	2
2	3

$$y = \frac{1}{2}x + 2$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 2 = 2 \quad \textbf{A(0; 2)}$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot 2 + 2 = 3 \quad \textbf{B(2; 3)}$$



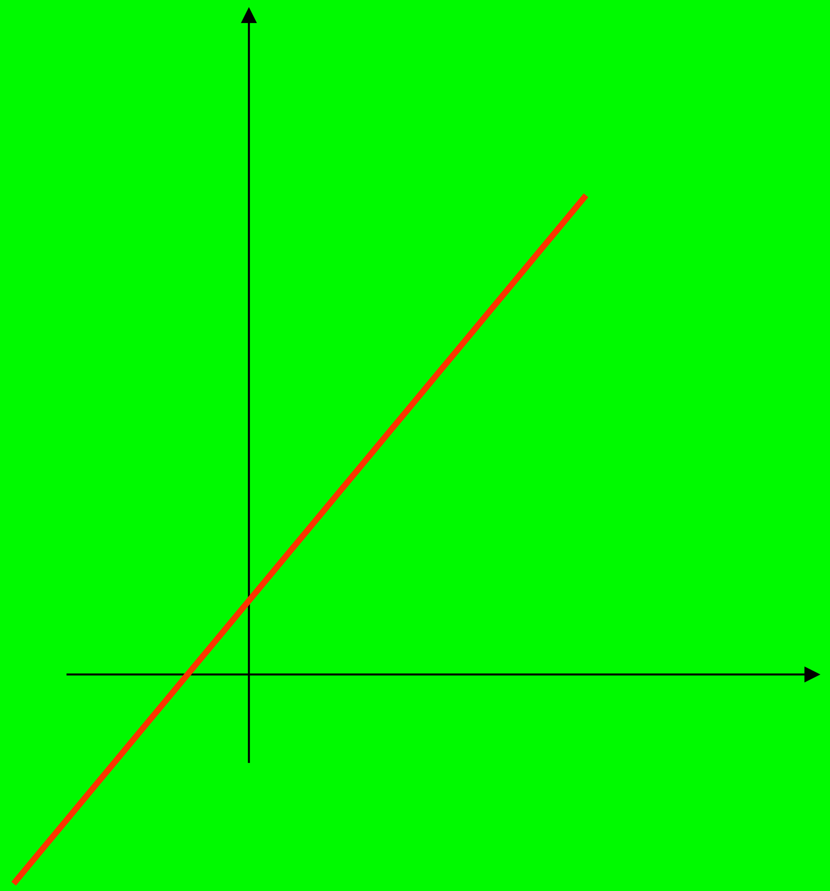
Come determinare il coefficiente angolare?

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad m = \frac{3-2}{2-0} = \frac{1}{2} \qquad \rightarrow \quad m = \frac{1}{2}$$

IL coefficiente angolare

Il coefficiente angolare **m** esprime la pendenza della retta

Se **m >0** la retta è crescente



$$y = mx + q$$

Caso $m < 0$

retta decrescente

Equazione della retta — coefficiente angolare

Cos'è il **coefficiente angolare?** $y = -2x + 3$ → $m = -2$

Dalla tabella di valori ricaviamo:

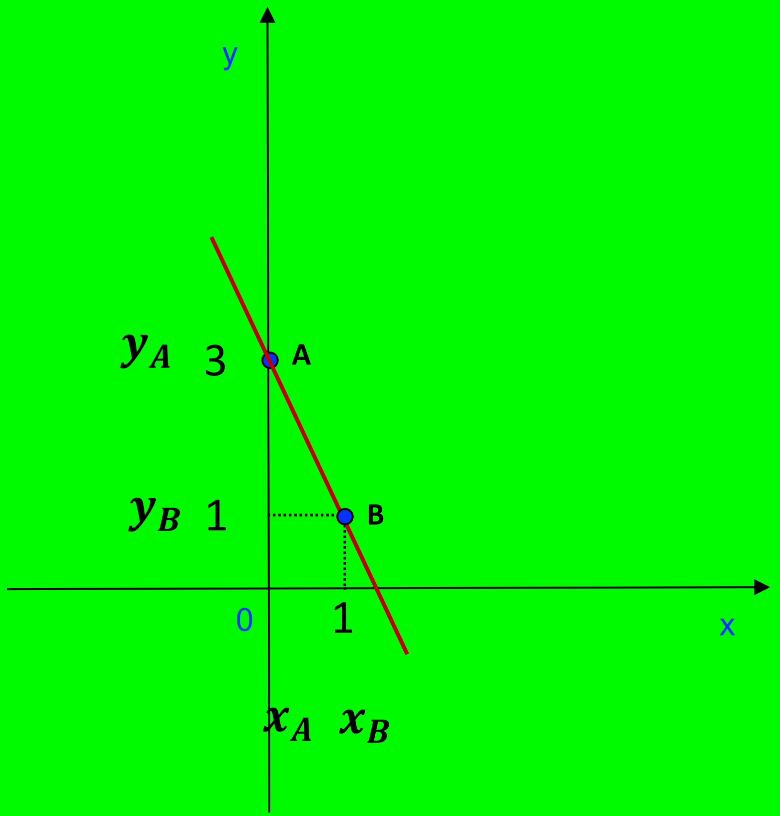
$y = -2x + 3$

tabella di valori

x	y
0	3
1	1

$y = -2 \cdot 0 + 3 = 3$ **A(0; 3)**

$y = -2 \cdot 1 + 3 = 1$ **B(1; 1)**

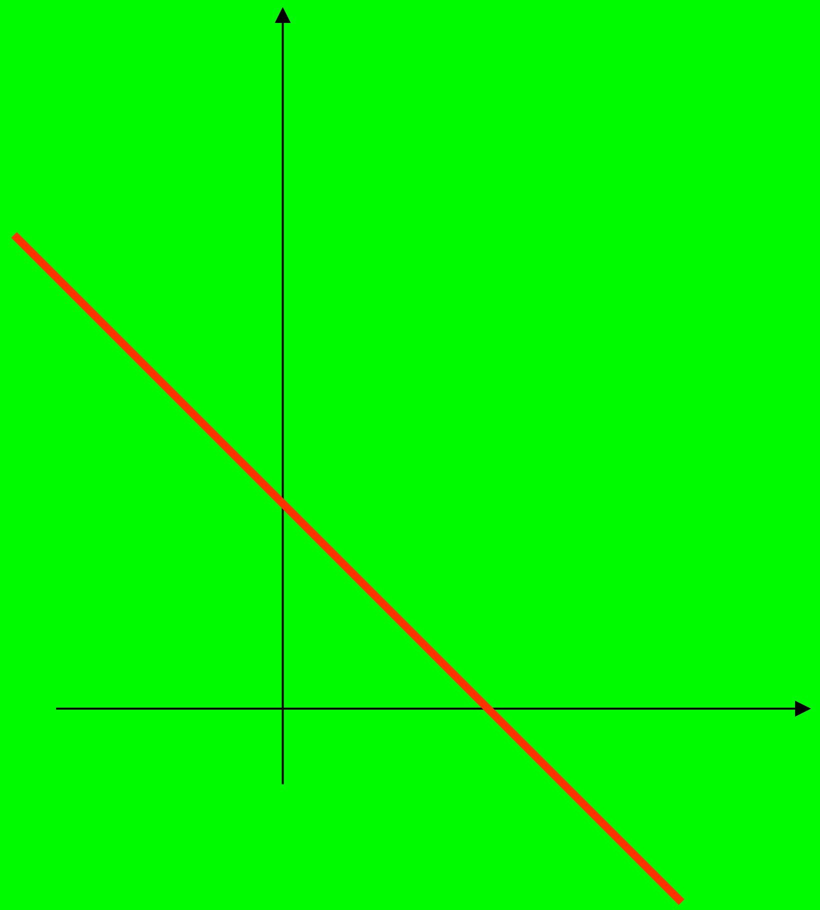


TROVIAMO il coefficiente angolare?

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \qquad m = \frac{3-1}{0-1} = \frac{2}{-1} = -2 \qquad \rightarrow \qquad m = -2$$

IL coefficiente angolare

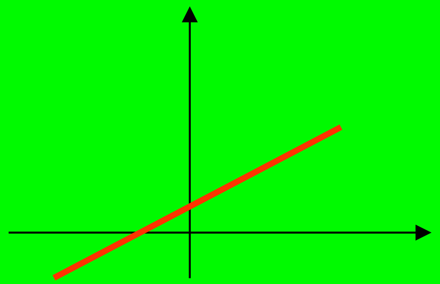
Il coefficiente angolare **m** esprime la pendenza della retta



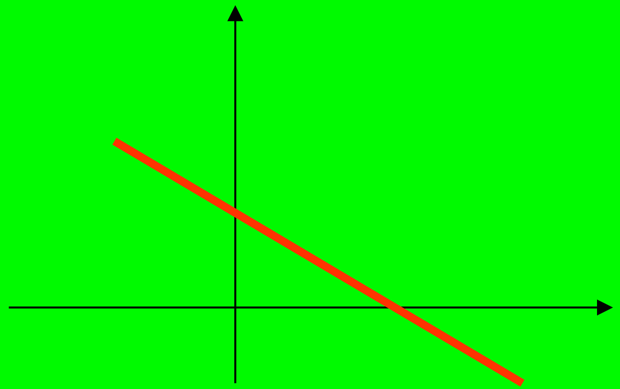
Se **m < 0** la retta è decrescente

IL coefficiente angolare

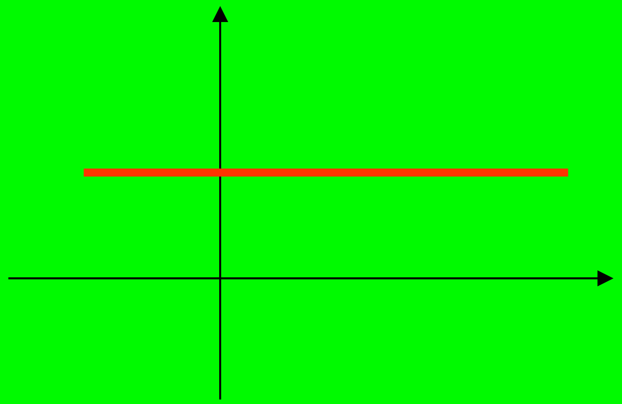
Il coefficiente angolare **m** esprime la pendenza della retta



Se **m >0** la retta è crescente



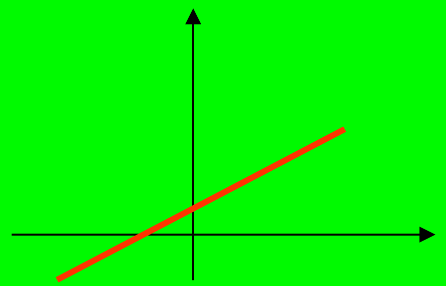
Se **m < 0** la retta è decrescente



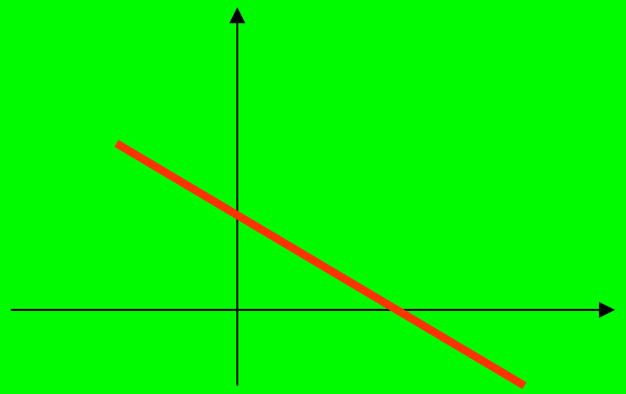
Se **m = 0** la retta non ha pendenza cioè è orizzontale

IL coefficiente angolare

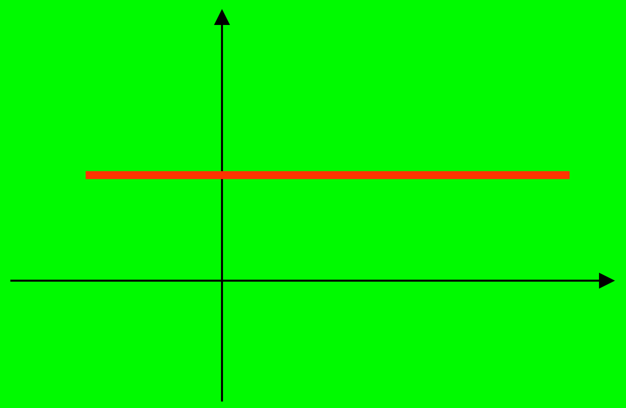
Il coefficiente angolare **m** esprime la pendenza della retta



Se **m >0** la retta è crescente



Se **m < 0** la retta è decrescente



Se **m = 0** la retta non ha pendenza cioè è orizzontale

Mathematica ML

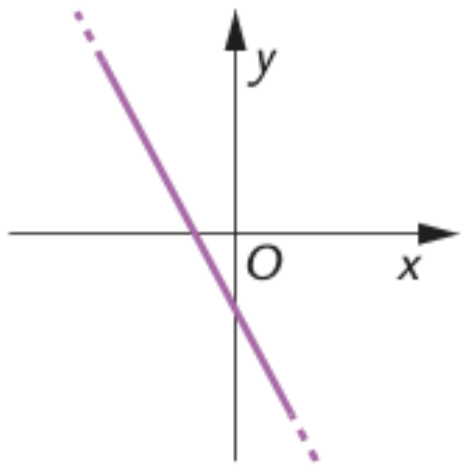
Come determinare il coefficiente angolare 2

CONOSCO LE COORDINATE DI DUE PUNTI PER I QUALI PASSA LA RETTA

A(x_A, y_A) B(x_B , y_B)

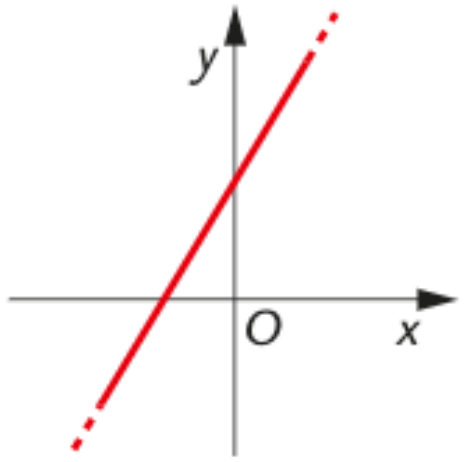
$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Per ciascun grafico, poni una crocetta sulle caselle che esprimono i segni di m e di q.



☐ $m > 0$ ☐ $m < 0$

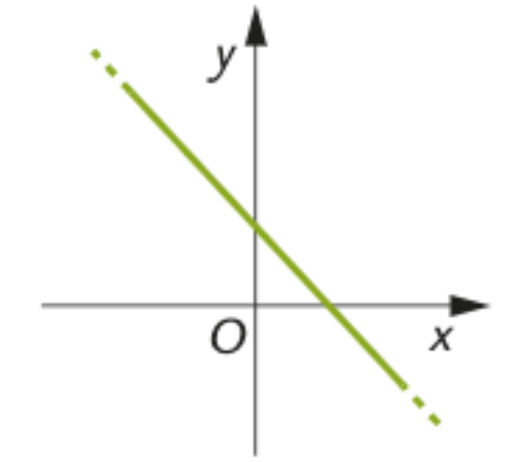
☐ $q > 0$ ☐ $q < 0$



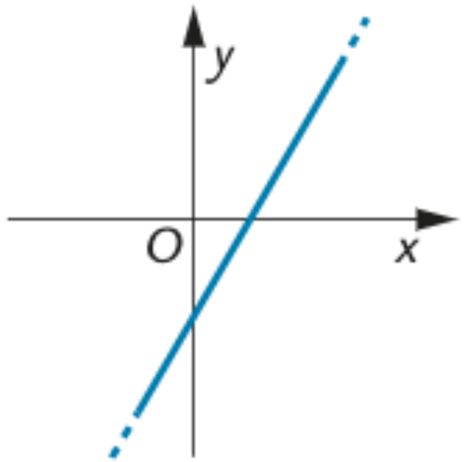
☐ $m > 0$ ☐ $m < 0$

☐ $q > 0$ ☐ $q < 0$

Per ciascun grafico, poni una crocetta sulle caselle che esprimono i segni di m e di q.



☐ $m > 0$ ☐ $m < 0$
☐ $q > 0$ ☐ $q < 0$



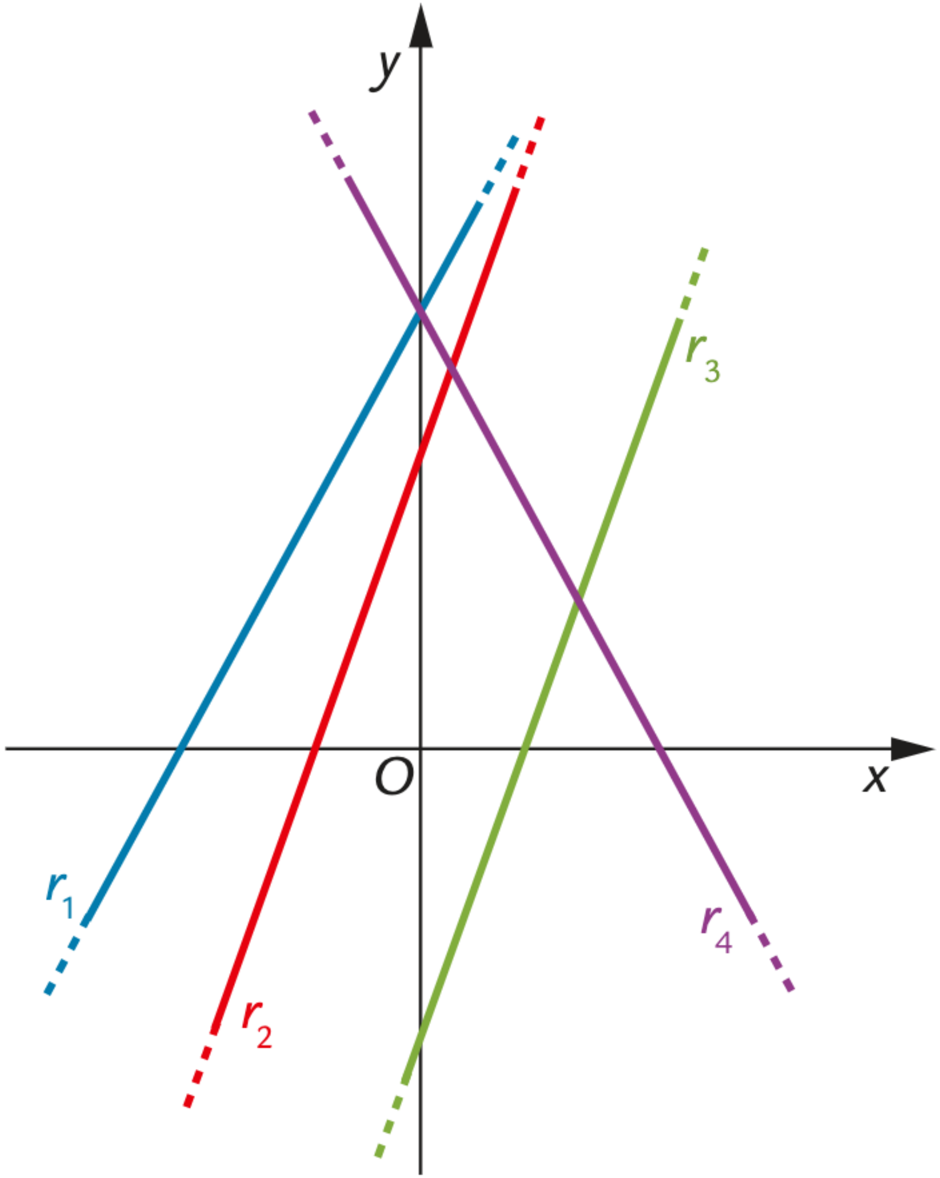
☐ $m > 0$ ☐ $m < 0$
☐ $q > 0$ ☐ $q < 0$

$y = 3x + 2$ r_2

$y = 2x + 3$ r_1

$y = 3x - 2$ r_3

$y = -2x + 3$ r_4



Traccia i grafici delle seguenti funzioni lineari,

89 $y = -2x$

90 $y = \frac{3}{2}x$

91 $y = -\frac{2}{3}x$

92 $y = -2x + 3$

93 $y = 3x - 4$

94 $y = x + 2$

95 $y = -x + 1$

96 $y = \frac{1}{2}x + 1$

97 $y = -\frac{2}{3}x + 2$

98 $y = \frac{3}{2}x - 1$

99 $y = \frac{4}{3}x - 3$

100 $y = -\frac{3}{2}x + 3$

101 $y = 2{,}5x - 4$

102 $y = -0{,}2x + 2$

103 $y = 2{,}\overline{3}\,x - 1$

Esercizi

Traccia il grafico di ciascuna delle seguenti funzioni lineari, dopo aver determinato i suoi punti di intersezione con gli assi cartesiani

104 $y = -2x - 1$

105 $y = -x + 2$

106 $y = 3x + 3$

107 $y = x - 3$

108 $y = \frac{1}{2}x + 2$

109 $y = -\frac{1}{2}x - 1$

110 $y = -\frac{2}{3}x + 3$

111 $y = -x\sqrt{2} + 2$

112 $y = x + \sqrt{2}$

Mathematica

Dalla Forma implicita a quella esplicita

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

EQUAZIONE DELLA RETTA

FORMA ESPLICITA

y = m x + q

y = 3 x + 5

FORMA IMPLICITA

ax+by+c = 0

3x – y + 5 = 0

Esempio:

Forma implicita:

$$ax + by + c = 0$$

$$2x + 3y + 2 = 0$$

Forma esplicita

$$y = mx + q$$

$$y = -\frac{2}{3}x - \frac{2}{3}$$

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

Esempio 1 **Da:** $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ **a:** $\boldsymbol{y=ax+b}$

$2x+3y+2=0 \rightarrow 3y=-2x-2=0 \rightarrow y=-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3} \rightarrow$ Con $\rightarrow$ $m=-\frac{2}{3}$ $q=-\frac{2}{3}$

Esempio 2 **Da:** $\boldsymbol{ax+by+c=0}$ **a:** $\boldsymbol{y=ax+b}$

$x+2y-4=0 \rightarrow 2y=-x+4=0 \rightarrow y=-\frac{1}{2}x+2 \rightarrow$ Con $\rightarrow$ $m=-\frac{1}{2}$ $q=2$

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

Scrivi l'equazione esplicita delle seguenti rette, identificane il coefficiente angolare e il termine noto

142 $6x-3y+1=0$

143 $2x+y-2=0$

144 $x-2y-2=0$

145 $x-2y+1=0$

146 $3x+2y-4=0$

Esercizi

Condizioni di appartenenza di un punto ad una retta

Data l'equazione della retta: $2x - y + 1 = 0$

Stabilire se il punto $\boldsymbol{A}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}};\mathbf{1}\right)$ soddisfa l'equazione se appartiene alla retta sopra citata

$\boldsymbol{A}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}};\mathbf{1}\right)$

$$2x - y + 1 = 0$$

$$2\frac{1}{2} - 1 + 1 = 0 \rightarrow 1 - 1 + 1 = 0$$

$$1 = 0$$

Uguaglianza falsa.
Il punto non appartiene alla retta

Il punto A non soddisfa l'equazione della retta

$\boldsymbol{B}\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}};\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}\right)$

$$2x - y + 1 = 0$$

$$2\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + 1 = 0 \rightarrow \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = 0$$

$$0 = 0$$

Uguaglianza vera.
Il punto appartiene alla retta

Il punto B soddisfa l'equazione della retta

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

48 Completa la seguente tabella sull'esempio della seconda riga.

Equazione	Punto	Sostituisci le coordinate del punto nell'equazione della retta	L'equazione è soddisfatta?	Il punto appartiene alla retta?
$2x - y - 4 = 0$	$(1, -2)$	$2 \cdot 1 - (-2) - 4 = 0 \Rightarrow 0 = 0$	☒ Sì ☐ No	☒ Sì ☐ No
$2x + y - 6 = 0$	$(5, -4)$	$2 \cdot 5 + (-4) - 6 = 0$	☐ Sì ☐ No	☐ Sì ☐ No
$x + 4y - 8 = 0$	$(-4, 2)$	$-4 + 4(2) - 8 = 0$	☐ Sì ☐ No	☐ Sì ☐ No
$5x + 8y + 4 = 0$	$\left(0, -\frac{1}{2}\right)$	$5 \cdot 0 + 8\left(-\frac{1}{2}\right) + 4 = 0$	☐ Sì ☐ No	☐ Sì ☐ No
$3x + 6y - 5 = 0$	$\left(4, -\frac{7}{3}\right)$	$3 \cdot 4 + 6\left(-\frac{7}{3}\right) - 5 = 0$	☐ Sì ☐ No	☐ Sì ☐ No
$4x + 2y + 5 = 0$	$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$	....	☐ Sì ☐ No	☐ Sì ☐ No

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

Scrivi l'equazione esplicita delle seguenti rette, identificane il coefficiente angolare e il termine noto e

142 $6x - 3y + 1 = 0$ $\left[y = 2x + \frac{1}{3}\right]$

143 $2x + y - 2 = 0$ $[y = -2x + 2]$

144 $x - 2y - 2 = 0$ $\left[y = \frac{1}{2}x - 1\right]$

145 $x - 2y + 1 = 0$ $\left[y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right]$

146 $3x + 2y - 4 = 0$ $\left[y = -\frac{3}{2}x + 2\right]$

Esercizi

Dalla Forma implicita a quella esplicita

149 Stabilisci quali dei punti $A(0,\ 1)$, $B(2\sqrt{2}-1,\ \sqrt{2})$, $C\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$ appartengono alla retta di equazione $x+2y-1=0$.

150 Stabilisci quali dei punti $A(-1,\ 1)$, $B\left(2,\ \frac{7}{2}\right)$, $C(3,\ 5)$, $D\left(4,\ \frac{11}{2}\right)$ appartengono alla retta di equazione $3x-2y+1=0$.

151 Stabilisci quali dei punti $A(-2,\ 0)$, $B\left(-1,\ -\frac{1}{3}\right)$, $C\left(0,\ \frac{2}{3}\right)$, $D(1,\ -1)$, $E\left(2,\ \frac{4}{3}\right)$ appartengono alla retta di equazione $x-3y+2=0$.

152 Determina il punto della retta $x+2y-3=0$ di ascissa 4. $\left[\left(4,\ -\frac{1}{2}\right)\right]$

153 Determina il punto della retta $2x+2y-3=0$ di ordinata 4. $\left[\left(-\frac{5}{2},\ 4\right)\right]$

Esercizi

Punto di intersezione tra due rette

$y = 2x + 3$

$y = -2x - 1$

$\longrightarrow \boldsymbol{y} = \boldsymbol{y} \longrightarrow$

$2x + 3 = -2x - 1$

$2x + 2x = -3 - 1$

$4x = -4$

$x = -1$

$x = -1 \longrightarrow y = 2(-1) + 3 = 1 \longrightarrow$ A(-1; 1)

Punto di intersezione di due rette

Verifica che le seguenti coppie di rette sono incidenti e determina le coordinate del loro punto di intersezione.

174 $2x + y - 1 = 0 \qquad y = 2x - 2$ $\left[\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{2}\right)\right]$

175 $x - y - 1 = 0 \qquad x + 2y + 1 = 0$ $\left[\left(\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)\right]$

176 $y = -3x \qquad x - y + 1 = 0$ $\left[\left(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right)\right]$

177 $y = -x - 1 \qquad y = -2x - 1$ $[(0, -1)]$

178 $x - y - 3 = 0 \qquad 2x + 3y - 1 = 0$ $[(2, -1)]$

Mathematica ML

Rette parallele e perpendicolari

Prof. Domenico Lo Iacono

Retta parallele

Rette parallele e distinte

Date le seguenti rette:

$$y = mx + q$$

$$y = m'x + q'$$

Sono **parallele distinte** SE E SOLO SE:

Condizioni di Parallelismo

distinte

SE:

$$m = m'$$
$$q \neq q'$$

Rette parallele e distinte

Esempio

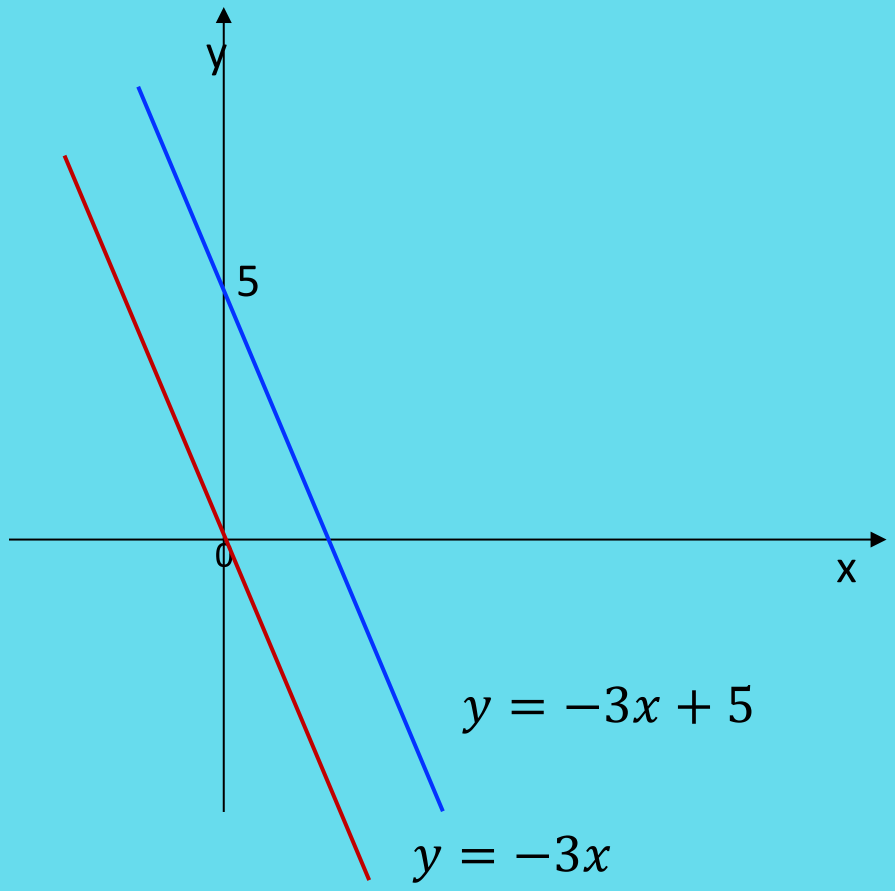
$$y = -3x$$

$$y = -3x + 5$$

$$m = m' = -3$$

$$q \neq q'$$

Le rette sono **parallele distinte**



Rette parallele e coincidenti

Date le seguenti rette: $y = mx + q$

$y = m'x + q'$

Sono **parallele e coincidenti** SE E SOLO SE:

Condizioni di Parallelismo

coincidenti

SE:

$$m = m'$$
$$q = q'$$

Equazione della retta

Rette parallele e coincidenti

Esempio

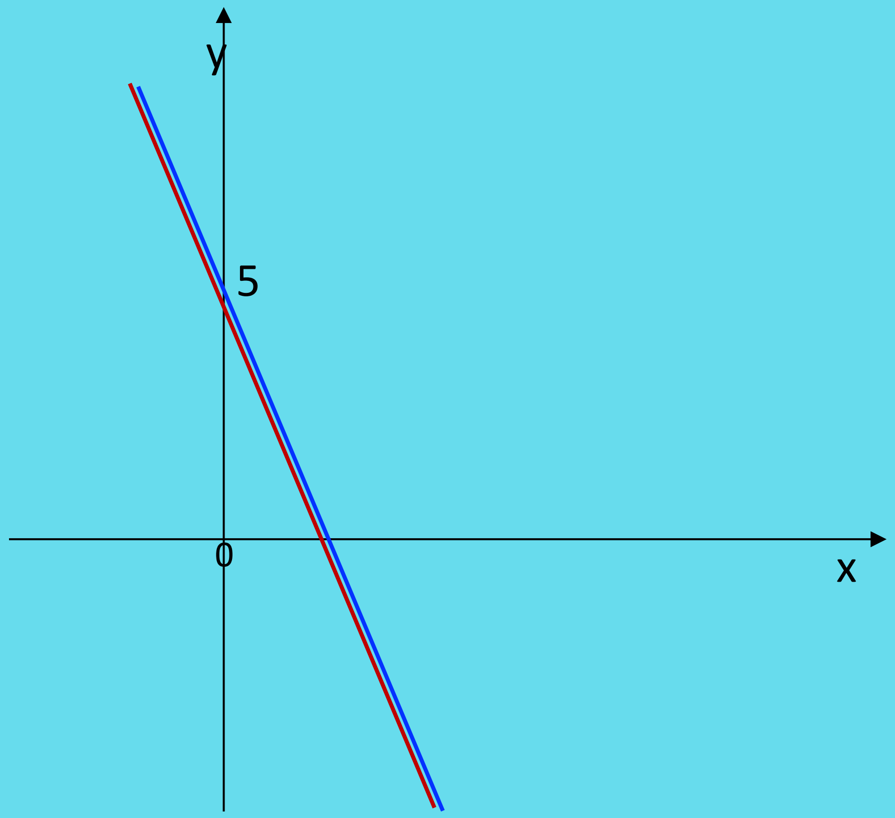
$$y = -3x + 5$$

$$y = -3x + 5$$

$$m = m' = -3$$

$$q = q' = 5$$

Le rette sono **parallele e coincidenti**



Rette incidenti o in posizione reciproca

Date le seguenti rette:

$$y = mx + q$$

$$y = m'x + q'$$

Sono **Incidenti** SE E SOLO SE:

Rette Incidenti

$$m \neq m'$$

Equazione della retta

Rette incidenti o in posizione reciproca

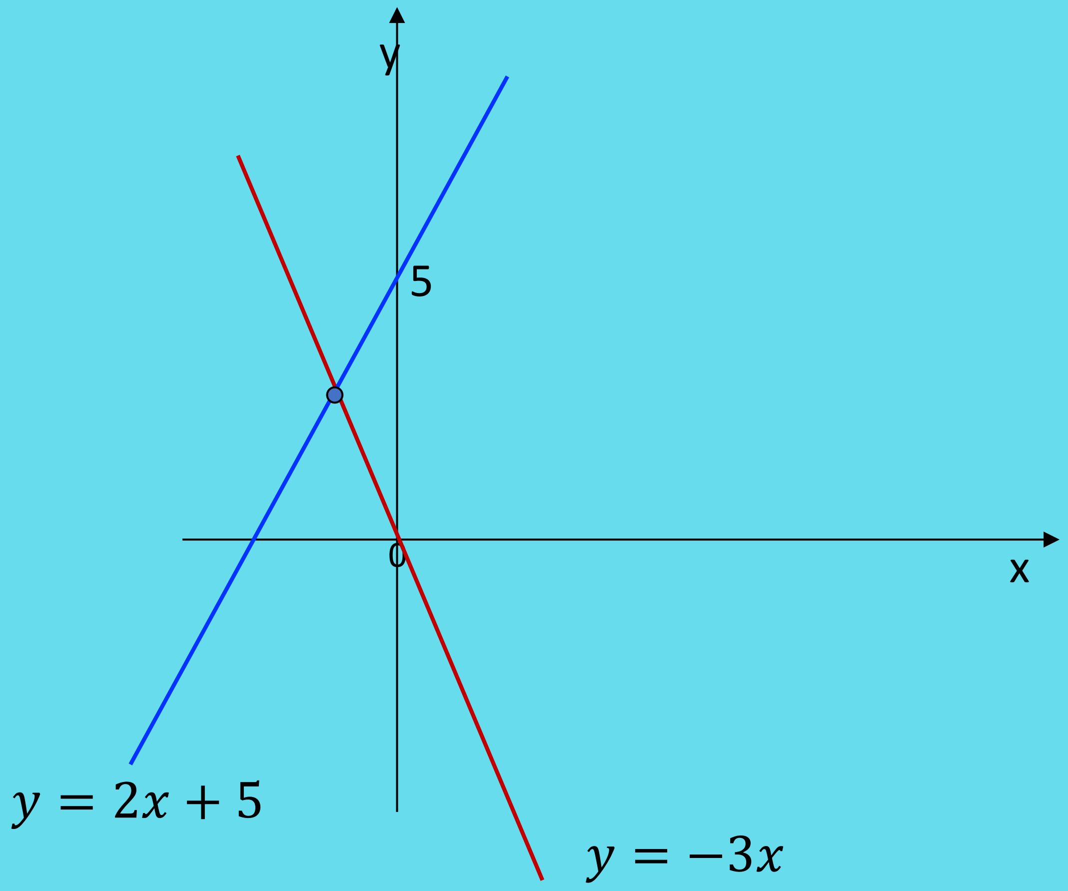
Esempio

$$y = -3x$$
$$y = 2x + 5$$

Hanno diverso coefficiente angolare, quindi incidenti

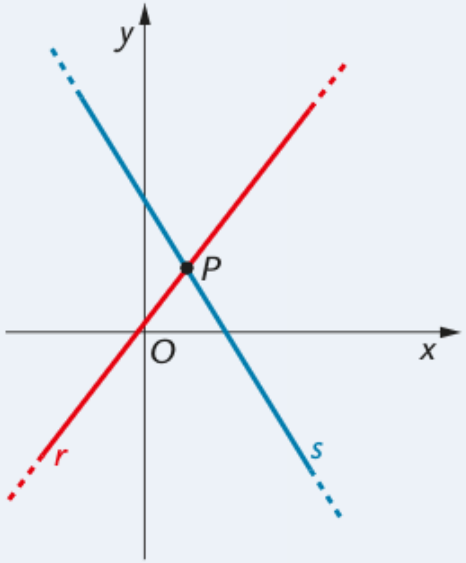
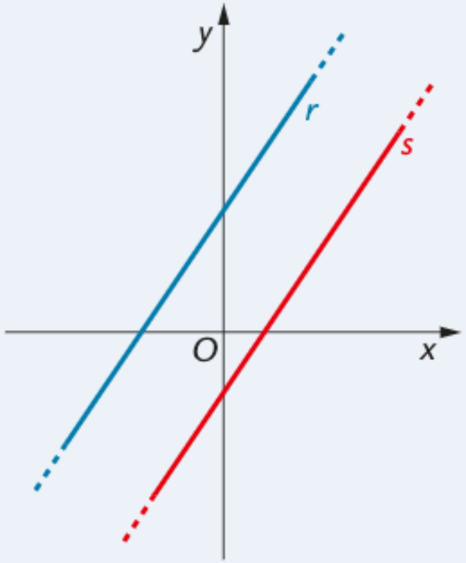
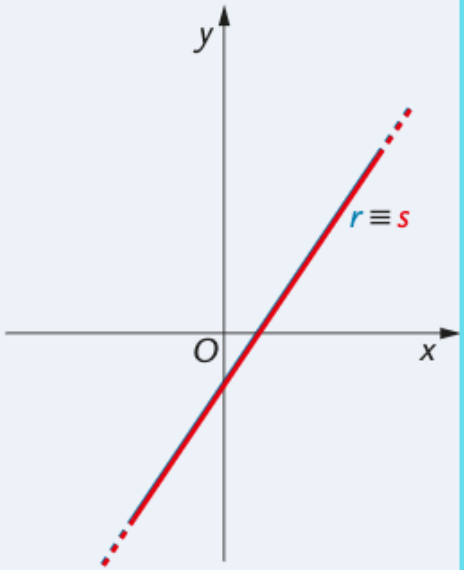
$m \neq m'$

Le rette sono **incidenti**



Equazione della retta

Sintesi

Posizione reciproca delle rette	**Incidenti**	**Parallele distinte**	**Coincidenti**
			
Condizione analitica per rette in forma *implicita*	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$ e $\frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$
Condizione analitica per rette in forma *esplicita*	$m \neq m'$	$m = m'$ e $q \neq q'$	$m = m'$ e $q = q'$

Esercizi

Rette parallele e in posizione reciproca

56 Completa la seguente tabella, sull'esempio della seconda riga.

Equazioni delle rette		Coefficienti angolari		Le rette sono parallele?
$y = 2x + 1$	$y = -2x + 1$	$m = 2$	$m' = -2$	☐ Sì ☒ No perché $m \neq m'$
$y = \frac{1}{3}x + 1$	$y = 0{,}3x + 1$	$m =$	$m' =$	☐ Sì ☐ No perché ....
$y = \frac{1}{2}x + 1$	$y = 0{,}5x + 1$	$m =$	$m' =$	☐ Sì ☐ No perché ....
$y = 4x + 1$	$8x - 2y - 7 = 0$	$m =$	$m' =$	☐ Sì ☐ No perché ....

$$-2y = -8x + 7 \qquad y = \frac{-8}{-2}x + \frac{7}{-2} \qquad y = 4x - \frac{7}{2}$$

$6x + 2y + 5 = 0$	$y = 3x + 10$	$m =$	$m' =$	☐ Sì ☐ No perché ....

$$2y = -6x - 5 \qquad y = \frac{-6}{2}x + \frac{-5}{2} \qquad y = -3x - \frac{5}{2}$$

Mathematica ML

Esercizi

Rette parallele e in posizione reciproca

Stabilire se le seguenti coppie di rette sono formate da rette parallele distinte, incidenti o coincidenti

158	$x - 2y - 1 = 0$	$y = \frac{1}{2}x - 1$
159	$\sqrt{3}x - y = 0$	$3x - \sqrt{3}y = 0$
160	$x - 1 = 0$	$x + \sqrt{2} = 0$
161	$4x - y + 1 = 0$	$y = -4x + 4$
162	$(\sqrt{2} + 1)x + (\sqrt{2} - 1)y + 3 = 0$	$y = -(3 + 2\sqrt{2})x + 4$
163	$x - 2y + 1 = 0$	$3x - 6y + 3 = 0$
164	$x - \sqrt{2}y + 1 = 0$	$\sqrt{2}x - y + 1 = 0$

Retta perpendicolari

Rette perpendicolari

$m = 2$

Il suo opposto è -2

Il suo reciproco è $\frac{1}{2}$

Il reciproco dell'opposto è: $-\frac{1}{2}$

$$2 \to -2 \to -\frac{1}{2}$$

Il suo opposto

Il reciproco del suo opposto

Rette perpendicolari

$m = -5$

Il suo opposto è 5

Il suo reciproco è $-\frac{1}{5}$

Il reciproco dell'opposto è: $-\frac{1}{5}$

$$-5 \rightarrow 5 \rightarrow -\frac{1}{5}$$

Il suo opposto

Il reciproco del suo opposto

Rette perpendicolari

$$m = \frac{1}{3}$$

Il suo opposto è $-\frac{1}{3}$

Il suo reciproco è 3

Il reciproco dell'opposto è: -3

$$\frac{1}{5} \rightarrow -\frac{1}{3} \rightarrow -3$$

Il suo opposto

Il reciproco del suo opposto

Rette perpendicolari

Date le seguenti rette:

$$y = mx + q$$

$$y = m'x + q'$$

Condizioni di perpendicolarità

Perpendicolari **distinte**
SE E SOLO SE:

SE: $m \cdot m' = -1$

Oppure

SE: $m' = -\frac{1}{m}$

Rette perpendicolari

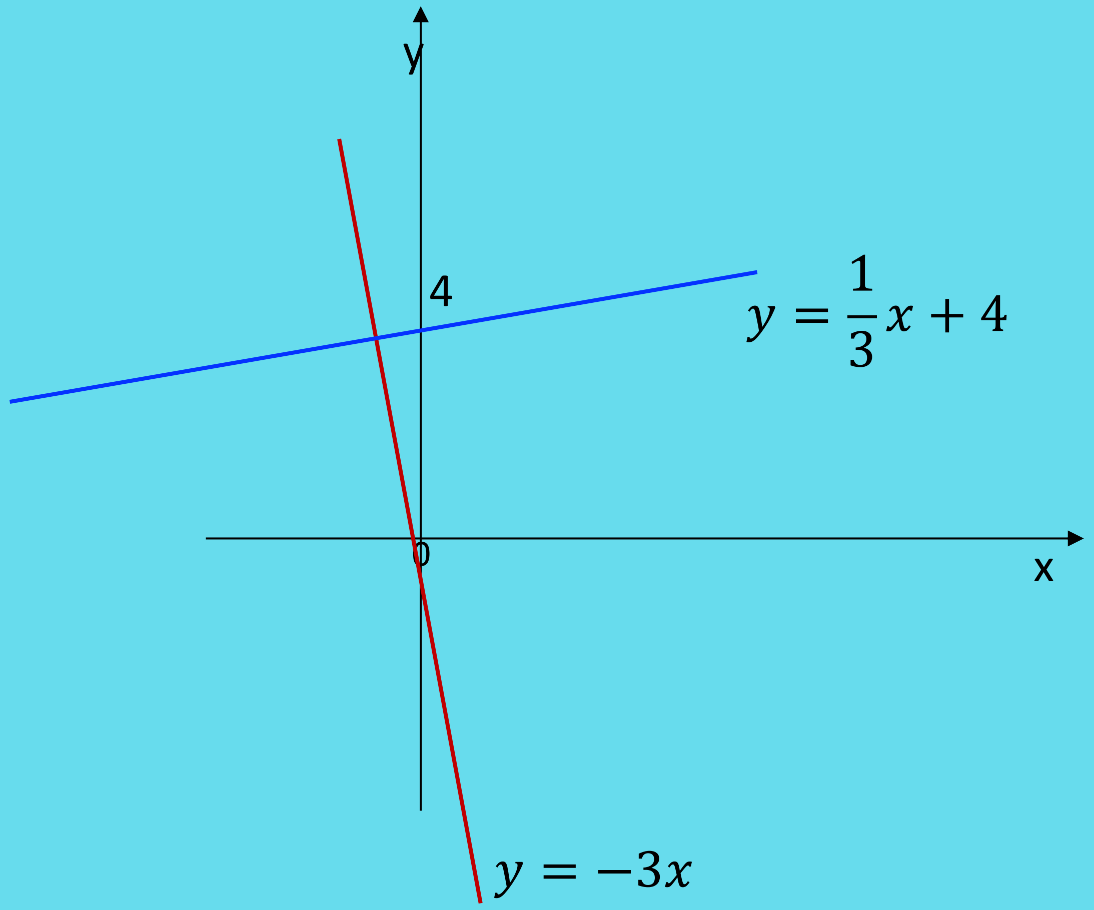
Esempio

$$\boldsymbol{y = -3x} \qquad y = \frac{1}{3}x + 4$$

$$\boldsymbol{m = -3} \qquad \boldsymbol{m = \frac{1}{3}}$$

$m \cdot m' = -1$
$q \neq q'$

Le rette sono **perpendicolari**



Rette perpendicolari

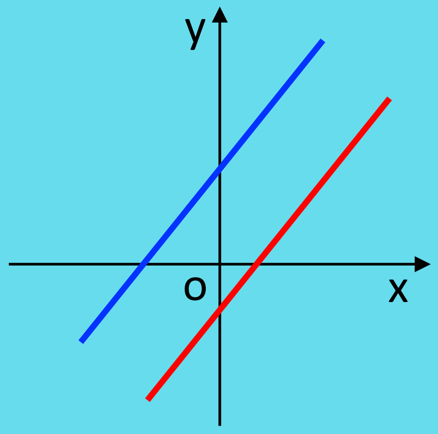
Esercizi sulla perpendicolarità tra rette

Riconosci quali delle seguenti coppie di rette sono perpendicolari.

187	$y = -2x + 1$	$x + 2y - 3 = 0$
188	$y = \frac{1}{2}x + 3$	$2x + y - 5 = 0$
189	$\sqrt{3}x - y + 1 = 0$	$x + \sqrt{3}y - 2 = 0$
190	$5x + y - 7 = 0$	$y = 5 - 0{,}2x$
191	$y = (\sqrt{2} - 1)x$	$y = (\sqrt{2} + 1)x - 4$
192	$x - \sqrt{6} = 0$	$y = 1000$
193	$x - (\sqrt{5} - 1)y - 3 = 0$	$y = \frac{\sqrt{5} + 1}{3}x - \frac{1}{5}$

Equazione della retta

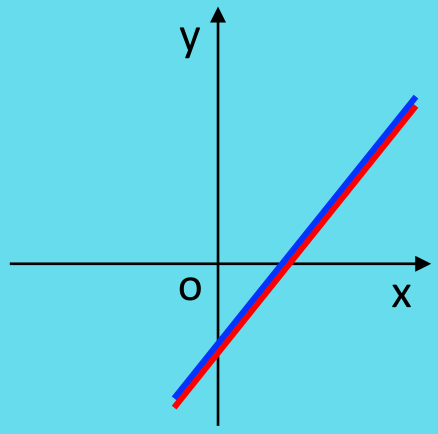
Rette parallele distinte



$m = m'$

$q \neq q'$

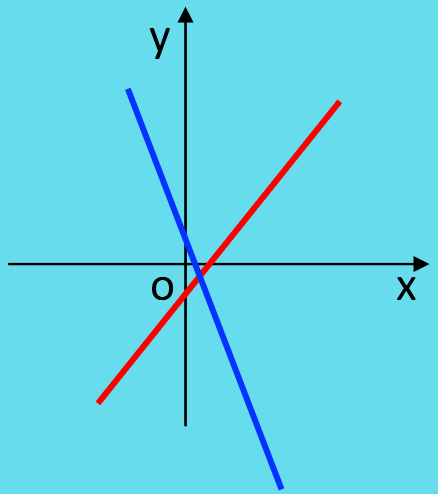
Rette parallele coincidenti



$m = m'$

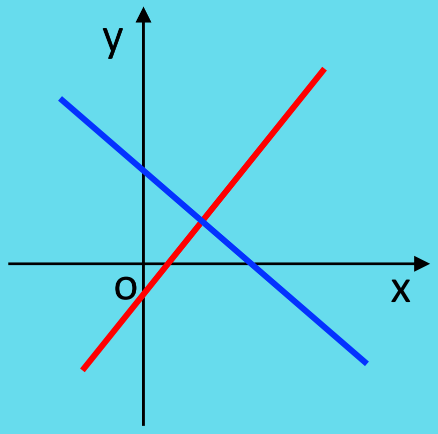
$q = q'$

Rette incidenti



$m \neq m'$

Rette perpendicolari



$m \neq m'$

$m' = -\frac{1}{m}$

$m \cdot m' = -1$

Equazione della retta

Le rette parallele e le rette perpendicolari

Considera le rette di ciascuno dei seguenti gruppi, determina il loro coefficiente angolare e infine stabilisci quali sono parallele.

231 $y = -3x + 1,\quad y + 3x - 2 = 0,\quad y = -2x + 1,\quad 2y + 6x - 5 = 0.$

232 $y = x + \frac{1}{3},\quad y = \frac{1}{3}x,\quad y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3},\quad y = \frac{1}{3}.$

233 $3x - 2y + 1 = 0,\quad -6x + 4y + 7 = 0,\quad y = \frac{2}{3}x + 1.$

Per ogni retta scrivi l'equazione di una retta a essa parallela e l'equazione di una retta a essa perpendicolare.

240 $y = -x;\quad y = 3x;\quad y = \frac{1}{3}x - 3;\quad y = 2x + 1.$

241 $y = -\frac{1}{3}x + 5;\quad y = 2x + \frac{1}{4};\quad y = 2;\quad y = \frac{1}{5}x.$

242 $4x - 2y + 1 = 0;\quad 3x + 1 = 0;\quad 7x + y + 3 = 0;\quad x = -3.$

Equazione della retta

Retta passante per un punto e <u>parallela</u> a una retta data

Retta passante per un punto e parallela a una retta data

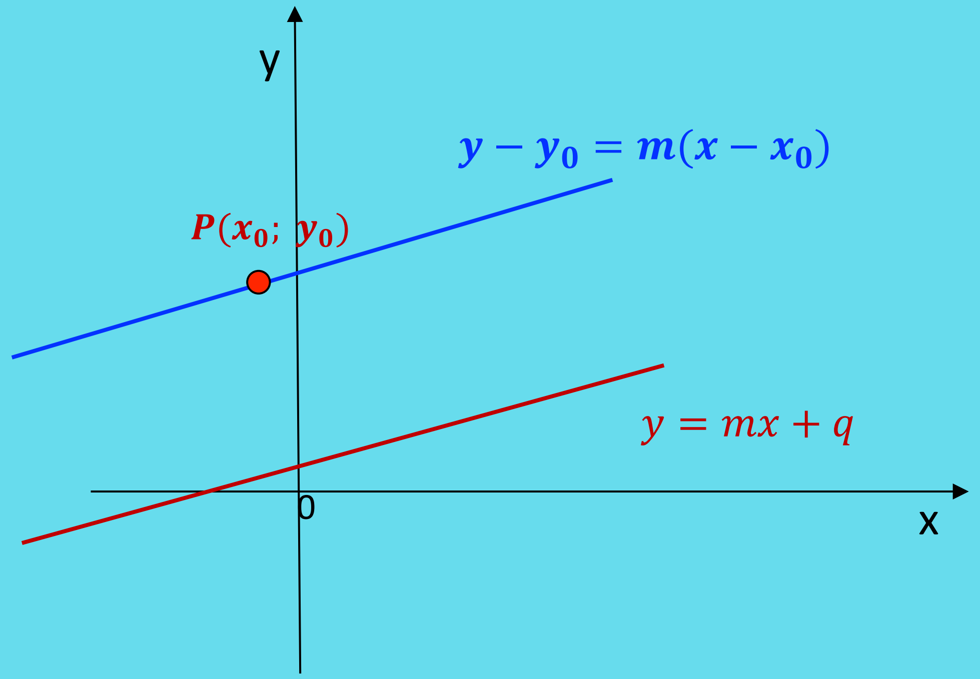
Data la seguente retta: $\boldsymbol{y = mx + q}$

Dato il seguente Punto: $\boldsymbol{P(x_0;\ y_0)}$

Condizione di parallelismo $\boldsymbol{m = m'}$

Equazione della retta passante per il punto **P**:

$$\boldsymbol{y - y_0 = m(x - x_0)}$$



Equazione della retta

Retta passante per un punto P(3, 5) con assegnato coefficiente angolare m = 2

$y = 2x + q$ sostituisco punto P e coefficiente angolare m

$5 = 2 \cdot 3 + q$ ricaviamo q $q = 5 - 2 \cdot 3$ $q = -1$

$y = 2x - 1$

LA FORMULA $y - y_0 = m(x - x_0)$

Equazione della retta passante per un punto P(3, 5) con coefficiente angolare m = 2

$y - y_0 = m(x - x_0)$ sostituisco punto P(3, 5) e coefficiente angolare m = 2

$y - 5 = 2(x - 3)$ $y = 2 \cdot x - 6 + 5$ $y = 2 \cdot x - 1$

Equazione della retta

Retta passante per un punto e parallela a una retta data

Equazione della retta passante per il punto P: $y - y_0 = m(x - x_0)$

Esempio Retta passante per P(3, 5) e parallela alla retta $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ $\quad P(-1; 3)$ $\quad m = \frac{1}{2}$

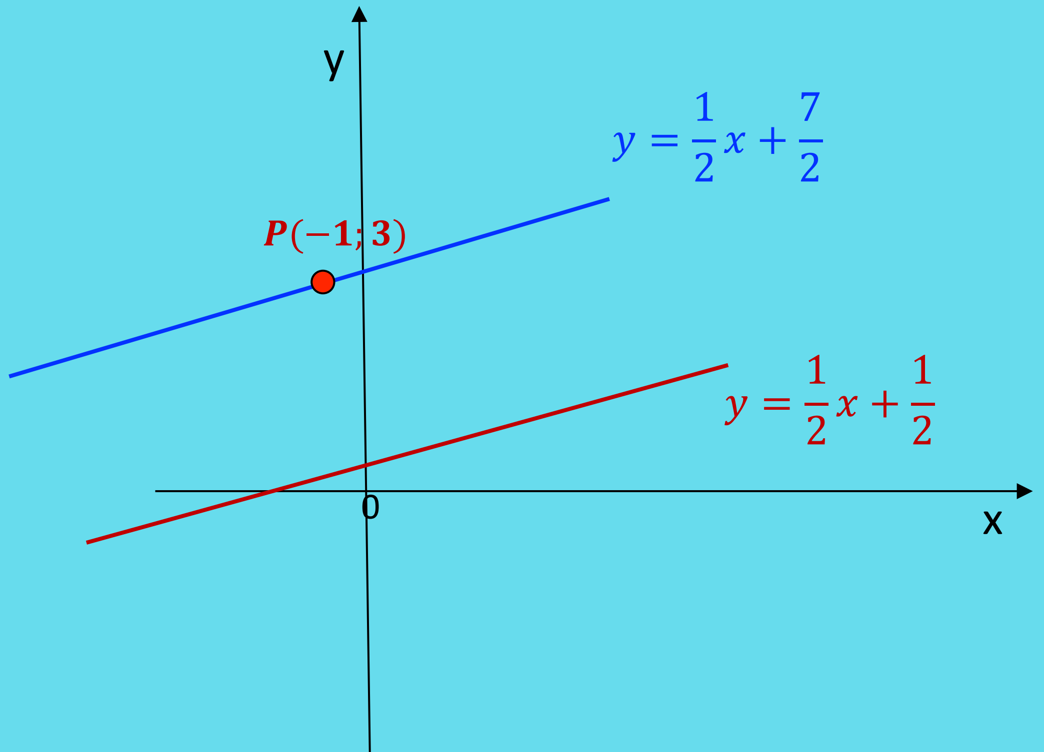
$$m = m'$$

Uso la formula $y - y_0 = m(x - x_0)$

$y - 3 = \frac{1}{2}(x - (-1))$ $\quad y - 3 = \frac{1}{2}(x + 1)$

$y - 3 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ $\quad y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} + 3$

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$



Esercizi

Retta passante per un punto e parallela a una retta data

Scrivi l'equazione della retta passante per *P* e parallela alla retta *r*.

206	$P(1,\ 3)$	r: $y = 2x - 1$	$[y = 2x + 1]$
207	$P(-1, 3)$	r: asse x	$[y = 3]$
208	$P(-1, 3)$	r: asse y	$[x = -1]$
209	$P(-2, 0)$	r: $y = -3x$	$[y = -3x - 6]$
210	$P(-2, -1)$	r: $4x - 2y - 1 =$	$[y = 2x + 3]$
211	$P\left(3, \frac{1}{2}\right)$	r: $y = x + 2$	$\left[y = x - \frac{5}{2}\right]$
212	$P(-1,\ -2)$	r: $2x - y + 1 = ($	$[y = 2x]$
213	$P(-1,\ 3)$	r: $2x + y - 1 = ($	$[y = -2x + 1]$
214	$P(1,\ 3)$	r: $2x - 3y + 1 =$	$\left[y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}\right]$
215	$P(1,\ 3)$	r: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$	$\left[y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}\right]$

Equazione della retta

Retta passante per un punto e parallela a una retta data

244 $y = \frac{1}{4}x,$ $A(1; -1).$

245 $2x + 3y - 1 = 0,$ $A(-3; 0).$

246 $x + y = 0,$ $A(1; -1).$

247 $2x + 2y - 1 = 0,$ $A(-4; -3).$

248 $4x + 3y + 2 = 0,$ $A(-2; 0).$

249 $y = \frac{1}{2}x + 2,$ $A(-1; 3).$

Retta passante per un punto e <u>perpendicolare</u> a una retta data

Mathematica ML

Equazione della retta

Retta passante per un punto e perpendicolare a una retta data

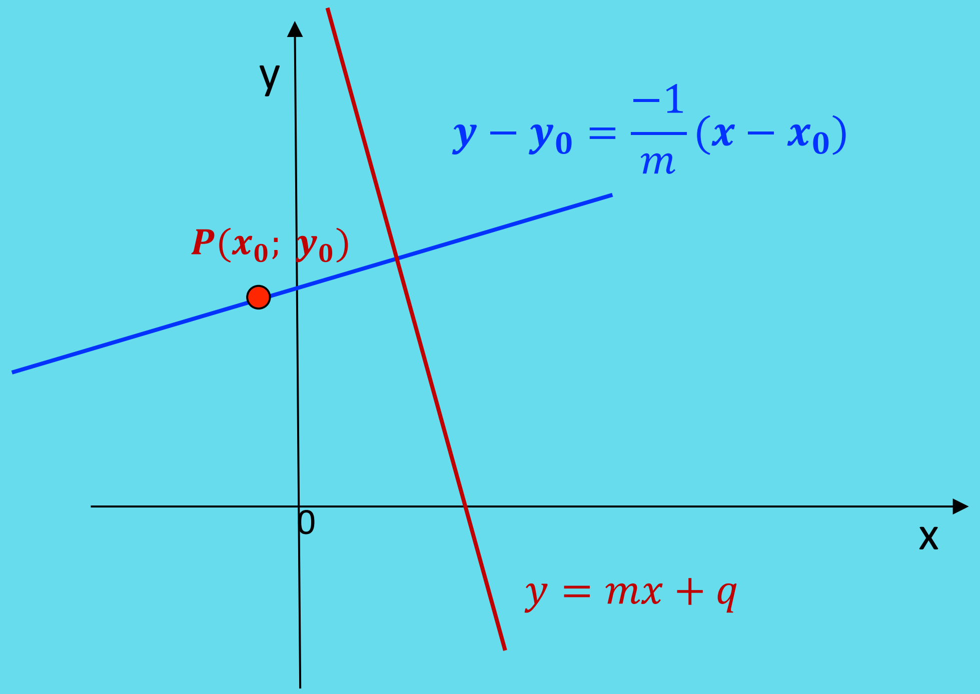
Data la seguente retta: $\boldsymbol{y = mx + q}$

Dato il seguente Punto: $\boldsymbol{P(x_0;\ y_0)}$

Condizione di perpendicolarità $m' = \dfrac{-1}{m}$

Equazione della retta passante per il punto **P**:

$$y - y_0 = m'(x - x_0)$$



Equazione della retta

Retta passante per un punto e perpendicolare a una retta data

Retta: $y = mx + q$ Punto: $P(x_0;\ y_0)$

Condizione di perpendicolarita $m' = \frac{-1}{m}$

Equazione della retta passante per il punto P: $y - y_0 = m(x - x_0)$

Esempio

Retta: $y = \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$

Dato il seguente Punto: $P(-1; 3)$

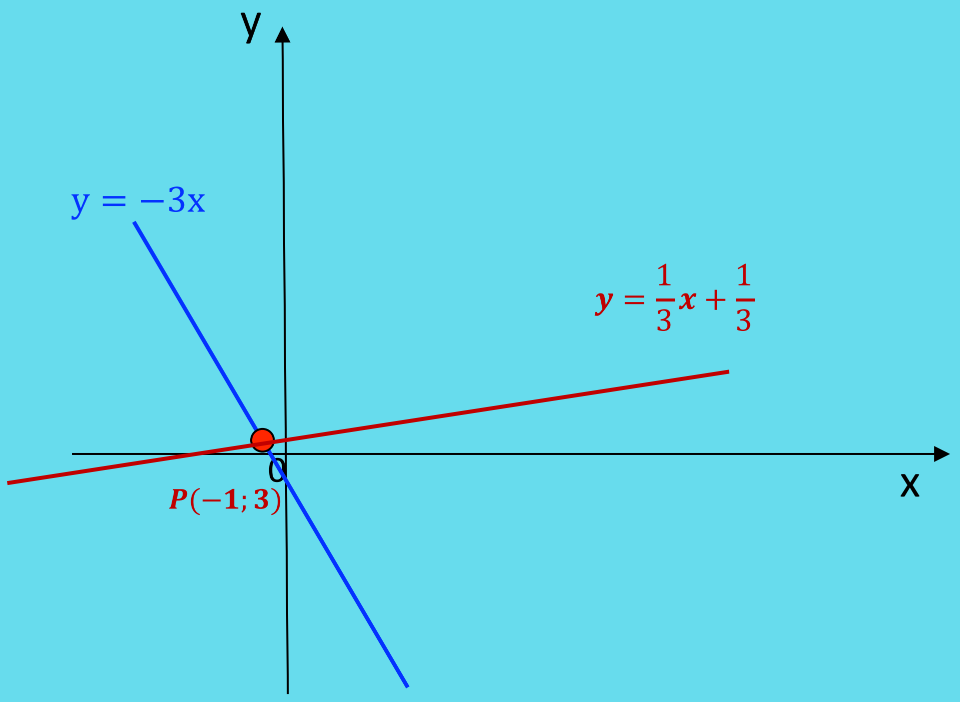
Condizione di perpendicolarità $m' = \frac{-1}{m}$=-3

Equazione della retta passante per il punto **P** :con $m' = \frac{-1}{m}$

$$y - 3 = -3(x + 1)$$

$$y - 3 = -3x - 3$$

$$y = -3x$$



Esercizi

Retta passante per un punto e perpendicolare a una retta data

Scrivi l'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta r.

219	$P(-1, 1)$	$r: y = x + 1$	$[y = -x]$
220	$P(-1, 1)$	$r: y = -\dfrac{1}{2}x + 2$	$[y = 2x + 3]$
221	$P(0, 3)$	$r: y = -2x$	$\left[y = \dfrac{1}{2}x + 3\right]$
222	$P(5, -4)$	$r: y = 2$	$[x = 5]$
223	$P(-6, 7)$	$r: x = 1$	$[y = 7]$
224	$P\left(\dfrac{1}{2}, 0\right)$	$r: x + y = 10$	$\left[y = x - \dfrac{1}{2}\right]$
225	$P(1, -2)$	$r: x + 3y - 1 = 0$	$[y = 3x - 5]$
226	$P(-1, -2)$	$r: 2x - y + 1 = 0$	$\left[y = -\dfrac{1}{2}x - \dfrac{5}{2}\right]$
227	$P(2, 3)$	$r: 2x - 3y + 1 = 0$	$\left[y = -\dfrac{3}{2}x + 6\right]$
228	$P(-1, 1)$	$r: x + 4y - 1 = 0$	$[y = 4x + 5]$

Mathematica ML

Equazione della retta

Retta passante per un punto e perpendicolare a una retta data

244 $y = \frac{1}{4}x,$ $A(1; -1).$

245 $2x + 3y - 1 = 0,$ $A(-3; 0).$

246 $x + y = 0,$ $A(1; -1).$

247 $2x + 2y - 1 = 0,$ $A(-4; -3).$

248 $4x + 3y + 2 = 0,$ $A(-2; 0).$

249 $y = \frac{1}{2}x + 2,$ $A(-1; 3).$

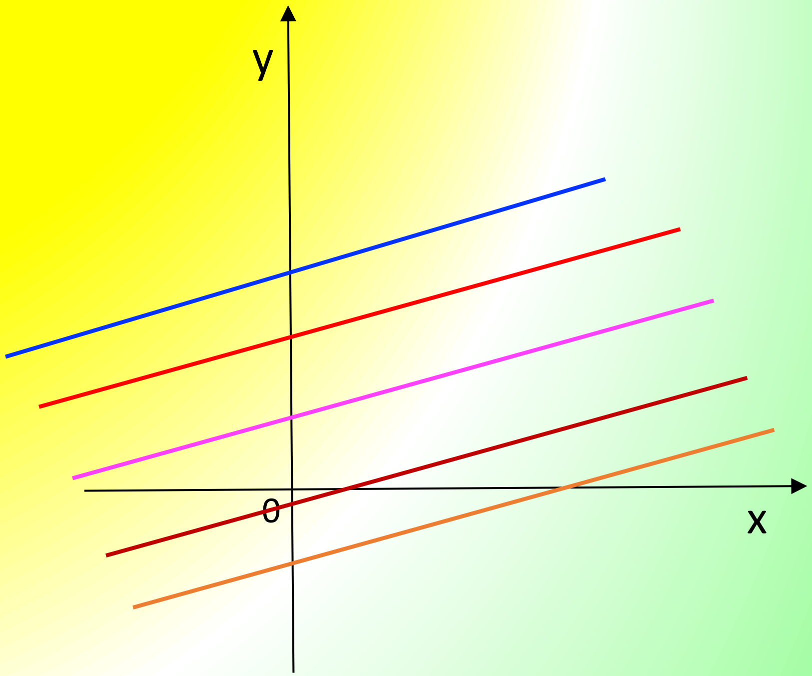
Fascio di rette

Prof. Domenico Lo Iacono

Fascio di rette improprio

È l'insieme di tutte le rette di un piano tra loro parallele

Visto che sono parallele tra di loro, allora devono lo stesso coefficiente angolare.



Sono descritti dall'equazione $y = \underbrace{m}_{\text{fisso}}x + \underbrace{q}_{\text{variabile}}$

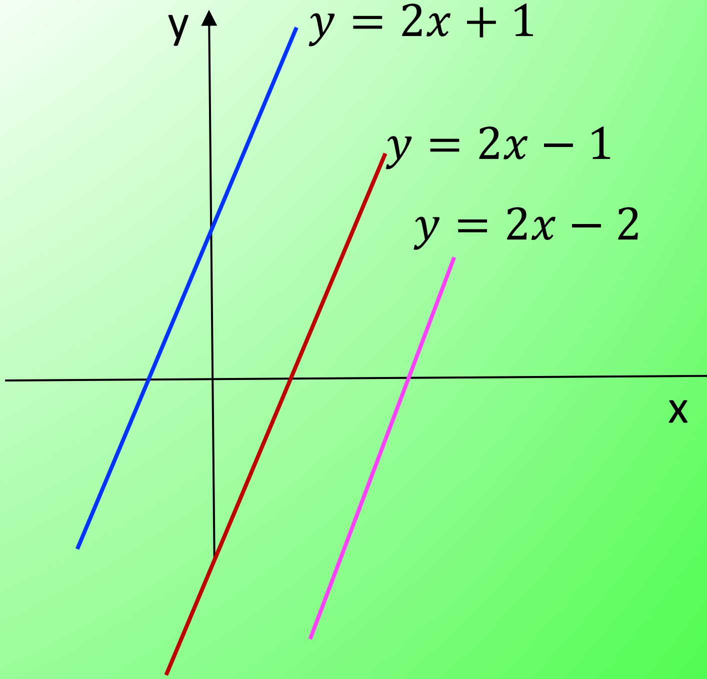
m è fissato
q è variabile

Esercizio:

Scrivere l'equazione del fascio di rette parallele alla retta

$\boldsymbol{y - 2x + 1 = 0}$ $\qquad y = 2x - 1$

$\Rightarrow \quad y = \underbrace{2}_{\text{fisso}}x - \underbrace{q}_{\text{variabile}}$

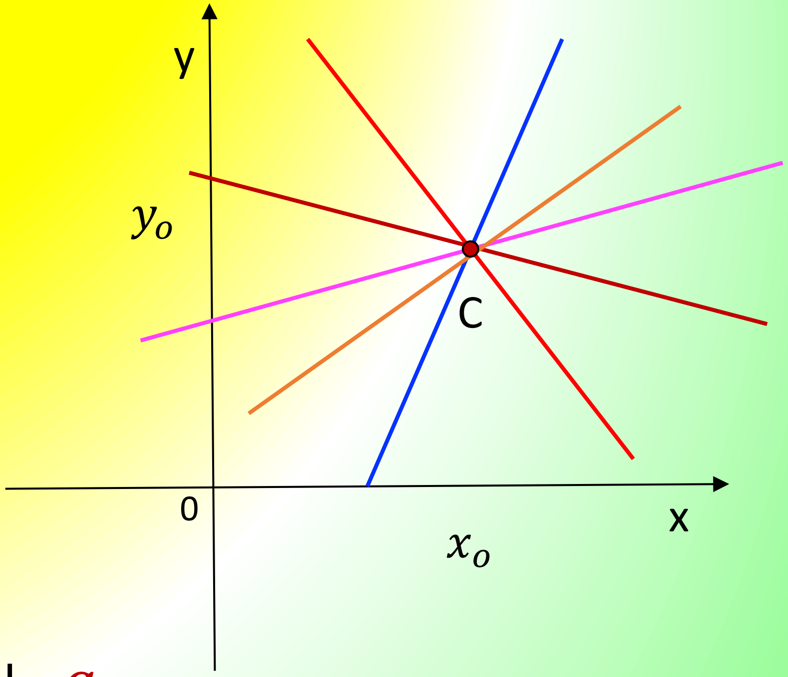


Il coefficiente angolare m=2 è uguale per tutte le rette

Il termine noto **q** è diverso per ciascuna retta del fascio

Fascio di rette proprio

È l'insieme di tutte le rette di un piano che passano
Per un punto detto **CENTRO** del fascio $\boldsymbol{C(x_0;\ y_o)}$



Consideriamo l'equazione esplicita della retta $y = mx + q$

Visto che le rette passano tutte per $\boldsymbol{x_0;\ y_o}$ allora $y_0 = mx_0 + q$

Sottraiamo membro a membro

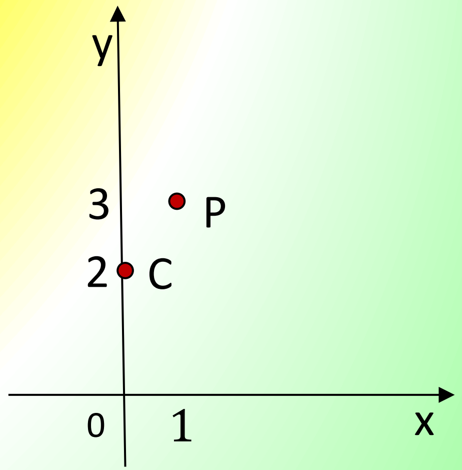
$$y - y_0 = mx - mx_o$$

Raccolgo m

Equazione del fascio di rette proprio

$$\boldsymbol{y - y_0 = \underbrace{m}_{\text{variabile}}(x - x_o)}$$

Esercizio: Scrivere l'equazione del fascio di rette di centro C (2; 0) e trovare la retta del fascio che passa per P(3; 1)



Equazione del fascio di rette proprio: $$y - y_0 = m(x - x_o)$$

Equazione del fascio di rette proprio di Centro (2; 0): $$y - 0 = m(x - 2)$$

Inseriamo le coordinate del punto **(3; 1)** al posto di **x** e **y**:

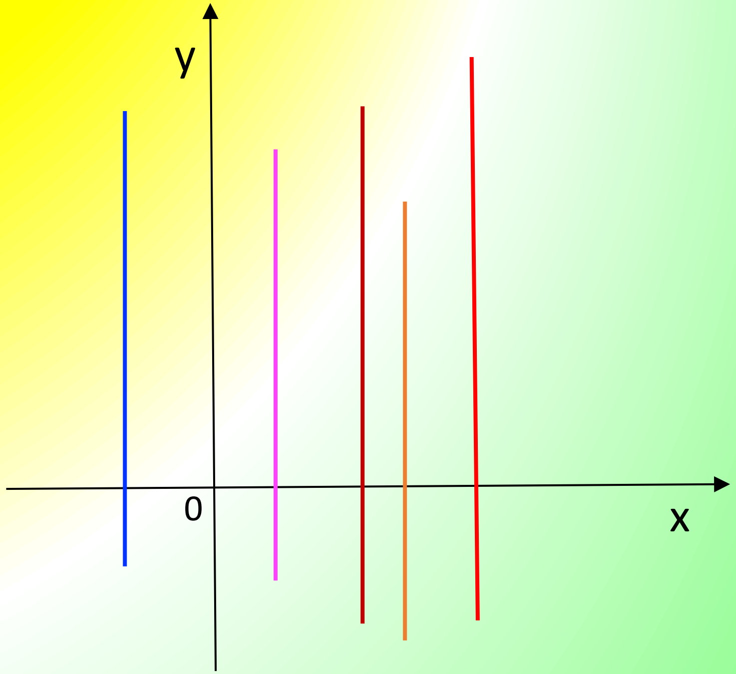
$$1 - 0 = m(3 - 2) \longrightarrow 1 = m \longrightarrow m = 1$$

Coefficiente angolare della retta che passa per C e P

Retta del fascio con coefficiente angolare m=1 $$y - 0 = 1(x - 2)$$

Equazione della retta del fascio che passa per il punto (3; 1) $\longrightarrow$ $y = x - 2$

Fascio di rette improprio



Per i fasci di rette verticali

l’ equazione diventa: $x = k$

Mathematica ML

Fascio di rette proprio

Equazione del fascio di rette proprio $y - y_0 = \underbrace{m}_{\text{variabile}}(x - x_o)$

$y - y_0 = m(x - x_o)$

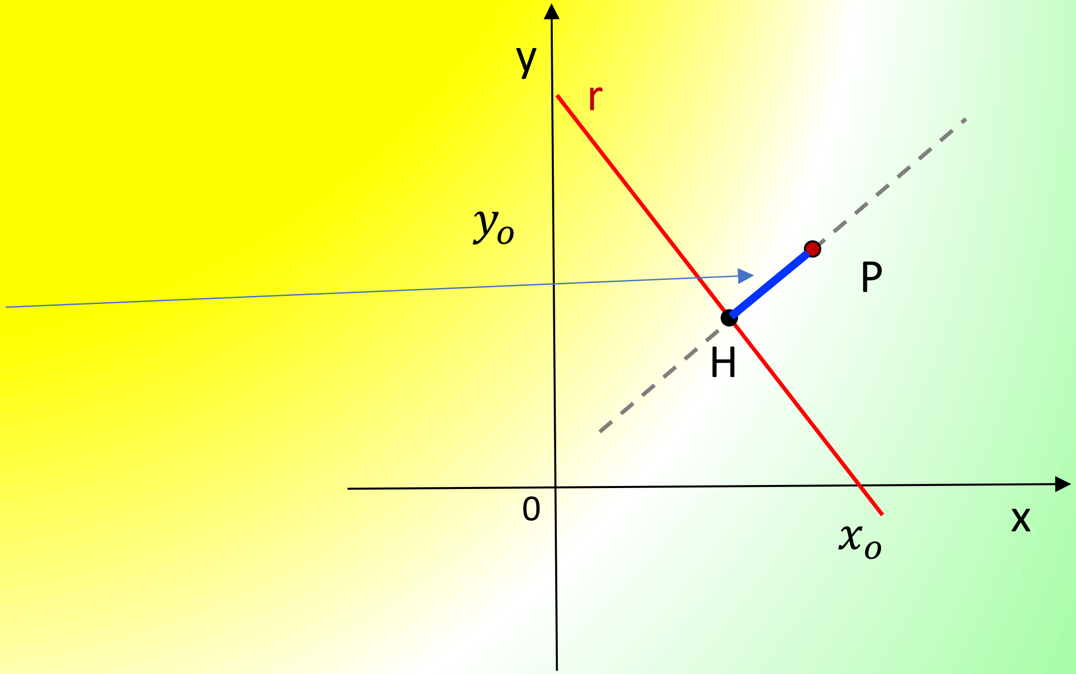
- Descrive al variare di m tutte le rette del fascio di centro $C(x_0; \ y_o)$, **tranne la retta verticale** $x = x_0$

$y - y_0 = \underbrace{m}_{\text{Fisso}}(x - x_o)$

- Con m fisso diventa l'equazione della retta con coefficiente angolare m passante per $C(x_0; \ y_o)$

Mathematica

Distanza punto retta



Distanza di un punto P dalla retta r

Il segmento PH e la misura che voglio cercare.

Si indica con **d(P, r)**

Data la retta e il punto:

r: $ax + by + c = 0$

punto $P(x_0, y_0)$

Formula distanza punto retta $$d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

retta

Determina la distanza del punto $P(1, -1)$ dalla retta r di equazione $x + 2y - 3 = 0$.

Determina la distanza del punto P dalla retta r.

277 $P(1, -2)$ $\quad r: x + 3y - 1 = 0$

278 $P(0, 0)$ $\quad r: x + y + 1 = 0$

279 $P(1, -2)$ $\quad r: x - 3y + 1 = 0$

280 $P(2, 1)$ $\quad r: 4x + 3y - 1 = 0$

$$d(P, r) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

Fascio di rette proprio