Scomposizione e prodotti notevoli

I Prodotti Notevoli

Scomposizione dei polinomi

Scomporre un polinomio significa: poterlo vedere come prodotto di due o più polinomi.

Scomposizione è in fattori primi: se poi ciascun polinomio di tale prodotto non è ulteriormente fattorizzabile

Un polinomio è riducibile se è possibile scomporlo nel prodotto di altri polinomi, tutti di grado inferiore a quello dato.

Si dice **irriducibile** in caso contrario

Metodi di scomposizione

I metodi per eseguire la scomposizione si basano sui seguenti criteri:

- i raccoglimenti a fattor comune parziale o totale
- il riconoscimento di prodotti notevoli
- la regola del trinomio caratteristico
- l'individuazione dei divisori della forma $x - a$

RACCOGLIMENTO TOTALE A FATTOR COMUNE

- Si individua il *M.C.D.* fra i termini del polinomio

- Si scrive il polinomio come prodotto fra il fattore comune per il polinomio che si ottiene dividendo ciascuno dei suoi monomi per il *M.C.D.* calcolato.

ESEMPIO

$$\mathbf{5xy - 10xy^2 + 15x^2y = 5 \cdot x \cdot y - 2 \cdot 5 \cdot x \cdot y \cdot y + 3 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y =}$$

$$\mathbf{= 5 \cdot x \cdot y(1 - 2 \cdot y + 3 \cdot x)}$$

RACCOGLIMENTO PARZIALE A FATTOR COMUNE

Si applica nel caso in cui sia possibile effettuare raccoglimenti parziali tra gruppi di termini , in modo tale che poi sia possibile effettuare un raccoglimento totale.

ESEMPIO

$$2ay+2by+ax+bx = \underbrace{2y(a+b)+x(a+b)}_{\text{raccoglimento parziale}} = \underbrace{(a+b)(2y+x)}_{\text{raccoglimento totale}}$$

ESERCIZI SCOMPOSIZIONI IN FATTORI

1 **Vero o falso?**

a. il polinomio $x^2(x-1)+1$ è scomposto in fattori X F

b. il polinomio $x^2(x-1)(x+1)$ è scomposto in fattori X F

c. ogni polinomio di primo grado è irriducibile V X

d. ogni polinomio di grado superiore al primo è riducibile V X

e. la tecnica di scomposizione del raccoglimento totale si fonda sulla proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione e alla sottrazione X F

[3 affermazioni vere e 2 false]

ESERCIZI SCOMPOSIZIONI IN FATTORI

2 Fra i termini del polinomio $x^5 + 2x^3 - 2x^2$ è possibile raccogliere il fattore:

A x^5 B $2x^3$ C x^2 D non è possibile raccogliere alcun fattore

3 Fra i termini di quale polinomio è possibile eseguire un raccoglimento totale di a^2b?

A $ab - ab^2$ B $a^2b - ab^2$ C $a^2b^2 - a^3b$ D $a^2b - 1$

4 Quale delle seguenti espressioni è scritta in modo da poter essere scomposta mediante un raccoglimento totale?

A $a(x+y) + b(x-y)$ B $x(a-b) + y(a-b)$ C $a(x+y) + x(a+b)$ D $x(a-b) + y(a+b)$

5 Qual è la scomposizione di $4x^6 + 2x^3 + 2x^2$?

A $2x^2(2x^4 + 2x^3 + 2x^2)$ B $2x^2(2x^3 + x + 1)$ C $2x^2(2x^3 + x)$ D $2x^2(2x^4 + x + 1)$

Completa le seguenti scomposizioni.

8 $6a^4 + 3a^2 = 3a^2(2a^{\cdots\cdots} + \ldots\ldots\ldots)$ $\quad 9x^6 + 6x^4 = 3x^4(\ldots\ldots x^2 + \ldots\ldots)$

9 $16x^7 + 12x^3y = 4x^3(4x^{\cdots\cdots} + \ldots\ldots\ldots y)$ $\quad 25a^6 + 10a^3b = 5a^3(\ldots\ldots\ldots a^{\cdots\cdots} + 2\ldots\ldots\ldots)$

10 $12x^3y - 15xy^2 + 3xy = 3xy(\ldots\ldots\ldots x^{\cdots\cdots} - \ldots\ldots\ldots y + \ldots\ldots\ldots)$

11 $5a^4b^2 - 10a^3b^4 - 15a^7b^8 = 5a^3b^2(a - \ldots\ldots\ldots b^{\cdots\cdots} - 3a^{\cdots\cdots}b^{\cdots\cdots})$

Mathematica ML

ESERCIZI SCOMPOSIZIONI TOTALE

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo raccoglimenti totali.

12	$3x^3 + x^2$	$3x^2y + x^4y^2$
13	$x^5 - x^3$	$ab^2 + a^2b$
14	$x^{15} - x^{10}$	$-2a^3b^4 + a^2b^3$
15	$4x^3 - 12x^2 + 6x$	$8a^{12} - 64a^8$
16	$3a^4 - 6a^3 + 9a$	$xyz + xy^2z + xyz^2$
17	$7n^2 + 35n^3$	$3a^2x + 2ax^2 + a^2x^2$
18	$12x^9 - 4x^6$	$2a^4b^3 - 3a^3b^2 + 5a^2b^4$
19	$4a^5 + 2a^4 - 2a^3$	$x^3yz^2 - x^2z + xy^3z^3$

Mathematica ML

ESERCIZI SCOMPOSIZIONI TOTALE

Scomponi i seguenti polinomi eseguendo raccoglimenti totali di opportuni polinomi.

31 $3(5-x)+x(5-x)$

32 $x(2x-3)+5(2x-3)$ $[(2x-3)(x+5)]$

33 $3(x+2)+a(x+2)$

34 $x(x+2)+(x+1)(x+2)$

Mathematica ML

ESERCIZI SCOMPOSIZIONE PARZIALE

Completa le seguenti scomposizioni.

50 $x^2 - 3x - ax + 3a = x(\dots\dots\dots\dots) - a(\dots\dots\dots\dots) = (x-3)(\dots\dots\dots\dots)$

51 $x^4 + 2x^3 + 3x + 6 = x^3(x + \dots\dots) + 3(x + \dots\dots) = (x + \dots\dots)(x^3 + \dots\dots)$

52 $3a^2b + 6ab - 2a - 4 = 3ab(\dots\dots + 2) - 2(\dots\dots + \dots\dots) = (a+2)(\dots\dots\dots\dots)$

53 $4a^6 - 5a^4 + 12a^2 - 15 = a^4(\dots\dots\dots\dots) + 3(4a^2 - \dots\dots) = (4a^2 - \dots\dots)(\dots\dots\dots\dots)$

ESERCIZI SCOMPOSIZIONE PARZIALE

Scomponi i seguenti polinomi.

54 $3x + 3 + x^2 + x$

55 $2x + 2 - 3x^2 - 3x$

56 $x^3 + x^2 + x + 1$

57 $a^3 - 2a^2 + a - 2$

58 $x^6 + x^4 + x^2 + 1$

59 $t^5 - 5t^4 + t - 5$

60 $ax + x + a + 1$

61 $a^3 + 2a^2 - a - 2$

62 $2x^5 + 4x^3 + 3x^2 + 6$

63 $-2bx + ax - 4b + 2a$

64 $x^5 - x^3 + 2x^2 - 2$

65 $2a^3 + a^2b + 2ab^2 + b^3$

66 $3x^2 + xy - 6xz - 2yz$

67 $4a^2 + 6ab + 6a + 9b$

68 $x^3y^3 - x^2y^2 + 2xy - 2$

Mathematica ML

Somma per differenza

Definizione

Definizione:

La somma di due monomi per la loro differenza è uguale al quadrato del primo termine meno il quadrato del secondo termine.

$$(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$$

Definizione

Infattti, se si effettua il prodotto senza applicare la regola si ottiene:

$$\left(a+b\right)\cdot\left(a-b\right)=$$

e semplificando i monomi simili:

$$=a^2-\cancel{ab}+\cancel{ab}-b^2=$$

$$=a^2-b^2$$

Significato algebrico

$$(a+b)\,(a-b) =$$

$$= a^2 - \cancel{ab} + \cancel{ab} - b^2 =$$

$$= a^2 - b^2$$

Mathematica ML

Esempio

se si effettua il prodotto applicando la regola

$$(2a+3b)\cdot(2a-3b)=$$

$$=(2a)^2-(3b)^2 = \quad 4a^2-9b^2$$

$$\left(\frac{1}{2}m-\frac{3}{5}n\right)\cdot\left(\frac{1}{2}m+\frac{3}{5}n\right)=\left(\frac{1}{2}m\right)^2-\left(\frac{3}{5}n\right)^2=\frac{1}{4}m^2-\frac{9}{25}n^2$$

Somma per differenza: la regola

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

Il prodotto della somma di due termini per la loro differenza è uguale al quadrato del primo termine <u>meno</u> il quadrato del secondo termine

Test di verifica

VERO o FALSO?

$$(3x+y)\cdot(3x-y)= 9x^2-y^2$$ **VERO**

$$(5x^2+y)\cdot(5x^2-y)= 25x^4-y^2$$ **VERO**

$$(2m-3n^2)\cdot(2m+3n^2)= 4m^2 \cancel{+} 9n^4$$ **FALSO**

$$\left(\frac{1}{2}a-4b\right)\cdot\left(\frac{1}{2}a+4b\right)= \frac{1}{4}a^2-\cancel{8}b^2$$ **FALSO**

Verifica

Risolvi i seguenti esercizi:

1°: $$\left(5a^2+3ab\right)\cdot\left(5a^2-3ab\right)=$$

2°: $$\left(\frac{1}{3}x^3+2x^2y\right)\cdot\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2y\right)=$$

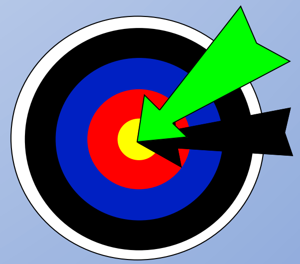
3°: $$\left(1+3m\right)\cdot\left(1-3m\right)=$$

I risultati sono:

1°: $25a^4 - 9a^2b^2$

2°: $\frac{1}{9}x^6 - 4x^4y^2$

3°: $1 - 9m^2$



Mathematica ML

Somma per differenza: esempi

$(2a+b)\ (2a-b) = (2a)^2 - (b)^2 = 4a^2 - b^2$

$(2a - 5b)\ (2a + 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

$(3a+2b)\ (3a-2b) = (3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2$

$(-a +2b)\ (-a - 2b) = (-3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2$

$(4a + b)\ (- 4a + b) = (b)^2 - (4a)^2 = b^2 - 16a^2$

$(-3b+2a)\ (+3b+2a) = (2a)^2 - (3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

$$\left(\frac{1}{3}x+\frac{5}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}x-\frac{5}{2}y\right)=\left(\frac{1}{3}x\right)^2-\left(\frac{5}{2}y\right)^2=\frac{1}{9}x^2-\frac{25}{4}y^2$$

Somma per differenza: esercizi

1. $(2a + 7)(2a - 7)=$ $\quad 4a^2 - 49$
2. $(3a - 4b)(3a+ 4b) =$ $\quad 9a^2 - 16b^2$
3. $(-2x - 3y)(-2x+3y) =$ $\quad 4x^2 - 9y^2$
4. $(a^2 + 3b)(a^2 - 3b) =$ $\quad a^4 - 9b^2$
5. $(5a - 3b)(5a+ 3b) =$ $\quad 25a^2 - 9b^2$
6. $(5a^2+2b^2)(5a^2 -2b^2) =$ $\quad 25a^4 - 4b^4$
7. $(-3a^3+2b^2)(-3a^3-2b^2) =$ $\quad 9a^6 - 4b^4$
8. $(2a + 3b)(-2a + 3b) =$ $\quad 9b^2 - 4a^2$
9. $(7xy - 2x)(-7xy - 2x) =$ $\quad 4x^2 - 49x^2y^2$

Somma per differenza: esercizi

$$\left(\frac{1}{2}a+3b\right)\left(\frac{1}{2}a-3b\right)= \quad \frac{1}{4}a^2-9b^2$$

$$\left(\frac{3}{2}a-3b\right)\left(\frac{3}{2}a+3b\right)= \quad \frac{9}{4}a^2-9b^2$$

$$\left(\frac{3}{2}a+\frac{1}{5}b\right)\left(-\frac{3}{2}a+\frac{1}{5}b\right)= \frac{1}{25}b^2-\frac{9}{4}a^2$$

$$\left(-\frac{3}{5}a+\frac{1}{5}b\right)\left(-\frac{3}{5}a-\frac{1}{5}b\right)= \frac{9}{25}a^2-\frac{1}{25}b^2$$

Esegui le seguenti moltiplicazioni, utilizzando il prodotto notevole della somma di due monomi per la loro differenza.

188	$(5x-1)(5x+1)$	$(7+x)(7-x)$	
189	$(8+a)(8-a)$	$(3x-5)(3x+5)$	$[64-a^2; 9x^2-25]$
190	$\left(\frac{3}{2}x-1\right)\left(\frac{3}{2}x+1\right)$	$\left(5-\frac{x}{3}\right)\left(5+\frac{x}{3}\right)$	
191	$\left(\frac{3}{5}x-2\right)\left(\frac{3}{5}x+2\right)$	$\left(6-\frac{a}{2}\right)\left(6+\frac{a}{2}\right)$	$\left[\frac{9}{25}x^2-4; 36-\frac{a^2}{4}\right]$
192	$(3a-4b)(3a+4b)$	$(2x-y)(2x+y)$	
193	$(a-2)(a+2)$	$(3x-2)(3x+2)$	$[a^2-4; 9x^2-4]$
194	$(a^3-1)(a^3+1)$	$(x^4+x^2)(x^2-x^4)$	
195	$(xy+1)(1-xy)$	$(t^2+1)(t^2-1)$	$[1-x^2y^2; t^4-1]$
196	$(-p^2-q^3)(-p^2+q^3)$	$(a^2b^3-3)(a^2b^3+3)$	
197	$(-3b-5)(5-3b)$	$(m^2-n^3)(m^2+n^3)$	$[9b^2-25; m^4-n^6]$
198	$\left(\frac{1}{2}a-b\right)\left(\frac{1}{2}a+b\right)$	$\left(\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}y\right)\left(\frac{2}{3}x-\frac{3}{2}y\right)$	
199	$(r^2s-1)(r^2s+1)$	$(4a^5-1)(4a^5+1)$	$[r^4s^2-1; 16a^{10}-1]$
200	$(-3xy-z)(3xy-z)$	$(m^4+5n^3)(m^4-5n^3)$	
201	$\left(\frac{1}{7}x^2y-z\right)\left(\frac{1}{7}x^2y+z\right)$	$\left(\frac{1}{3}a^5-\frac{1}{2}a^2\right)\left(\frac{1}{3}a^5+\frac{1}{2}a^2\right)$	$\left[\frac{1}{49}x^4y^2-z^2; \frac{1}{9}a^{10}-\frac{1}{4}a^4\right]$
202	$(-5x^3-1)(-5x^3+1)$	$(6s^4-s^2)(6s^4+s^2)$	

Mathematica ML

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, ovunque possibile, il prodotto notevole della somma di due monomi per la loro differenza.

227 $(2-x)(2+x)+(x-5)(x+5)$ $[-21]$

228 $(3a-1)(3a+1)+(2-3a)(2+3a)$ $[3]$

229 $(4x-2)(4x+2)-(4x-4)(4x+1)$ $[12x]$

230 $(5+x)(5-x)+(x-5)(x+1)$ $[20-4x]$

231 $(2a^3-3)(2a^3+3)+(-2a^2)^2(-a^2)$ $[-9]$

232 $(x-x^3)(x+x^3)-(x-1)(x-2)+(x^2)^3$ $[3x-2]$

233 $(-a-2)(-a+2)+(1-a)(4+a)$ $[-3a]$

234 $(a-1)(a+1)(a^2+1)-(a-2)(a+2)(a^2+4)$ $[15]$

235 $2x^2(x^2-1)-(2x^2-1)(2x^2+1)+2(x^2+x)(x^2-x)$ $[1-4x^2]$

236 $(2a+b)(b-2a)-(a-3b)(a+3b)$ $[10b^2-5a^2]$

237 $(x+y)(x-y)(x^2+y^2)+x^2(y^2-x^2)-y^2(x^2+y^2)$ $[-2y^4]$

238 $(2a+3b)(2a-3b)+(a+2b)(3a-b)-5a(b+a)$ $[2a^2-11b^2]$

239 $(2a-3b)(2a+3b)+(-a-2b)(-a+2b)$ $[5a^2-13b^2]$

240 $(x^3-1)(x^3+1)(x^6+1)+(2-x^6)(2+x^6)$ $[3]$

Quadrato di un Binomio

Quadrato di un Binomio

Definizione:

- ***Il quadrato di un binomio è uguale al***
  - ***quadrato del primo monomio,***
  - ***più o meno il doppio prodotto del primo per il secondo,***
  - ***più il quadrato del secondo.***

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

Significato algebrico

$$(a+b)^2 = (a+b)\,(a+b) =$$

$$= a^2+\underline{ab}+\underline{ab}+b^2 =$$

sommiamo

$$= a^2+2ab+b^2$$

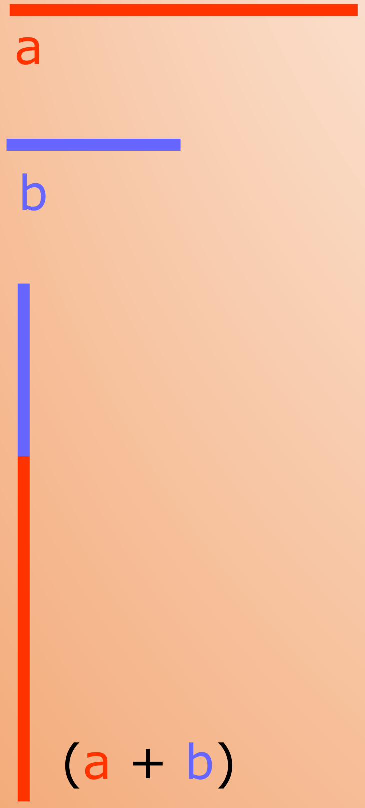
Quadrato di binomio: La regola

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

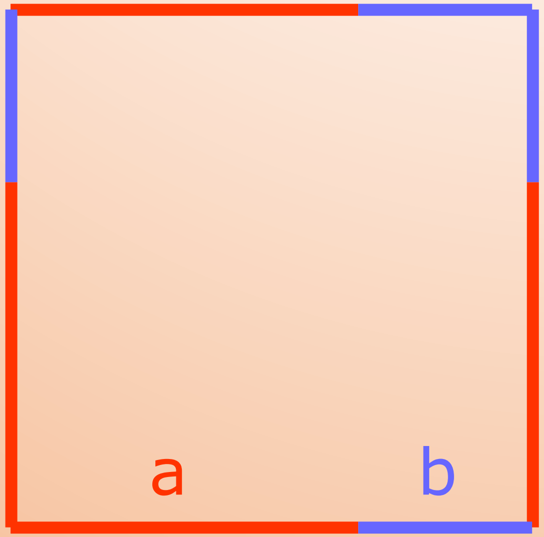
Il quadrato di un binomio è un trinomio avente per termini:

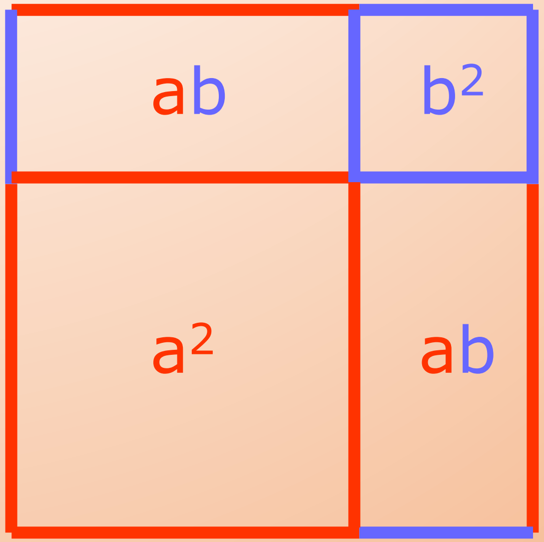
- il quadrato del 1° termine
- il doppio prodotto del 1° termine per il 2°termine
- il quadrato del 2° termine

Quadrato di binomio: *significato geometrico*



$$(a + b)^2 = a^2 + 2\,ab + b^2$$





Infatti, se si esegue la moltiplicazione senza applicare la regola si ottiene:

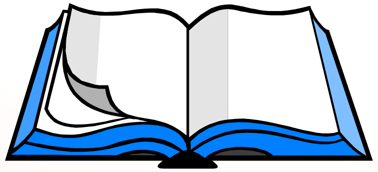
$$(a+b)^2 = (a+b)\cdot(a+b) = a^2 + \underline{ab} + \underline{ab} + b^2 =$$

$$= a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = (a-b)\cdot(a-b) = a^2 - \underline{ab} - \underline{ab} + b^2 =$$

$$= a^2 - 2ab + b^2$$

Esempi:



$$(x+2y)^2 = x^2 + 2\cdot x\cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$\left(\frac{1}{2}-m\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cancel{2}\cdot\frac{1}{\cancel{2}}(-m) + (-m)^2 = \frac{1}{4} - m + m^2$$

Mathematica ML

Esempio

$$(2a+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$$

$$(x-3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$(m^2+n)^2 = m^4 - 2m^2n + n^2$$

Test di Verifica

VERO o FALSO ?

$$\left(2m+3n\right)^2=4m^2+\overset{12}{\cancel{6}}mn+9n^2$$

FALSO

$$\left(\frac{1}{2}x-y^2\right)^2=\frac{1}{4}x^2-xy^2+y^4$$

VERO

Quadrato di binomio: *esempi*

$(2a+b)^2 = (2a)^2+2(2a)(+b)+(+b)^2 = 4a^2 + 4ab + b^2$

$(2a - b)^2 = (2a)^2+2(2a)(-b)+(-b)^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

$(3a+2b)^2 = (3a)^2 +2(3a)(+2b) +(+2b)^2 = 9a^2 +12ab +4b^2$

$(3a -2b)^2 = (3a)^2 +2(3a)(-2b) +(-2b)^2 = 9a^2 - 12ab +4b^2$

$(-3a -2b)^2 = (-3a)^2 +2(-3a)(-2b)+(-2b)^2 = 9a^2 +12ab +4b^2$

$(-3a+2b)^2 = (-3a)^2 +2(-3a)(+2b)+(+2b)^2 = 9a^2 -12ab+4b^2$

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{5}{2}y\right) = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 + 2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\pm\frac{5}{2}y\right) + \left(+\frac{5}{2}y\right)^2 = \frac{1}{9}x^2 \pm \frac{5}{3}xy + \frac{25}{4}y^2$$

Quadrato di binomio: esercizi

1. $(3a + 5)^2 =$ $9a^2 + 30\,a + 25$
2. $(2a - 3b)^2 =$ $4a^2 - 12\,ab + 9b^2$
3. $(-2a - 3b)^2 =$ $4a^2 + 12\,ab + 9b^2$
4. $(x^2 + 3y)^2 =$ $x^4 + 6\,x^2y + 9y^2$
5. $(5x - 3y)^2 =$ $25x^2 - 30xy + 9y^2$
6. $(5a^2 + 2b^2)^2 =$ $25a^4 + 20\,a^2b^2 + 4b^4$
7. $(-3x^3 - 2y^2)^2 =$ $9x^6 + 12\,x^3y^2 + 4y^4$
8. $(2xy - 3y)^2 =$ $4x^2y^2 - 12\,xy^2 + 9y^2$
9. $(7ab - 2a)^2 =$ $49a^2b^2 - 28\,a^2b + 4a^2$

Quadrato di binomio: esercizi

$$\left(\frac{1}{2}a+3b\right)^2 = \frac{1}{4}a^2+3ab+9b^2$$

$$\left(\frac{3}{2}a-\frac{1}{5}b\right)^2 = \frac{9}{4}a^2-9ab+9b^2$$

$$\left(\frac{3}{2}a-3b\right)^2 = \frac{9}{4}a^2-\frac{3}{5}ab+\frac{1}{25}b^2$$

$$\left(\frac{3}{5}a+\frac{1}{5}b\right)^2 = \frac{9}{25}a^2+\frac{6}{25}ab+\frac{1}{25}b^2$$

$$\left(\frac{5}{3}a-\frac{1}{3}b\right)^2 = \frac{25}{9}a^2-\frac{10}{9}ab+\frac{1}{9}b^2$$

$$\left(\frac{1}{3}a-\frac{1}{3}ab\right)^2 = \frac{1}{9}a^2-\frac{2}{9}a^2b+\frac{1}{9}a^2b^2$$

$$\left(\frac{2}{3}a^2-\frac{1}{2}b^2\right)^2 = \frac{4}{9}a^4-\frac{2}{3}a^2b^2+\frac{1}{4}b^4$$

Mathematica

Calcola i seguenti quadrati di binomi.

249 $(t-7)^2$ $\quad$ $(y+4)^2$

250 $(3a+b)^2$ $\quad$ $(3a-2)^2$ $\quad$ $[9a^2+6ab+b^2;\ 9a^2-12a+4]$

251 $(5t-10)^2$ $\quad$ $(4-3y)^2$

252 $(-a-8)^2$ $\quad$ $(2a^2-3)^2$ $\quad$ $[a^2+16a+64;\ 4a^4-12a^2+9]$

253 $(a-3b)^2$ $\quad$ $(2x+5y)^2$

254 $(2x-1)^2$ $\quad$ $(y-3)^2$ $\quad$ $[4x^2-4x+1;\ y^2-6y+9]$

255 $(x-2y^2)^2$ $\quad$ $(ab+4)^2$

256 $(5-x)^2$ $\quad$ $(x^2+1)^2$ $\quad$ $[25-10x+x^2;\ x^4+2x^2+1]$

257 $(-xy+1)^2$ $\quad$ $(a^2-b^2)^2$

258 $(-5a-b)^2$ $\quad$ $(-x+3)^2$ $\quad$ $[25a^2+10ab+b^2;\ x^2-6x+9]$

259 $\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}a-\frac{3}{2}b\right)^2$

260 $\left(\frac{1}{2}a-b^2\right)^2$ $\quad$ $\left(-2a-\frac{5}{6}b\right)^2$ $\quad$ $\left[\frac{1}{4}a^2-ab^2+b^4;\ 4a^2+\frac{10}{3}ab+\frac{25}{36}b^2\right]$

261 $\left(\frac{1}{3}m^2-\frac{1}{2}n^3\right)^2$ $\quad$ $\left(\frac{1}{2}ab^2-a^2b\right)^2$

262 $(x^5-y^3)^2$ $\quad$ $(a^2b^3-2a^3b^2)^2$ $\quad$ $[x^{10}-2x^5y^3+y^6;\ a^4b^6-4a^5b^5+4a^6b^4]$

263 $(-4x^2+y^4)^2$ $\quad$ $(-2x^3y-xy^2)^2$

264 $(0,5x^2-y^3)^2$ $\quad$ $\left(\frac{1}{3}x^2-9x\right)^2$ $\quad$ $\left[\frac{1}{4}x^4-x^2y^3+y^6;\ \frac{1}{9}x^4-6x^3+81x^2\right]$

265 $(8x^2-4^{-1})^2$ $\quad$ $(a^{2x}-3b^y)^2$

266 $(1{,}5x-0{,}5y)^2$ $\quad$ $(0{,}5a^2+0{,}\overline{3}b^4)^2$ $\quad$ $\left[\frac{9}{4}x^2-\frac{3}{2}xy+\frac{1}{4}y^2;\ \frac{1}{4}a^4+\frac{1}{3}a^2b^4+\frac{1}{9}b^8\right]$

Semplifica le seguenti espressioni utilizzando, ovunque possibile, i prodotti notevoli.

298 $(x-1)^2-(x-1)(x+1)-2$ $[-2x]$

299 $(2-3a)^2-(2+3a)^2$ $[-24a]$

300 $(3a+1)^2-(3a-1)(3a+1)-2$ $[6a]$

301 $(2x+3)^2-(2x-3)^2$ $[24x]$

302 $(5x-2)^2+(5x+2)^2-2(5x-1)(5x+1)$ $[10]$

303 $(3+4a)(3-4a)-(3+4a)^2+32a^2$ $[-24a]$

304 $\left(\frac{x}{2}-3\right)\left(\frac{x}{2}+3\right)+\frac{1}{4}x(3x-16)-(2-x)^2$ $[-13]$

305 $\left(\frac{a}{2}-2\right)^2+\frac{1}{4}a(3a+8)-(2-a)(2+a)$ $[2a^2]$

306 $(a+2b)^2-(a-2b)^2+(4ab+1)^2-(4ab+1)(4ab-1)$ $[16ab+2]$

307 $(x+1)^2-(x+2)^2+(x-1)(x+1)(x^2-1)+(x^2-1)(-x^2+1)$ $[-2x-3]$

308 Rapido $(x-2y)(-2y+x)+(x-2y)(-x+2y)$ $[0]$

309 $(a-3b)(-a-3b)+(a-3b)(a+3b)+(a-3b)(3b-a)+a^2+9b^2$ $[6ab]$

310 $(x+2y)(2y+x)+(-x-2y)^2+(2x-y)(-2x+y)+2x(x-6y)$ $[7y^2]$

311 $\left(\frac{1}{2}x-1\right)^2+\left(\frac{1}{2}x-1\right)\left(\frac{1}{2}x+1\right)+\left(\frac{1}{2}x+1\right)^2+\left(-\frac{1}{2}x-1\right)\left(-\frac{1}{2}x+1\right)$ $[x^2]$

312 $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}y\right)\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y\right)+\left(\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}y\right)^2-\frac{1}{2}x^2$ $\left[\frac{1}{4}xy\right]$

Mathematica

Cubo di un Binomio

Cubo di binomio: significato algebrico

$$(a+b)^3 = (a+b)^2\,(a+b) =$$

$$= (a^2+2ab+b^2)\,(a+b) =$$

$$= a^3+a^2b+2a^2b+2ab^2+ab^2+b^3=$$

$$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

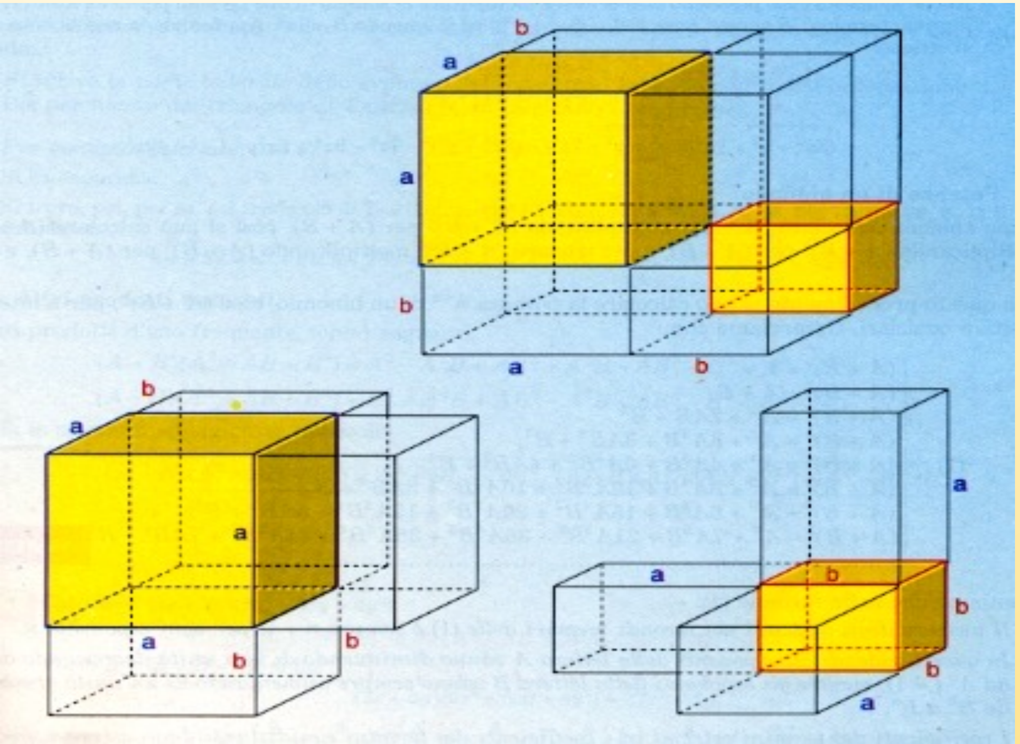
La regola

$$(a+b)^3 = \underline{a^3} + \underline{3a^2b} + \underline{3ab^2} + \underline{b^3}$$

Il cubo di un binomio è un quadrinomio avente per termini:

- il cubo del 1° termine
- il triplo prodotto del quadrato del 1° termine per il 2° termine
- il triplo prodotto del 1° termine per il quadrato del 2° termine
- il cubo del 2° termine

Cubo di binomio: significato geometrico



$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Cubo di binomio: esempi

$(2a+b)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(+b) + 3(2a)(+b)^2 + (+b)^3 =$

$= 8a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + b^3$

$(2a - b)^3 = (2a)^3 + 3(2a)^2(-b) + 3(2a)(-b)^2 + (-b)^3 =$

$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3$

$(-3a - 2b)^3 = (-3a)^3 + 3(-3a)^2(-2b) + 3(-3a)(-2b)^2 + (-2b)^3 =$

$= -27a^3 - 54a^2b - 36ab^2 - b^3$

$(-3a + 2b)^3 = (-3a)^3 + 3(-3a)^2(+2b) + 3(-3a)(+2b)^2 + (+2b)^3$

$= -27a^3 + 54a^2b - 36ab^2 + b^3$

$$\left(\frac{1}{3}a+\frac{5}{2}b\right)^3 = \left(\frac{1}{3}a\right)^3 + 3\left(\frac{1}{3}a\right)^2\left(+\frac{5}{2}b\right) + 3\left(\frac{1}{3}a\right)\left(+\frac{5}{2}b\right)^2 + \left(\frac{5}{2}b\right)^3 = \frac{1}{27}a^3 + \frac{5}{6}a^2b + \frac{25}{4}ab^2 + \frac{25}{4}b^3$$

Cubo di binomio: esercizi

$(2a + 1)^3 = 8a^3+12a^2+6a+1$

$(a - 3b)^3 = 8a^3-36a^2 b+54ab^2 -27b^3$

$(3a - b)^3 = 27a^3-27a^2b+6ab^2-b^3$

$(a^2 + 2b^2)^3 = a^6+6a^4 b^2+12a^2b^4+8b^6$

$(-2x - 3y)^3 = -8x^3-36x^2y-54xy^2-27y^3$

$(3a^3 - 2b^2)^3 = 27a^9-54a^6b^2+36a^3b^4-8b^6$

$(a^2 + 3b)^3 = a^6+9a^4 b+27a^2b^2+27b^3$

$(2ab - 3b)^3 = 8a^2b^2-36a^2 b^3+54ab^3-27b^3$

Cubo di binomio: esercizi

$$\left(\frac{1}{2}a+3b\right)^3 = \frac{1}{8}a^3+\frac{9}{4}a^2b+\frac{27}{2}ab^2+27b^3$$

$$\left(\frac{3}{2}a-3b\right)^3 = \frac{27}{8}a^3-\frac{81}{4}a^2b+\frac{81}{2}ab^2-27b^3$$

$$\left(\frac{3}{2}a-\frac{1}{3}b\right)^3 = \frac{27}{8}a^3-\frac{9}{4}a^2b+\frac{1}{2}ab^2-\frac{1}{27}b^3$$

$$\left(\frac{1}{5}a+\frac{1}{3}b\right)^3 = \frac{1}{125}a^3+\frac{1}{25}a^2b+\frac{1}{15}ab^2+\frac{1}{27}b^3$$

$$\left(\frac{2}{3}a-\frac{1}{3}b\right)^3 = \frac{8}{27}a^3-\frac{4}{9}a^2b+\frac{2}{9}ab^2-\frac{1}{27}b^3$$

$$\left(\frac{1}{3}a-ab\right)^3 = \frac{1}{27}a^3-\frac{1}{3}a^3b+a^3b^2-a^3b^3$$

$$\left(\frac{1}{3}a^2-\frac{1}{2}b^2\right)^3 = \frac{1}{27}a^6-\frac{1}{6}a^4b^2+\frac{1}{4}a^2b^2-\frac{1}{8}b^6$$

Mathematica

Quadrato di un Trinomio

Quadrato di Trinomio: significato algebrico

$$(a+b+c)^2 = (a+b+c)\,(a+b+c) =$$

$$= a^2+\underline{ab}+ac+\underline{ab}+b^2+bc+ac+bc+c^2 =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

Mathematica ML

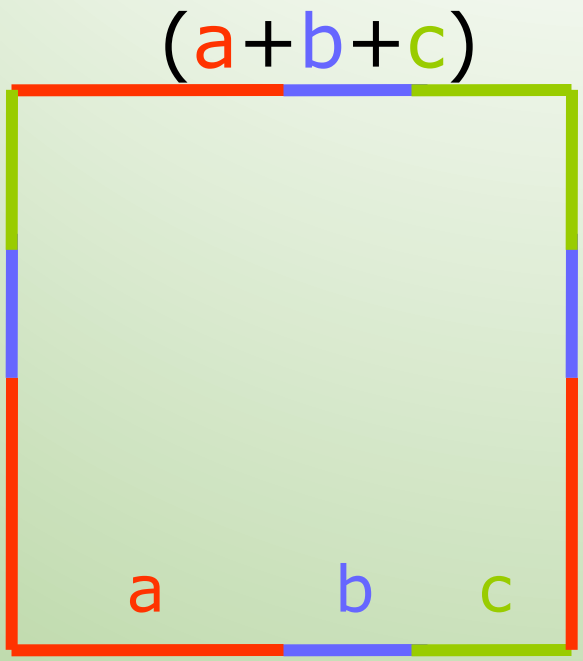
Quadrato di trinomio: la regola

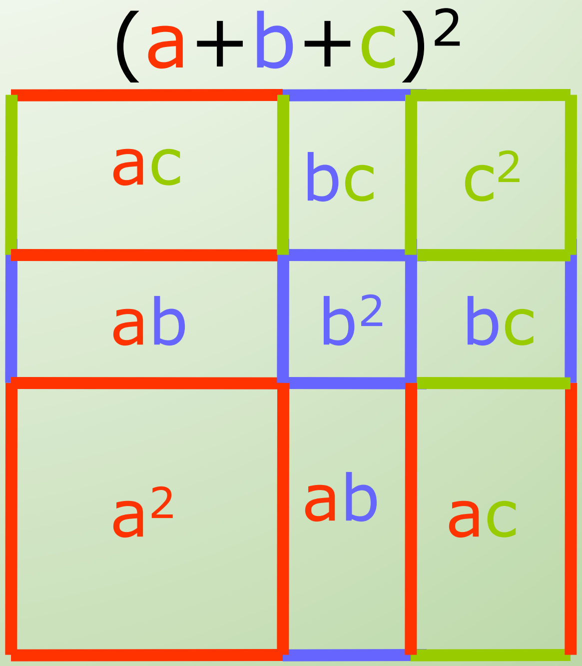
$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

Il quadrato di un polinomio di un numero qualsiasi di termini è un polinomio avente per termini:

- il quadrato di tutti i termini
- il doppio prodotto (con il relativo segno) di ciascun termine per tutti quelli che lo seguono

Quadrato di trinomio: significato geometrico





$$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$

Quadrato di trinomio: esempi

$(2a + b + 3c)^2 =$

$=(2a)^2+(+b)^2+(+3c)^2+2(2a)(+b)+2(2a)(+3c)+2(+b)(+3c)$

$= 4a^2 + b^2 + 9c^2 + 4ab + 12ac + 12bc$

$(2a - b - c)^2 =$

$= (2a)^2+(-b)^2+(-c)^2+2(2a)(-b)+2(2a)(-c)+2(-b)(-c)=$

$= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab - 4ac + 2bc$

$(-3a - 2b + c)^2 =$

$=(-3a)^2+(-2b)^2+(+c)^2+2(-3a)(-2b)+2(-3a)(+c)+2(-2b)(+c)$

$= 9a^2 + 4b^2 + c^2 + 12ab - 6ac - 4bc$

$$\left(\frac{1}{3}x \pm \frac{5}{2}y \pm 1\right)^2 = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 + \left(\pm\frac{5}{2}y\right)^2 + (\pm 1)^2 + 2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\pm\frac{5}{2}y\right) + 2\left(\frac{1}{3}x\right)(\pm 1) + 2\left(\pm\frac{5}{2}y\right)(\pm 1) =$$

$$\frac{1}{9}x^2 + \frac{25}{4}y^2 + 1 \pm \frac{5}{3}xy \pm \frac{2}{3}x \pm 5y$$

Quadrato di trinomio: esercizi

1. $(2a + 2b + 7)^2 =$ $4a^2+4b^2+49+8ab+24a+24b$
2. $(3a - 4b - 2c)^2 =$ $9a^2+16b^2+4c^2-24ab-12ac+16bc$
3. $(-2x - 3y + 1)^2 =$ $4x^2+9y^2+1+12\,xy - 4x - 6y$
4. $(a^2 + 3b - c)^2 =$ $a^4+9b^2+c^2 + 6a^2b - 2a^2c - 6bc$
5. $(5a + 2b + c)^2 =$ $25a^2+4b^2+c^2 +20ab+10ac+4bc$
6. $(-3a^3+2b^2+1)^2 =$ $9a^6 +4b^4+1 - 12a^3b^2- 6a^3+4b^2$
7. $(2ab - 3b - 2)^2 =$ $4a^2b^2 +9b^2+4-12ab^2-8ab+12b$
8. $(7xy - 2x - 1)^2 =$ $49x^2y^2+4x^2+1- 28\,x^2y -14xy+4x$

Mathematica ML

Calcola i seguenti quadrati di trinomi.

320 $(a-b+c)^2$ $\quad$ $(a-b-c)^2$

321 $(2a-b+c)^2$ $\quad$ $(a+b-1)^2$ $\quad$ $[4a^2+b^2+c^2-4ab+4ac-2bc;\, a^2+b^2+1+2ab-2a-2b]$

322 $(x-y-2)^2$ $\quad$ $(x^2-x+1)^2$

323 $(a^3-a^2+a)^2$ $\quad$ $(-x+y-3z)^2$ $\quad$ $[a^6-2a^5+3a^4-2a^3+a^2;\, x^2+y^2+9z^2-2xy+6xz-6yz]$

324 $\left(\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}y+2\right)^2$ $\quad$ $\left(x-\frac{1}{2}y-1\right)^2$

325 $(x^4-2x^2-1)^2$ $\quad$ $(x-y^2-2)^2$ $\quad$ $[x^8-4x^6+2x^4+4x^2+1;\, x^2+y^4+4-2xy^2-4x+4y^2]$

326 $(x^2-y^3-2)^2$ $\quad$ $(-5a-b+2)^2$

327 $\left(a-\frac{1}{2}b-c\right)^2$ $\quad$ $\left(2a+b+\frac{c^2}{2}\right)^2$ $\quad$ $\left[a^2+\frac{1}{4}b^2+c^2-ab-2ac+bc;\, 4a^2+b^2+\frac{c^4}{4}+4ab+2ac^2+bc^2\right]$

328 $(a-2b^2-1)^2$ $\quad$ $(-x^2-y^4+3)^2$

329 $(2x-3y^3-5)^2$ $\quad$ $(-2t-3r+2)^2$ $\quad$ $[4x^2-12xy^3-20x+9y^6+30y^3+25;\, 9r^2+4t^2+12rt-12r-8t+4]$

330 $(3x-0,\overline{3}y-1)^2$ $\quad$ $(4a^2-0,25\,b-1)^2$

Trinomio particolare $x^2 + px + s$

Se un trinomio del tipo: $x^2 + px + s$

- Il coefficiente di grado massimo è =1
- Non consente raccogliemto
- Non è il quadrato di un binomio

Allora, Trattasi di UN TRINOMIO PARTICOLARE

Vediamo come riconoscerlo.

Trinomio particolare $x^2 + sx + p$

$$x^2 + sx + p$$

Il coefficiente del primo termine può essere espresso come somma di due numeri $a; b$

$$s = a + b$$

Il termine noto può essere espresso come prodotto di due numeri $a; b$

$$p = a \cdot b$$

Il trinomio si scompone $x^2 + sx + p = (x + a)(x + b)$

Trinomio particolare $x^2 + px + s$

Andiamo a sostituire nel trinomio

Ricordando che : $s = a + b$

$p = a \cdot b$

$$x^2 + sx + p = x^2 + (a + b)x + (a \cdot b) =$$

$$= x^2 + ax + bx + ab = x(x + a) + b(x + a) = (x + b)(x + a)$$

Bisogna trovare due numeri il cui prodotto = p e la cui somma = s

Esempio

$s = 8$

$p = 12$

$$x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 8)$$

Il prodotto p=12

Corrispondente Somma s

1	12	1+12=13
-1	-12	-1-12=-13
2	6	2+6=8
-2	-6	-2-6=-8
3	4	3+4=7
-3	-4	-3-4=-7

Mathematica ML

Trinomio particolare. Esercizi

Completa le seguenti scomposizioni, individuando il secondo fattore della fattorizzazione.

269 $x^2+10x+9=(x+1)(x+\ldots)$ $\quad x^2+9x+18=(x+3)(x+\ldots)$ $\quad x^2-8x+15=(x-3)(x-\ldots)$

270 $x^2-8x+12=(x-2)(x-\ldots)$ $\quad x^2-2x-15=(x+3)(x-\ldots)$ $\quad x^2+5x-14=(x-2)(x+\ldots)$

Trinomio particolare

Scomponi i seguenti trinomi di secondo grado.

272 x^2+5x+4 $\quad a^2-3a-4$

273 x^2-6x+5 $\quad y^2-7y+10$

274 $b^2-11b+10$ $\quad x^2-x-6$

275 x^2+x-30 $\quad a^2+a-12$

276 b^2+2b-8 $\quad x^2-9x-22$

277 y^2+4y-5 $\quad x^2+2x-15$

278 $a^2-3a-10$ $\quad b^2+3b-18$

279 $t^2+15t+50$ $\quad t^2-10t+24$

280 $x^2+9x+20$ $\quad x^2-14x+24$

281 $t^2-13t+30$ $\quad x^2-8x-20$

282 $x^2-3x-18$ $\quad t^2+9t-10$

283 a^2-a-12 $\quad x^2+x-30$

284 t^2+t-20 $\quad x^2-3x-28$

285 $y^2-4y-21$ $\quad t^2-2t-24$

286 x^2-5x-6 $\quad y^2-9y+8$

287 $a^2+5a-50$ $\quad x^2-7x-30$

Scomposizione mediante la regola di Ruffini

Zeri di un Polinomio

ZERI INTERI DI UN POLINOMIO A COEFFICIENTI INTERI
Gli eventuali zeri interi(non nulli) di un polinomio a coefficienti interi, sono da ricercare fra i divisori, positivi o negativi, del termine noto del polinomio

Esempio:

$$P(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

Dovendo essere divisori, positivi o negativi, del temine noto +3, possono essere soltanto: $\pm 1 \;\; o \;\; \pm 3$

Per verificare se qualcuno di questi zeri potenziali è effettivamente uno zero si procede direttamente per sostituzione; si verifica che

$P(1) = 0$ $\quad$ $P(-1) = 8$ $\quad$ $P(3) = 24$ $\quad$ $P(-3) = 0$

In conclusione, dunque, ci sono due zeri interi: 1 e -3

Zeri di un Polinomio

Esempio:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

Il termine noto è +2, quindi i divisori di +2 sono $\pm 1 \;\; o \;\; \pm 2$

$P(1) = 0$ $\qquad$ $P(-1) = 4$

1 è uno zero del polinomio

$P(x) = x^3 - 3x + 2$ è divisibile per $(x - 1)$

Mathematica

Regola di Ruffini

$$P(x) = x^3 - 3x + 2 \qquad\qquad (x-1)$$

$(x^3 + \quad 0x^2. \; -3x. \quad +2)$

	1	0	-3	2
1				

Scendo 1

	1	0	-3	2
1		1		
	1			

$1 \cdot 1 = 1$

Riporto
sopra

	1	0	-3	2
1		1		
	1	1		

somma
0+1=1

Mathematica

Regola di Ruffini

	1	0	-3	2
1		1	1	
	1	1		

$1 \cdot 1 = 1$

Riporto sopra

	1	0	-3	2
1		1	1	
	1	1	-2	

Riporto sopra

$-3 + 1 = -2$

sommo

	1	0	-3	2
1		1	1	-2
	1	1	-2	

$-2 \cdot 1 = -2$

Riporto sopra

Mathematica

Regola di Ruffini

P(x)= Polinomio

$$P(x) = (x^3 + \quad 0x^2. -3x \quad + 2)$$

	1	0	-3	2
1	↓	1	-1	-2
	1	1	-2	0

$x^2 \quad x \quad -2$

ZdP= Zero del polinomio

Q(x)= Polinomio residuo

sommo

$2+(-2) = 0$

$$P(x) = Q(x) \cdot (x - ZdP)$$

$$P(x) = Q(x) \cdot (x - 1)$$

$$x^3 - 3x + 2 = (x^2 + x - 2) \cdot (x - 1)$$

Esercizi: Regola di Ruffini

Scomponi i seguenti polinomi, dopo averne determinato qualche zero.

298	$3x^2 - 2x - 8$	$[(x-2)(3x+4)]$
299	$3a^2 + 5a - 8$	$[(a-1)(3a+8)]$
300	$4t^2 - t - 3$	$[(t-1)(4t+3)]$
301	$2x^2 + 3x - 5$	$[(x-1)(2x+5)]$
302	$2a^2 + a - 3$	$[(a-1)(2a+3)]$
303	$5x^2 - x - 4$	$[(x-1)(5x+4)]$
304	$3a^2 - a - 10$	$[(a-2)(3a+5)]$
305	$2t^2 - 7t + 6$	$[(t-2)(2t-3)]$
306	$x^3 - x^2 - 5x - 3$	$[(x-3)(x+1)^2]$
307	$x^3 + x - 2$	$[(x-1)(x^2+x+2)]$
308	$a^3 - a^2 - 8a + 12$	$[(a+3)(a-2)^2]$
309	$t^3 + 2t^2 - 3$	$[(t-1)(t^2+3t+3)]$
310	$x^3 - 7x^2 + 15x - 9$	$[(x-1)(x-3)^2]$
311	$t^3 + 2t^2 - 5t - 6$	$[(t+1)(t-2)(t+3)]$
312	$t^3 + 4t^2 - 7t - 10$	$[(t+1)(t-2)(t+5)]$
313	$t^3 + 5t^2 + 8t + 4$	$[(t+2)^2(t+1)]$
314	$t^3 - t^2 - 8t + 12$	$[(t-2)^2(t+3)]$

Mathematica ML

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

Per determinare il *M.C.D.* fra due o più polinomi:

- si scompongono i polinomi in fattori,
- si scrive il prodotto dei soli fattori comuni con l’esponente più piccolo con cui compaiono.

Per determinare il *m.c.m.* fra due o più polinomi:

- si scompongono i polinomi in fattori,
- si scrive il prodotto dei fattori comuni e non comuni con l’esponente più grande con cui compaiono.

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

ESEMPIO

Dati i seguenti polinomi, calcoliamo *M.C.D.* e *m.c.m.*:

$8x^2 + 16xy + 8y^2$ $\quad$ $4x^4 - 4x^2y^2$ $\quad$ $12x^2 + 12xy$

Scomponiamo in fattori i tre polinomi:

- $8x^2 + 16xy + 8y^2 = 8(x^2 + 2xy + y^2) = \mathbf{8(x + y)^2}$
- $4x^4 - 4x^2y^2 = 4x^2(x^2 - y^2) = \mathbf{4x^2(x - y)\,(x + y)}$
- $12x^2 + 12xy = \mathbf{12x(x + y)}$

M.C.D. $= 4(x + y)$ $\quad$ *m.c.m.* $= 24x^2(x + y)^2\,(x - y)$

M.C.D. e m.c.m. tra polinomi

1	$3x^2 - 12;$ $4x^2 - 16x + 16$ $x^2 - 2x$	$MCD\colon\ x - 2$ $mcm\colon 12x(x-2)^2(x+2)$
2	$x^4 + x^2y^2$ $x^4 - y^4$ $x^4 + 2x^2y^2 + y^4$	$MCD\colon x^2 + y^2$ $mcm\colon x^2(x^2+y^2)^2(x^2-y^2)$
3	$a^3 - 2a^2 + a$ $a^4 - a^3$ $a^4 - a^2$	$MCD\colon a(a-1)$ $mcm\colon a^3(a-1)^2(a+1)$
4	$m^4 - m^3$ $m^4 - m^2$ $m^4 - m$	$MCD\colon m(m-1)$ $mcm\colon\ m^3(m-1)(m+1)(m^2+m+1)$
5	$a^2b^2 + a^2bc$ $ab^4 + ab^2c^2$ $a^3b^3 + a^3b^2c + a^2b^3x + a^2b^2xc$	$MCD\colon ab$ $mcm\colon a^2b^2(b^2+c^2)(b+c)(a+x)$

$M.C.D.$ e $m.c.m.$ tra polinomi

$m^2+m+mn+n$ $m^2+m-mn-n$ $m^2-m+mn-n$	$MCD: 1$ $mcm: (m^2-n^2)(m^2-1)$
x^4-y^4 $x^3-x^2y-xy^2+y^3$ $x^4+y^4-2x^2y^2$	$MCD: x^2-y^2$ $mcm: (x-y)^2(x+y)^2(x^2+y^2)$
m^3-1 m^3-m m^2-2m+1	$MCD: m-1$ $mcm: m(m-1)^2(m+1)(m^2+m+1)$
$2u^5v-2u^3v^3$ $4u^3v^2+4uv^4$ $-2u^2v^3+2u^4v$	$MCD: 2uv$ $mcm: 4u^3v^2(u+v)(u-v)(u^2+v^2)$
x^5-16x x^5-4x^3 $2x^3-8x-4x^2+16$	$MCD: x-2$ $mcm: 2x^3(x+2)(x-2)(x^2+4)$

Mathematica

M.C.D. e m.c.m. tra polinomi

12	$2x^3 - 2xy^2$ $xy - y^2$ $2x^2 - 4xy + 2y^2$	$MCD: x - y$ $mcm: 2xy(x-y)^2(x+y)$
13	$3m - 6n$ $6m + 12n$ $m^2 - 4n^2$	$MCD: 1$ $mcm: 6(m-2n)(m+2n)$
14	$x^2 - x + xz - z$ $x^2 - 1$ $xy - y - x + 1$	$MCD: x - 1$ $mcm: (x-1)(x+1)(x+z)(y-1)$
15	$1 - 3a + 3a^2 - a^3$ $x + a - ax - a^2$ $x - ax$	$MCD: 1 - a$ $mcm: x(1-a)^3(x+a)$
16	$(m^2 - 3m + 2)^2$ $m^3 - m^2 - 4m + 4$ $m^3 - nm^2 - 4m + 4n$	$MCD: m - 2$ $mcm: (m-2)^2(m-1)^2(m+2)(m-n)$

M.C.D. e m.c.m. tra polinomi

17	$(x^2-9)(x^2+4)$ $(x^2-6x+9)(x^3+4x)$ $(x^2+6x+9)(x^4+4x^2)$	MCD: (x^2+4) mcm: $x^2(x^2+4)(x-3)^2(x+3)^2$
18	$3a^3-4a^2+5a-4$ $3a^3+5a^2+2a+8$ $15a^2+5a+20$	MCD: $3a^2-a+4$ mcm: $5(3a^2-a+4)(a-1)(a+2)$
19	$3a^3-2a^2+3a-2$ $9a^2-4$ $3a^2+a-2$	MCD: $3a-2$ mcm: $(3a-2)(3a+2)(a^2+1)(a+1)$
20	$6u^2+u-2$ $2u^2-u$ $4u^3-u$	MCD: $2u-1$ mcm: $u(2u-1)(2u+1)(3u+2)$
21	$2m^3+m^2-18m-9$ m^2-m-6 m^2-9	MCD: 1 mcm: $(m+2)(2m+1)(m-3)(m+3)$

$M.C.D.$ e $m.c.m.$ tra polinomi

$t^2 - 5tz$ $4t^2 - 100z^2$ $\frac{t^2}{5} - 2tz + 5z^2$	$MCD\colon\ t - 5z$ $mcm\colon \frac{4}{5}t(t+5z)(t-5z)^2$
$2x^3 - x^2 - 7x + 6$ $2x^2 + 7x + 6$ $2x^2 + x - 3$ $2\pi x^2 - 3\pi x$	$MCD\colon\ 2x - 3$ $mcm\colon \pi x(x-1)(x+2)(2x+3)$
$3x^2 - 12;$ $4x^2 - 16x + 16$ $x^2 - 2x$	$MCD\colon\ x - 2$ $mcm\colon 12x(x-2)^2(x+2)$
$4a - x^2 + a^2 + 4$ $5a + 10 + 5x$ $a^2 + x^2 + 4 + 4a + 2ax + 4x$	$MCD\colon\ (a + x + 2)$ $mcm\colon 5(a+x+2)(a-x+2)$
$x^{2n} - y^{2n}$ $x^{2n} + y^{2n} - 2x^n y^n$ $nx^n - ny^n$	$MCD\colon\ x^n - y^n$ $mcm\colon n(x^n - y^n)^2(x^n + y^n)$

M.C.D. e m.c.m. tra polinomi

29	y^2+2y+4 y^3-8	$MCD: y^2+2y+4$ $mcm: y^3-8$
30	$2x^2+18x+16$ $2x^2-128$ $2x^2-14x-16$	$MCD:\ 2$ $mcm: 2(x-8)(x+8)(x+1)$
31	x^4-9 x^4+x^2-6 x^3+3x	$MCD:\ x^2+3$ $mcm: x(x^2-3)(x^2+3)(x^2-2)$
32	x^3-4x^2+5x-2 x^2-3x+2 x^3-5x^2+8x-4	$MCD:\ (x-1)(x-2)$ $mcm: (x-1)^2(x-2)^2$
33	x^2-1 x^2+2x+1 x^3+x^2	$MCD:\ x+1$ $mcm: x^2(x+1)^2(x-1)$

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

376 Associa a ogni coppia di polinomi nella prima colonna il loro massimo comune divisore.

a. $x^2 - 1$	$(x+1)^2$	**A.** $x+1$
b. $x^2 - 1$	$(x-1)^2$	**B.** $(x+1)^2$
c. $x^2 + 1$	$(x-1)^2$	**C.** $(x-1)$
d. $(x^2-1)^2$	$(x+1)^2$	**D.** $(x-1)^2$
e. $(x^2-x)^2$	$(x-1)^2$	**E.** 1

377 Associa a ogni coppia di polinomi nella prima colonna il loro minimo comune multiplo.

a. $(a-1)^2$	$a-1$	**A.** $(a-1)^2$
b. $a-1$	$a+1$	**B.** $(a-1)^4$
c. $(a-1)^2$	$(a+1)^2$	**C.** $(a^2-1)^2$
d. $(a+1)^2$	$(a+1)^4$	**D.** $(a+1)^4$
e. $(a-1)^4$	$(a^2-2a+1)^2$	**E.** a^2-1

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

378 $t^2+t, \quad t^2-t, \quad t^2-1$ — $[\text{M.C.D.}=1;\ \text{m.c.m.}=t(t^2-1)]$

379 $2x^4+x^3, \quad 4x^3-x, \quad 2x^5-x^4$ — $[\text{M.C.D.}=x;\ \text{m.c.m.}=x^4(2x+1)(2x-1)]$

380 $2x^3+4x^2, \quad x^2-4, \quad x^2-4x+4$ — $[\text{M.C.D.}=1;\ \text{m.c.m.}=2x^2(x+2)(x-2)^2]$

381 $a^4+3a^3, \quad a^3-9a, \quad a^2+6a+9$ — $[\text{M.C.D}=a+3;\ \text{m.c.m.}=a^3(a+3)^2(a-3)]$

382 $x^2+4x-5, \quad x^2-25, \quad x^2+10x+25$ — $[\text{M.C.D}=x+5;\ \text{m.c.m.}=(x-1)(x+5)^2(x-5)]$

383 $x^3-4x^2, \quad x^2-16, \quad x^2-8x+16$ — $[\text{M.C.D.}=x-4;\ \text{m.c.m.}=x^2(x-4)^2(x+4)]$

384 $3a+9, \quad a^2-3a, \quad 2a^2+12a+18$ — $[\text{M.C.D.}=1;\ \text{m.c.m.}=6a(a+3)^2(a-3)]$

385 $x^2-4, \quad x^2-4x+4, \quad x^2-x-2$ — $[\text{M.C.D.}=x-2;\ \text{m.c.m.}=(x-2)^2(x+2)(x+1)]$

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

386 $x^2+3x, \quad x^4-18x^2+81, \quad x^2-2x-3$ $\quad$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=x(x-3)^2(x+3)^2(x+1)$]

387 $3a^2+3a, \quad 6a^2-2a, \quad 27a^3+18a^2-9a$ $\quad$ [M.C.D. $=a$; m.c.m. $=18a(a+1)(3a-1)$]

388 $x^4-2x^3+x^2, \quad x^2+x, \quad x^2-x-2$ $\quad$ [M.C.D. $=1$; m.c.m. $=x^2(x-1)^2(x+1)(x-2)$]

389 $x^2+x-2, \quad x^2-3x+2, \quad x^2-2x+1$ $\quad$ [M.C.D. $=x-1$; m.c.m. $=(x-1)^2(x^2-4)$]

390 $a^3b+a^2b^2, \quad a^4b^2+a^2b^4-2a^3b^3, \quad a^5-a^3b^2$ $\quad$ [M.C.D. $=a^2$; m.c.m. $=a^3b^2(a-b)^2(a+b)$]

391 $2x^5-2x^3, \quad 6x^3+6x^2, \quad 10x^5-20x^4+10x^3$ $\quad$ [M.C.D. $=2x^2$; m.c.m. $=30x^3(x-1)^2(x+1)$]

392 $a^3b+a^2b^2, \quad a^4+a^2b^2+2a^3b, \quad a^4-a^2b^2$ $\quad$ [M.C.D. $=a^2(a+b)$; m.c.m. $=a^2b(a+b)^2(a-b)$]

393 $2x^4-2x^2, \quad 6x^6-6x^3, \quad 4x^4+4x^3-8x^2$ $\quad$ [M.C.D. $=2x^2(x-1)$; m.c.m. $=12x^3(x^2-1)(x+2)(x^2+x+1)$]

Mathematica

M.C.D. e *m.c.m.* tra polinomi

394 $a^3+1, \quad a^2+3a+2, \quad a^3-a$

395 $x^4-x^3-x+1, \quad x^2-2x+1, \quad x^4-x$

396 $(x^2+1)^2-x^2, \quad x^3-1, \quad 3x^3+3x^2+3x$

397 $a^3+2a^2+a+2, \quad a^4-1, \quad a^4+2a^2+1$

[M.C.D. $= a+1$; m.c.m. $= a(a+1)(a-1)(a+2)(a^2-a+1)$]

[M.C.D. $= x-1$; m.c.m. $= x(x-1)^2(x^2+x+1)$]

[M.C.D. $= x^2+x+1$; m.c.m. $= 3x(x-1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$]

[M.C.D. $= a^2+1$; m.c.m. $= (a^2+1)^2(a^2-1)(a+2)$]