Geometria parte 2

- Gli elementi di un di un triangolo e classificazione
- Il triangolo rettangolo, isoscele, triangoli particolari.
- Teorema di Pitagora
- Le tre altezze e l’ortocentro
- Le tre mediane e il baricentro
- Le tre bisettrici e l’incentro
- I tre assi e il circocentro
- Linee e punti notevoli nel triangolo isoscele-equilatero-rettangolo
- Criteri di congruenza dei triangoli

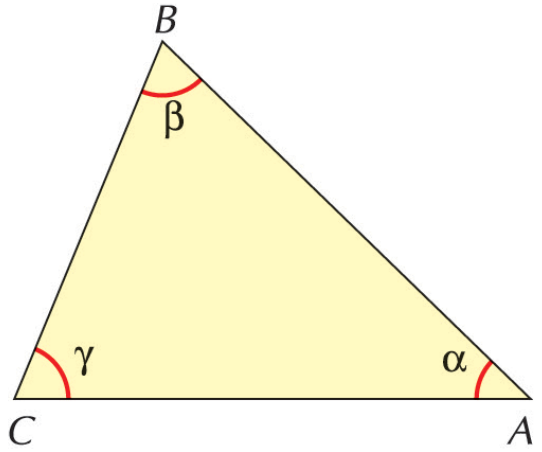
Gli elementi di un di un triangolo e classificazione

Gli elementi di un triangolo

Per disegnare un triangolo occorre congiungere con dei segmenti tre punti non allineati.

Nel triangolo si distinguono:

- i vertici *A*, *B* e *C*;
- gli angoli α, β, γ;
- i lati *AB*, *BC* e *CA*.



Gli elementi di un triangolo

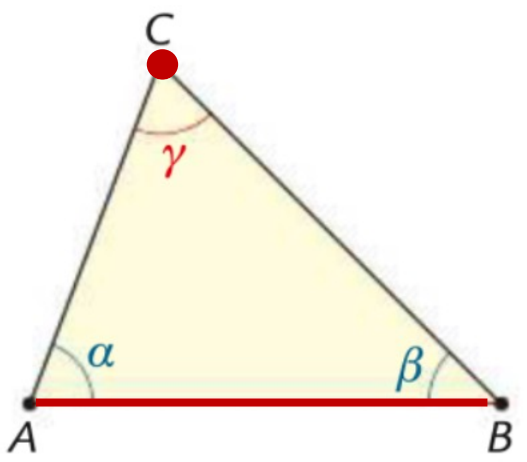
Un **lato** di un triangolo si dice opposto **all'angolo** il cui vertice non appartiene al **lato,**

e adiacente agli altri due

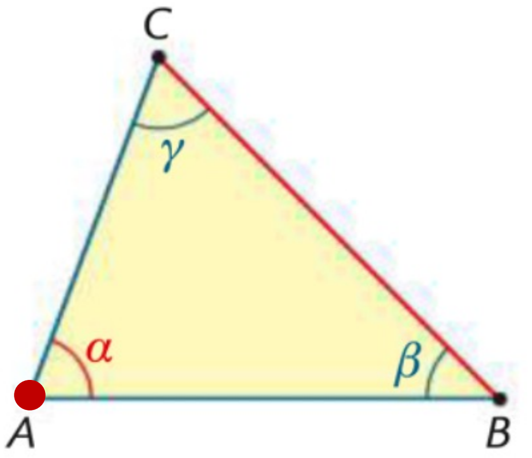
Un **angolo** di un triangolo si dice opposto **al lato che non contiene il suo vertice**

e **adiacente** agli altri due angoli

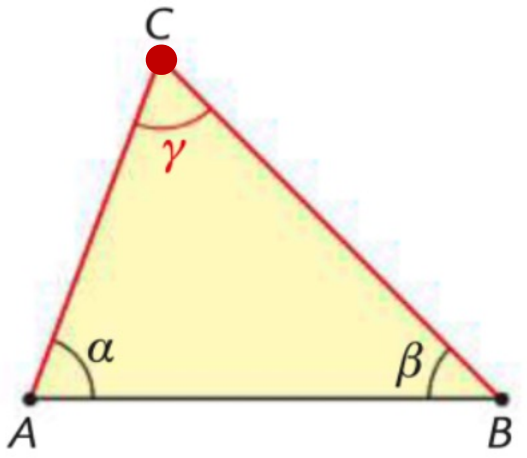
Un **angolo** si dice compreso tra due lati di un triangolo se questi ultimi appartengono ai lati dell'angolo.



AB è
- opposto a γ
- adiacente ad α e β



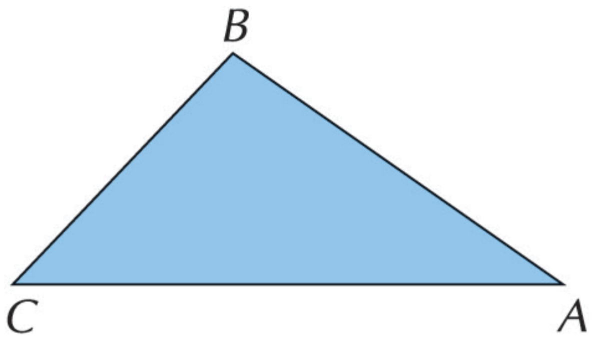
α è
- opposto a BC
- adiacente ad AB e AC



γ è compreso tra i lati AC e BC

Mathematica ML

Gli elementi di un triangolo



DEFINIZIONE. La somma della misura dei lati rappresenta il **perimetro** del triangolo.

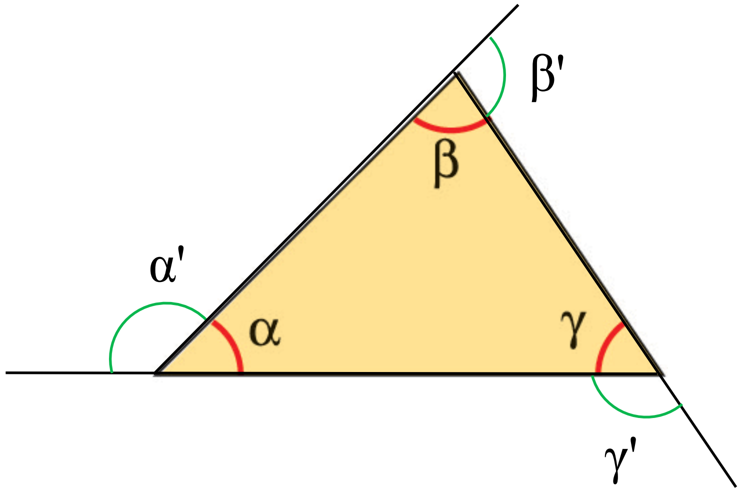
Due o più triangoli si dicono **isoperimetrici** quando hanno lo stesso perimetro.

PROPRIETÀ. Affinché un triangolo esista è necessario che la misura di ogni lato sia minore della somma degli altri due,

$AB < BC + CA$ $\quad$ $BC < CA + AB$ $\quad$ $CA < BC + AB$

Gli elementi di un triangolo

PROPRIETÀ. La somma degli **angoli interni di un triangolo** è 180°.



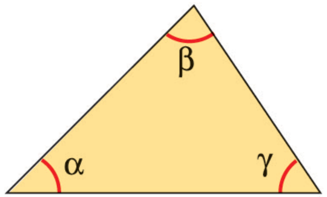
$$\alpha + \beta + \gamma = 180°$$

PROPRIETÀ. La somma degli **angoli esterni di un triangolo** è 360°.

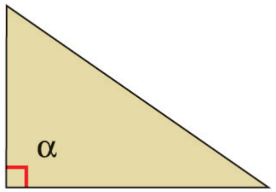
$$\alpha' + \beta' + \gamma' = 360°$$

La classificazione dei triangoli

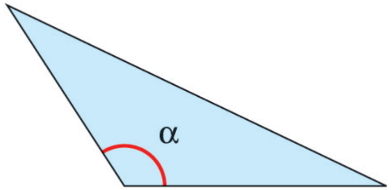
Rispetto agli angoli un triangolo può essere:



DEFINIZIONE. Acutangolo se ha tre angoli acuti.



DEFINIZIONE. Rettangolo se ha un angolo retto.

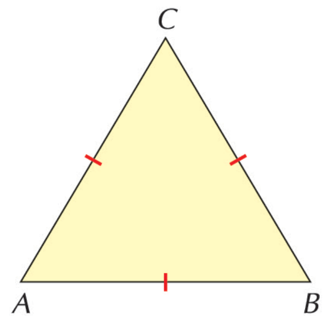


DEFINIZIONE. Ottusangolo se ha un angolo ottuso.

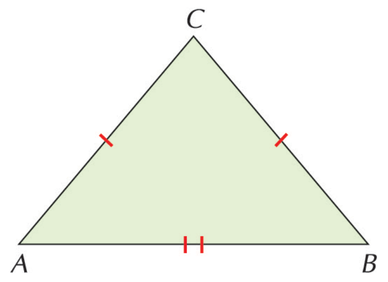
La classificazione dei triangoli

Rispetto alla misura dei lati un triangolo può essere:

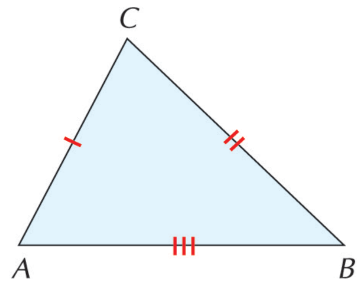
DEFINIZIONE. Equilatero se ha tre lati congruenti.



DEFINIZIONE. Isoscele se ha due lati congruenti.

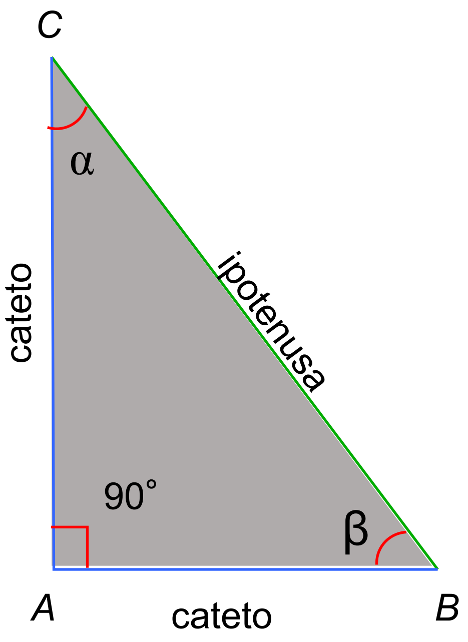


DEFINIZIONE. Scaleno se ha i tre lati non congruenti tra loro.



Il triangolo rettangolo, isoscele, triangoli particolari.

Il triangolo rettangolo



DEFINIZIONE. I due lati che comprendono l'angolo retto si dicono **cateti**; il terzo lato, opposto all'angolo retto, si dice **ipotenusa**.

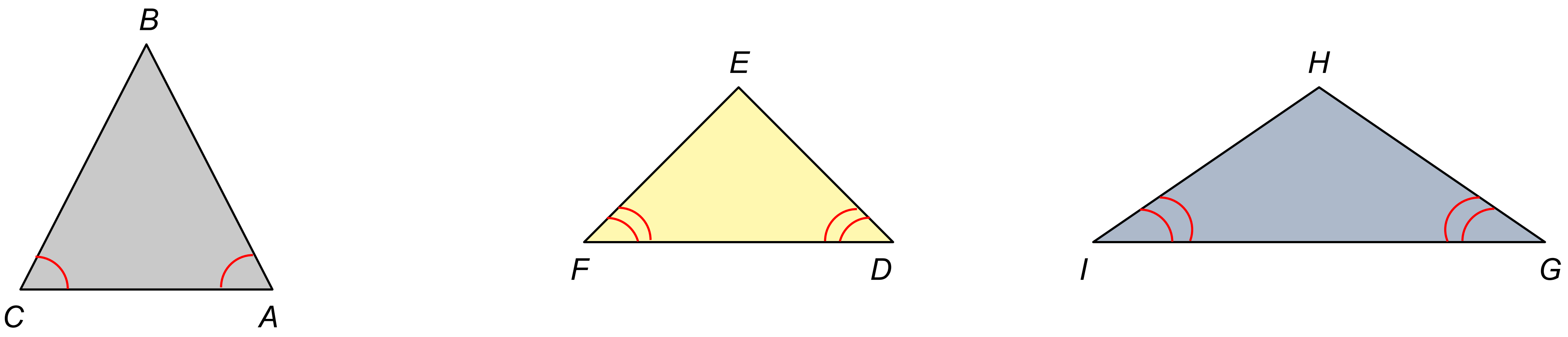
PROPRIETÀ. In un triangolo rettangolo gli angoli acuti sono complementari.

$$\alpha + \beta = 90°$$

Il triangolo isoscele

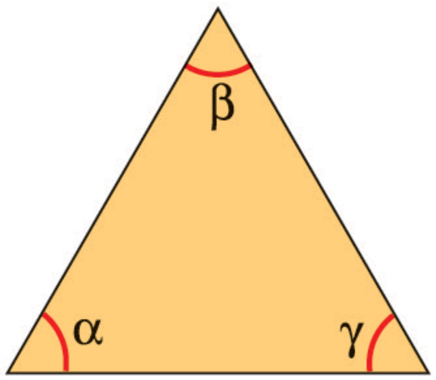
DEFINIZIONE. I due lati congruenti di un triangolo isoscele si dicono **obliqui**; il terzo lato è detto **base**.

PROPRIETÀ. In ogni triangolo isoscele gli angoli adiacenti alla base sono sempre fra loro congruenti.



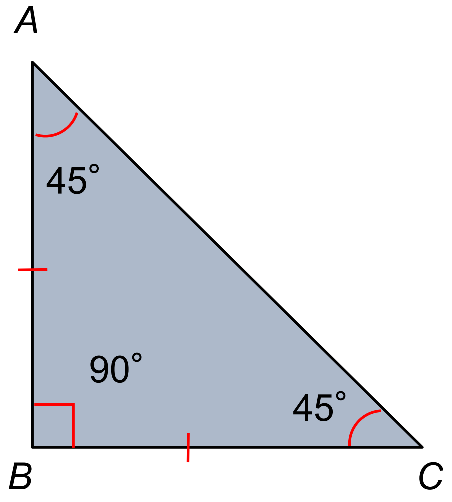
Triangoli particolari

Il triangolo equilatero



PROPRIETÀ. Un triangolo equilatero ha i tre angoli congruenti e, avendo anche i lati congruenti, si può dire che è un **poligono regolare**.

$$\alpha + \beta + \gamma = 180° \quad : 3 = 60°$$

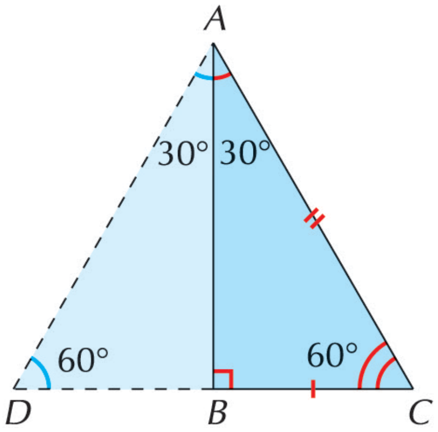


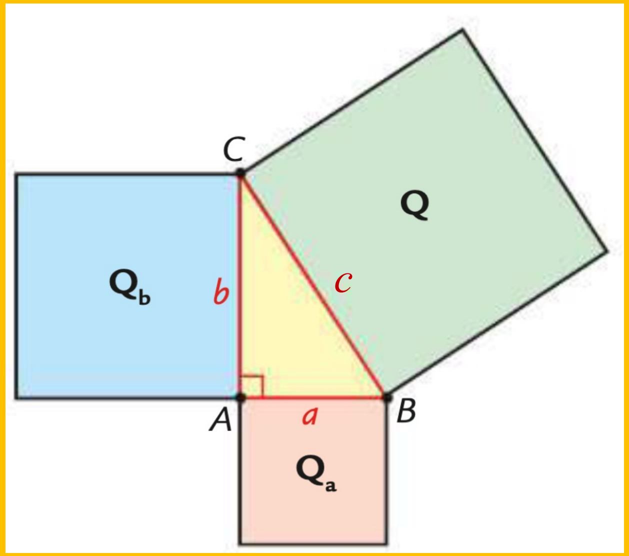
Triangolo rettangolo con angoli di 45°

PROPRIETÀ. In un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 45° i due cateti sono congruenti.

Triangolo rettangolo con angoli di 30° e 60°

PROPRIETÀ. In un triangolo rettangolo con un angolo acuto ampio 30° il cateto opposto a quest'angolo è la metà dell'ipotenusa.





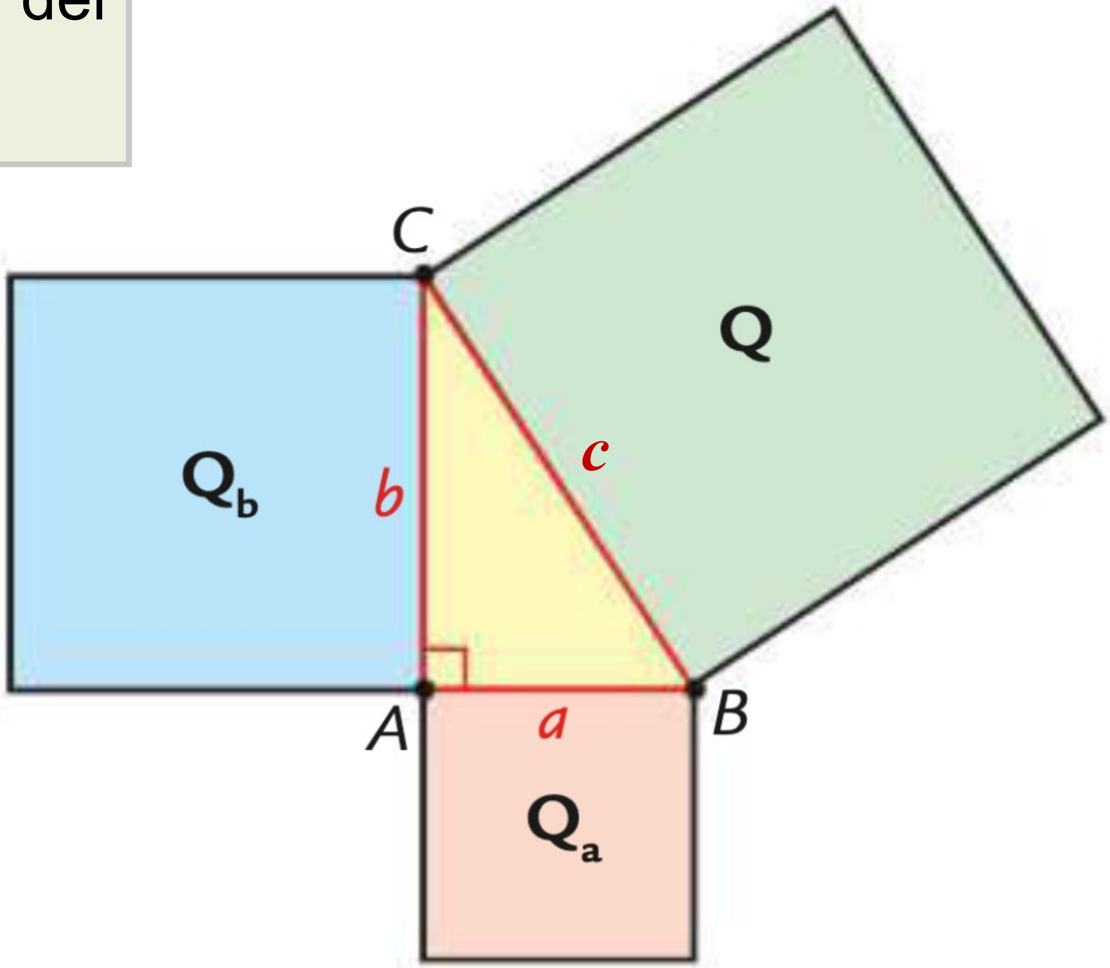
Teorema di Pitagora

Prof. Domenico Lo Iacono

Mathematica

Teorema di Pitagora

Teorema. Il quadrato costruito sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo è equivalente alla somma dei quadrati costruiti sui cateti.



Se indichiamo con a e b le misure dei cateti di un triangolo rettangolo e con c la misura dell'ipotenusa,
il teorema di Pitagora si può esprimere equivalentemente tramite l'uguaglianza

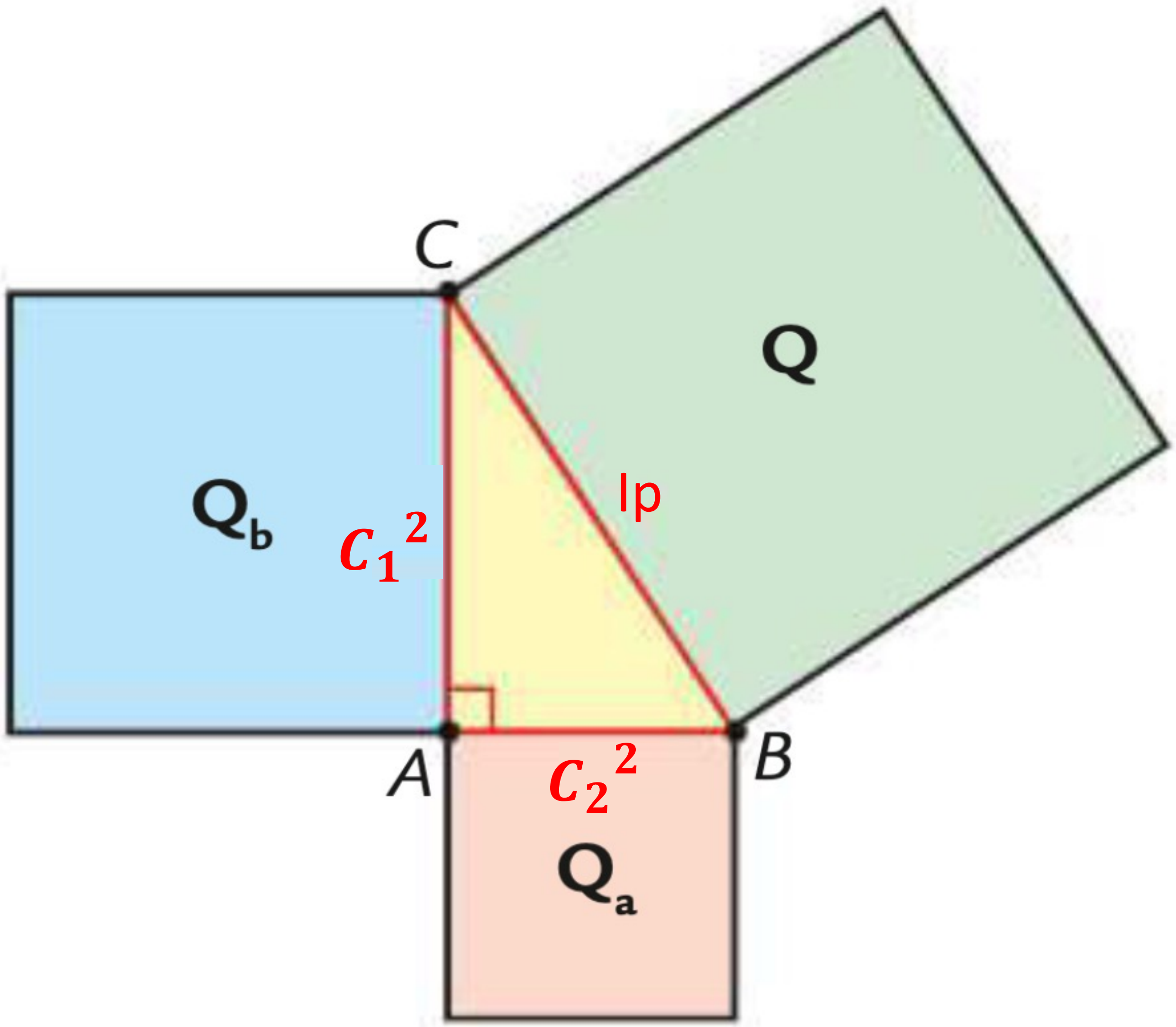
$$a^2 + b^2 = c^2$$

Formule inverse

$$Ip^2 = C_1{}^2 + C_2{}^2$$

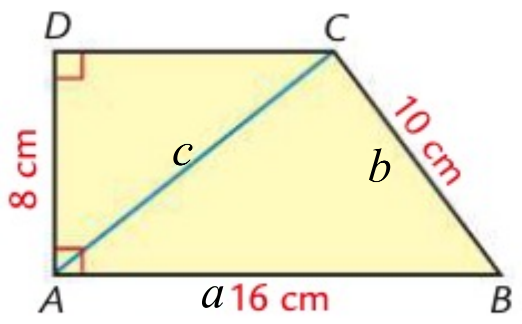
$$C_1{}^2 = Ip^2 - C_2{}^2$$

$$C_2{}^2 = Ip^2 - C_1{}^2$$



Teorema di Pitagora **Esempio**

Determiniamo la lunghezza della diagonale AC del trapezio rettangolo ABCD



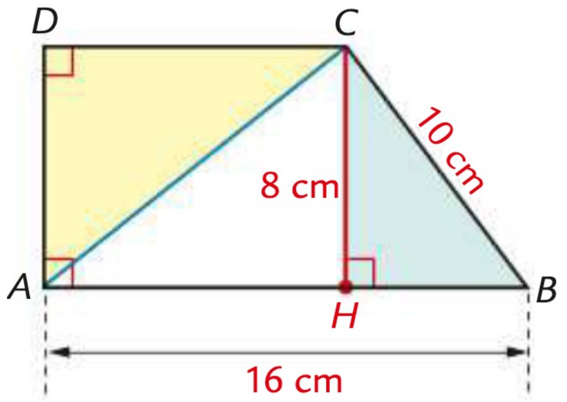
Applico th Pitagora al triangolo ADC

AD=8 cm

CD= ?

Consideriamo il triangolo CHB

CH=AD=8 cm



$$CH^2 + HB^2 = CB^2 \quad \rightarrow \quad HB^2 = CB^2 - CH^2$$

$$HB^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

HB = 6 CM

$$AH = AB - HB = 10\ cm$$

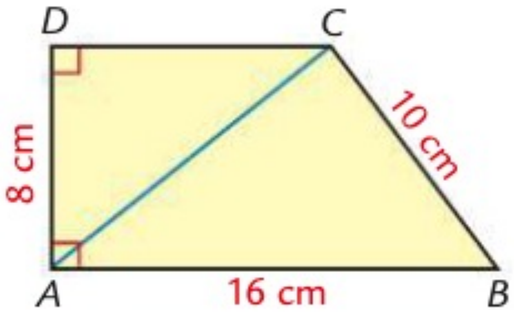
$$CA^2 = AH^2 + CH^2$$

$$CA^2 = 10^2 + 8^2 = 100 + 64 = 164$$

$$CA = \sqrt{164} = 12,8$$

Teorema di Pitagora **Esempio**

Determiniamo la lunghezza della diagonale AC del trapezio rettangolo ABCD



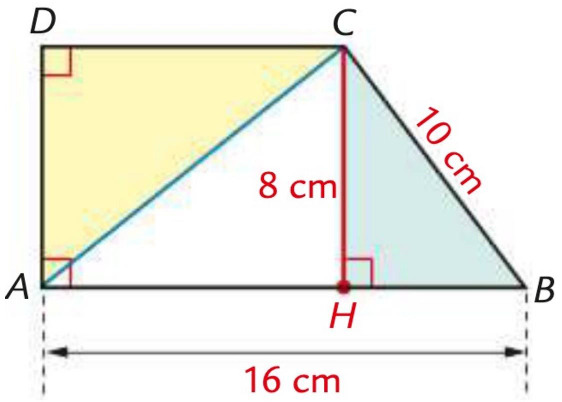
AD=8 cm

CD= ?

CH=AD=8 cm

Applico th Pitagora al triangolo ADC

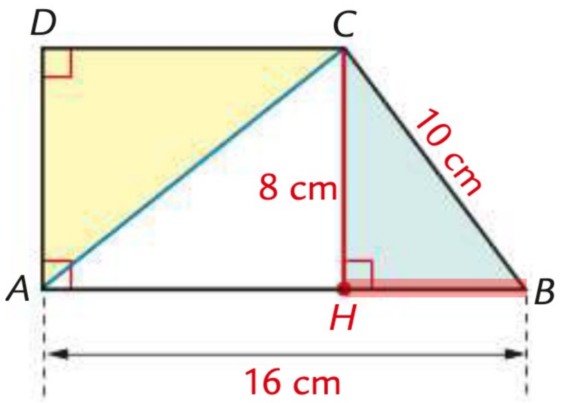
Consideriamo il triangolo CHB



Esempio

Determiniamo la lunghezza della diagonale AC del trapezio rettangolo ABCD

Consideriamo il triangolo CHB



$$CH^2 + HB^2 = CB^2$$

$$HB^2 = CB^2 - CH^2$$

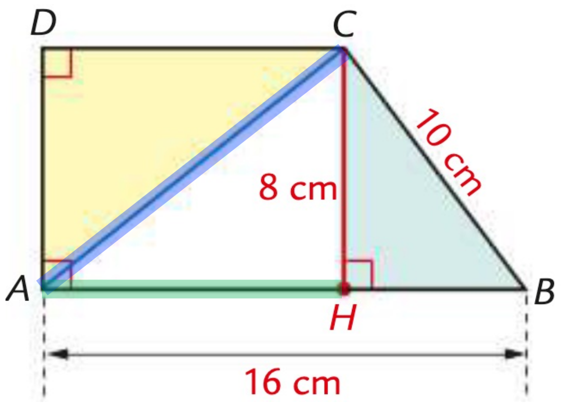
$$HB^2 = 10^2 - 8^2 = 36$$

HB = 6 CM

Esempio

Determiniamo la lunghezza della diagonale AC del trapezio rettangolo ABCD

Consideriamo il triangolo CHB



$$AH = AB - HB = 10\ cm$$

$$CA^2 = AH^2 + CH^2$$

$$CA^2 = 10^2 + 8^2 = 100 + 64 = 164$$

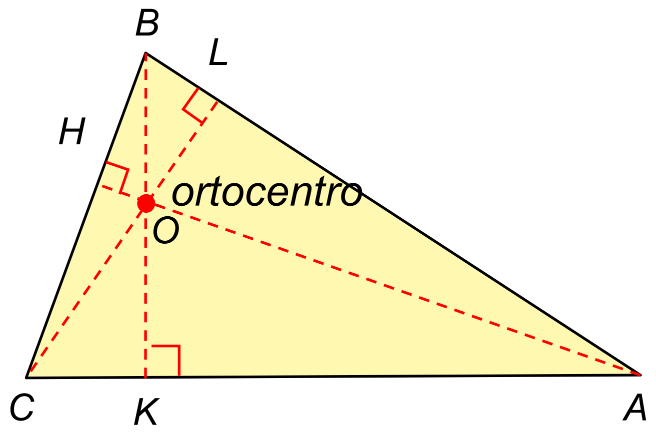
$$CA = \sqrt{164} = 12,8$$

Ortocentro – Baricentro – Incentro

Altezza – Mediana – Bisettrice

Le tre altezze e l' ortocentro

DEFINIZIONE. In ogni triangolo il segmento di perpendicolare condotto da un vertice sul lato opposto si dice **altezza** del triangolo relativa a quel lato. Il punto della base dove cade l'altezza è detto **piede**.

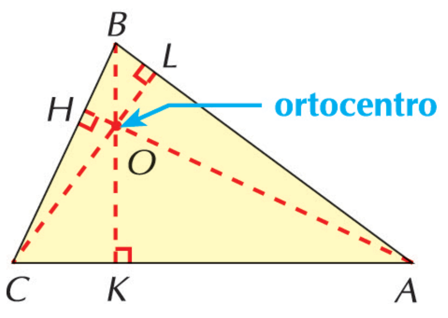


PROPRIETÀ. In un triangolo qualsiasi le tre altezze si intersecano in un unico punto detto **ortocentro**.

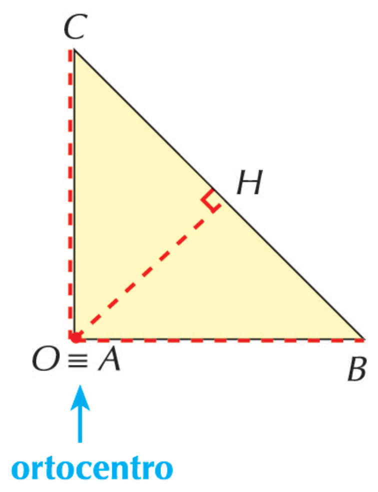
Le tre altezze e l’ ortocentro

PROPRIETÀ. L’ortocentro di un triangolo può essere:

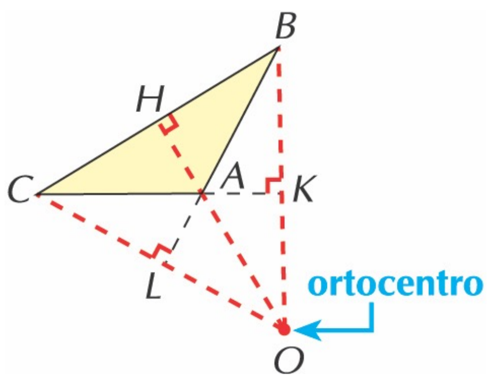
- **interno** al triangolo se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** col vertice dell’angolo retto se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** al triangolo se il triangolo è ottusangolo.



triangolo acutangolo

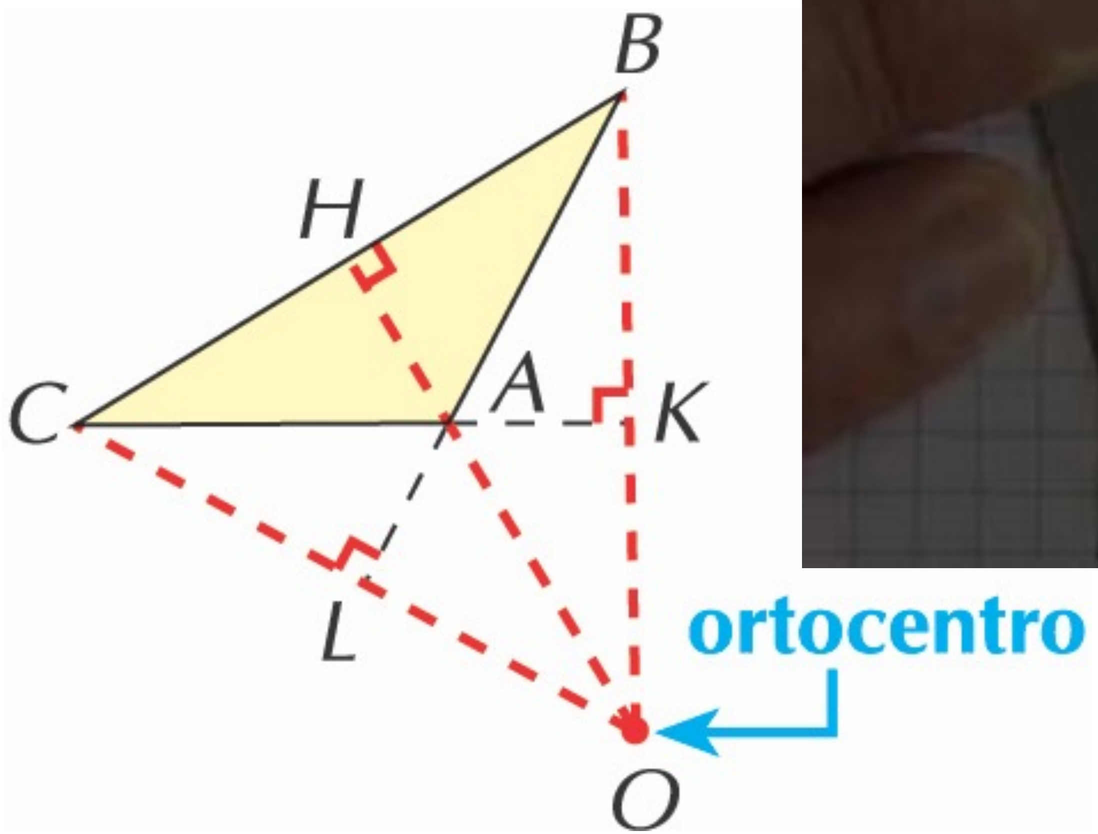


triangolo rettangolo;

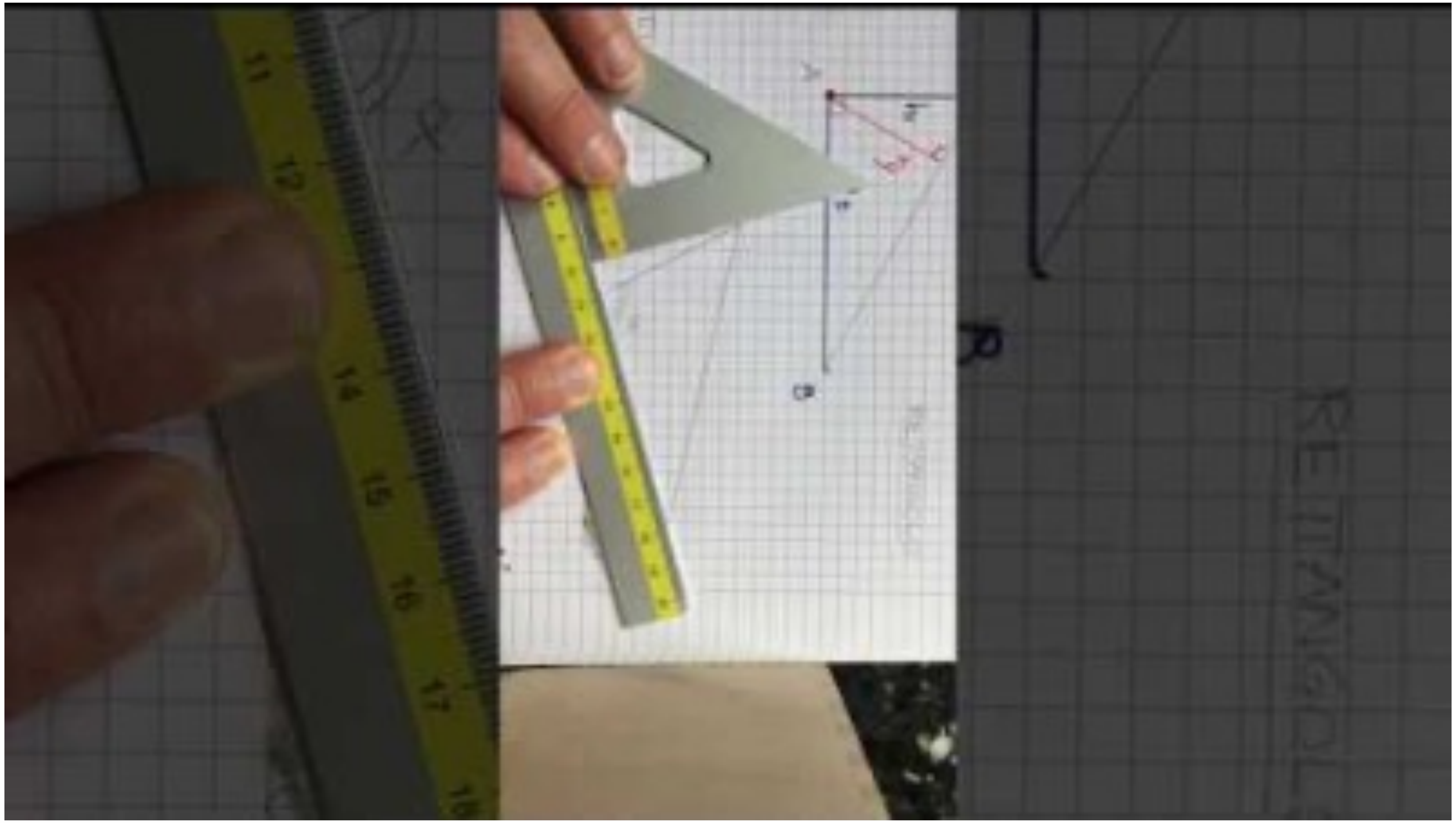


triangolo ottusangolo

Le tre altezze e l’ortocentro



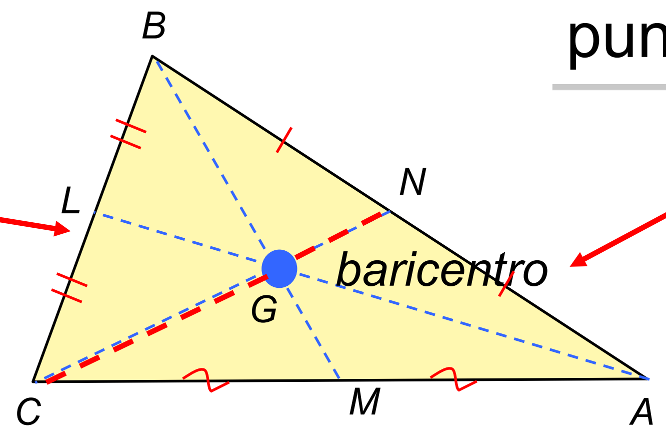
triangolo ottusangolo



Le tre mediane e il baricentro

DEFINIZIONE. In ogni triangolo il segmento che unisce un vertice col punto medio del lato opposto si dice **mediana** del triangolo relativa a quel lato.

PROPRIETÀ.
In un triangolo qualsiasi le tre mediane si intersecano in un unico punto detto **baricentro**.

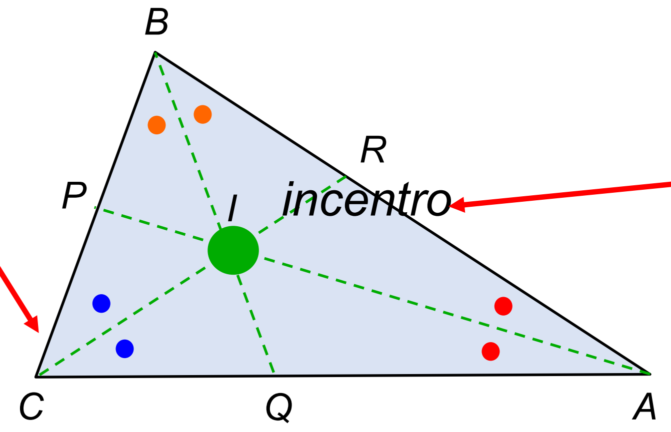


PROPRIETÀ. Il baricentro divide ciascuna mediana in due segmenti tali che quello con l'estremo in un vertice ha lunghezza doppia rispetto all'altro segmento.

PROPRIETÀ.
Il **baricentro** di un triangolo è sempre **interno** ad esso.

Le tre bisettrici e l’ incentro

DEFINIZIONE.
In ogni triangolo la **bisettrice** è il segmento che, dividendo a metà l’angolo da cui esce, ha un estremo nel vertice dell’angolo e l’altro sul lato opposto a tale angolo.



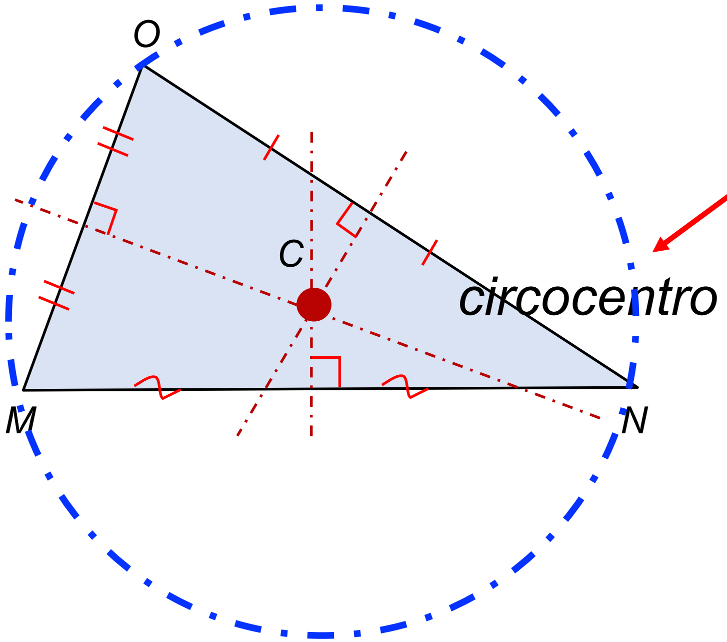
PROPRIETÀ. In un triangolo qualsiasi le tre bisettrici si intersecano in uno stesso punto detto **incentro**.

PROPRIETÀ.
L’incentro di un triangolo è sempre **interno** ad esso ed è equidistante dai tre lati.

I tre assi e il circocentro

DEFINIZIONE. In ogni triangolo la retta perpendicolare ad un suo lato passante per il suo punto medio si dice **asse**.

PROPRIETÀ.
In ogni triangolo i tre assi si intersecano in uno stesso punto detto **circocentro**.

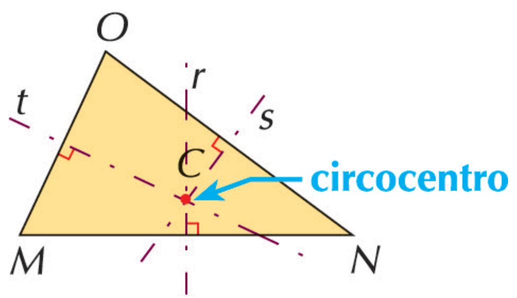


PROPRIETÀ.
Il circocentro di un triangolo è sempre equidistante dai vertici del triangolo stesso.

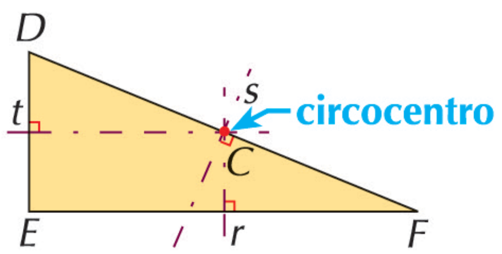
I tre assi e il circocentro

PROPRIETÀ. Il circocentro di un triangolo può essere:

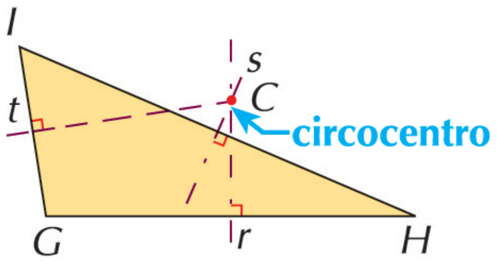
- **interno** se il triangolo è acutangolo;
- **coincidente** col punto medio dell'ipotenusa se il triangolo è rettangolo;
- **esterno** se il triangolo è ottusangolo.



Acutangolo;



Rettangolo;

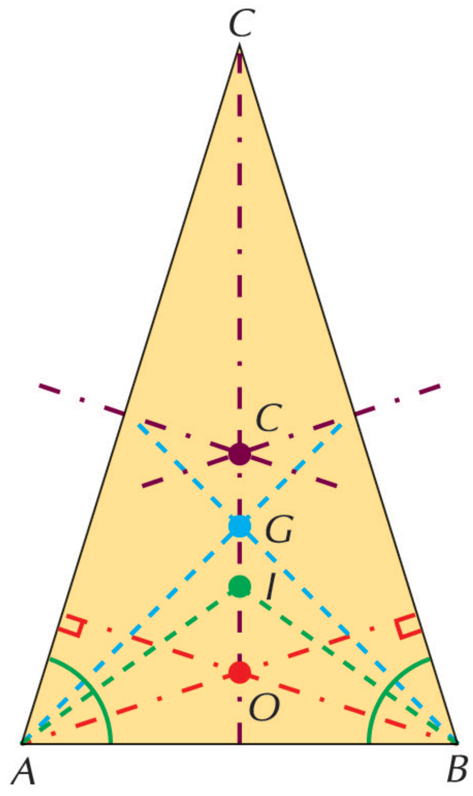


Ottusangolo

Linee e punti notevoli nel triangolo isoscele

TRIANGOLO ISOSCELE

PROPRIETÀ. In un triangolo isoscele asse, mediana, altezza e bisettrice relativi alla base si sovrappongono nello stesso segmento.

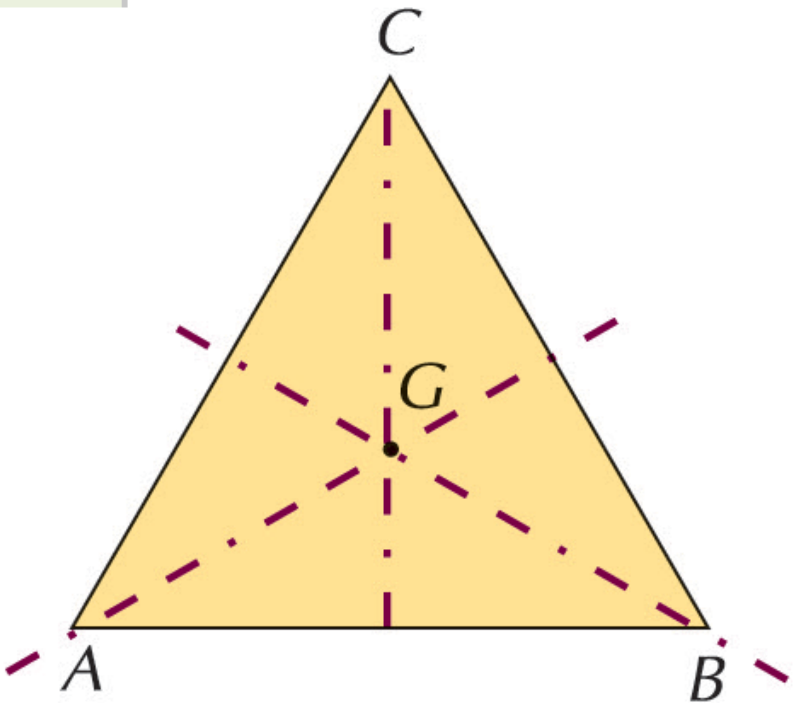


PROPRIETÀ. In un triangolo isoscele i punti notevoli appartengono tutti ad un unico segmento.

Linee e punti notevoli nel triangolo equilatero

TRIANGOLO EQUILATERO

PROPRIETÀ. In un triangolo equilatero altezza, bisettrice, as
mediana relativi ad ogni lato coincidono in un unico segmento.

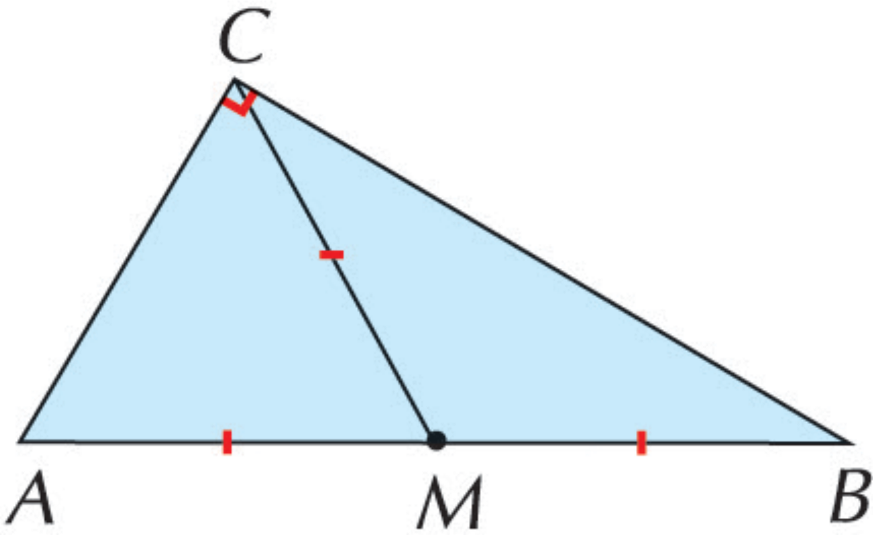


PROPRIETÀ. I punti notevoli di un triangolo equilatero **coincidono in un unico punto**, detto **centro**.

Linee e punti notevoli nel triangolo rettangolo

TRIANGOLO RETTANGOLO

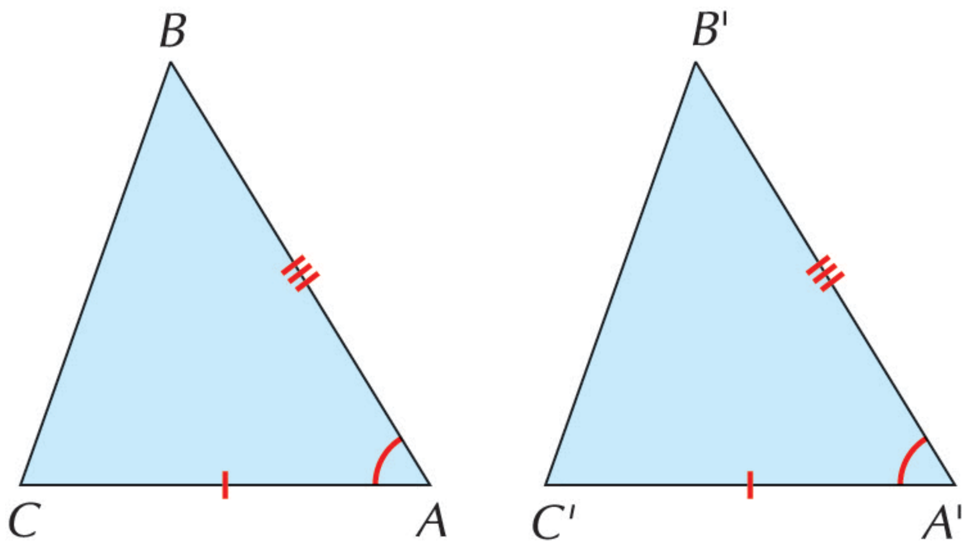
PROPRIETÀ. In ogni triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa ha una lunghezza pari alla metà dell'ipotenusa stessa.



Criterio di congruenza dei triangoli

Primo criterio di congruenza dei triangoli

CRITERIO. Due triangoli sono congruenti se hanno **due lati e l’angolo tra essi compreso** rispettivamente congruenti.



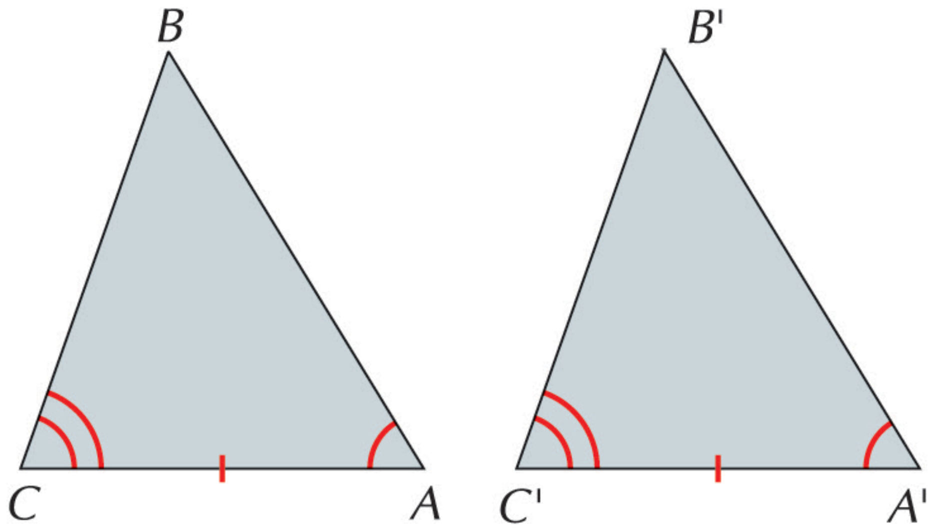
$AB = A'B'$

$AC = A'C'$

$\widehat{A} = \widehat{A}'$

Secondo criterio di congruenza dei triangoli

CRITERIO. Due triangoli sono congruenti se hanno **un lato e i due angoli ad esso adiacenti** rispettivamente congruenti.



$AC = A'C'$

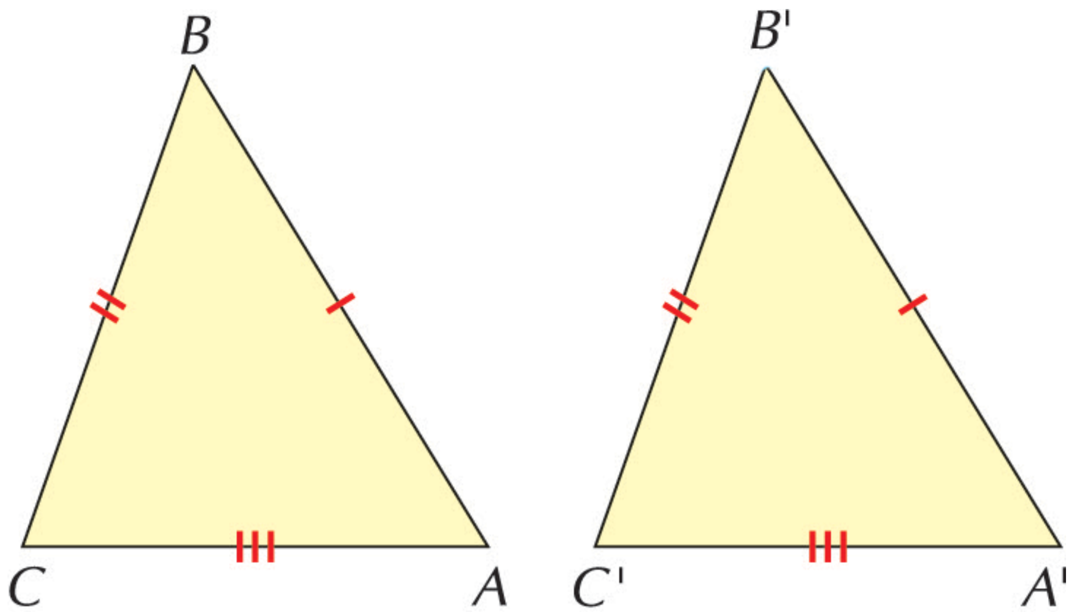
$\widehat{A} = \widehat{A}'$

$\widehat{C} = \widehat{C}'$

Mathematica

Terzo criterio di congruenza dei triangoli

CRITERIO. Due triangoli sono congruenti se hanno i **tre lati** rispettivamente congruenti.



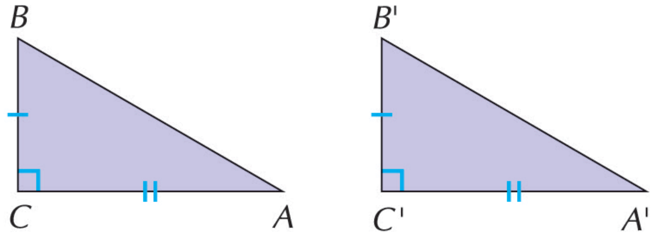
$AB = A'B'$

$BC = B'C'$

$CA = C'A'$

Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

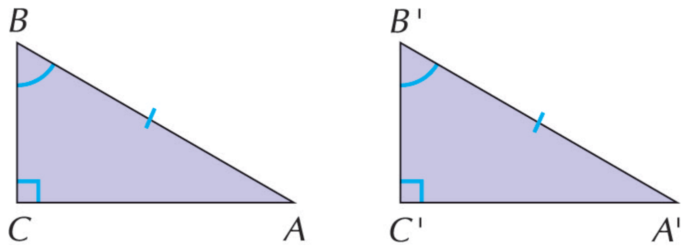
PROPRIETÀ. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **i due cateti**.



$$BC = B'C'$$

$$AC = A'C'$$

PROPRIETÀ. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **l'ipotenusa e un angolo acuto**.

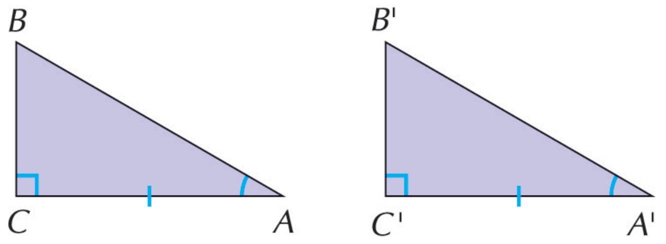


$$AB = A'B'$$

$$\widehat{B} = \widehat{B'}$$

Criteri di congruenza dei triangoli rettangoli

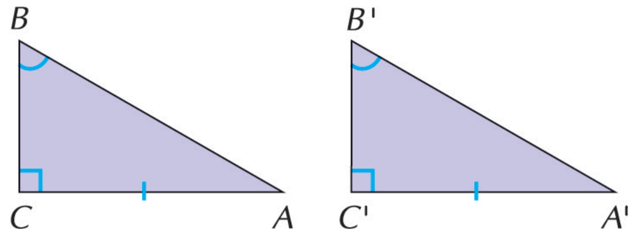
PROPRIETÀ. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **un cateto e l'angolo acuto ad esso adiacente.**



$AC = A'C'$

$\widehat{A} = \widehat{A'}$

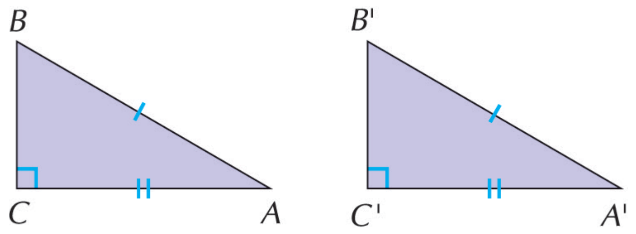
PROPRIETÀ. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno congruenti **un cateto e l'angolo acuto opposto ad esso**.



$AC = A'C'$

$\widehat{B} = \widehat{B'}$

CRITERIO. Due triangoli rettangoli sono congruenti se hanno **l'ipotenusa ed un cateto** rispettivamente congruenti.



$AB = A'B'$

$AC = A'C'$