

Geometria parte 1

- Concetti primitivi (punto, retta, piano)
- Gli enti geometrici fondamentali
- Assiomi della geometria
- La semiretta e il segmento

Concetti primitivi (punto, retta, piano)

Gli enti geometrici fondamentali

M Concetti primitivi (punto, retta, piano)

Per convenzione, indicheremo:

I **punti** con le lettere maiuscole dell'alfabeto: **A,B,C,D...**

le **rette** con le lettere minuscole dell'alfabeto: **r,s,t...**

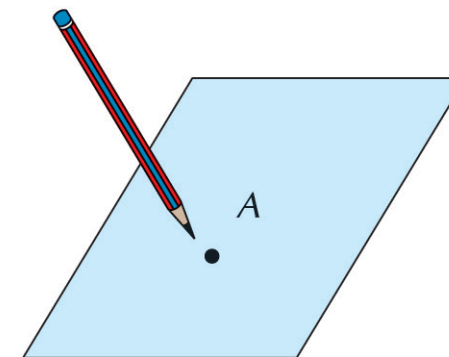
i **piani** con le lettere minuscole dell'alfabeto greco: **$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \dots$**

M Gli enti geometrici fondamentali

DEFINIZIONE. La **geometria** è la disciplina che studia alcune proprietà dei corpi; in particolare, di un qualsiasi oggetto, studia la **forma**, le **dimensioni**, l'**estensione**, lo **spazio occupato**, la **posizione** e gli **spostamenti** cui è sottoposto.

DEFINIZIONE. Il **punto**:

- primo degli enti geometrici fondamentali
- privo di dimensioni.



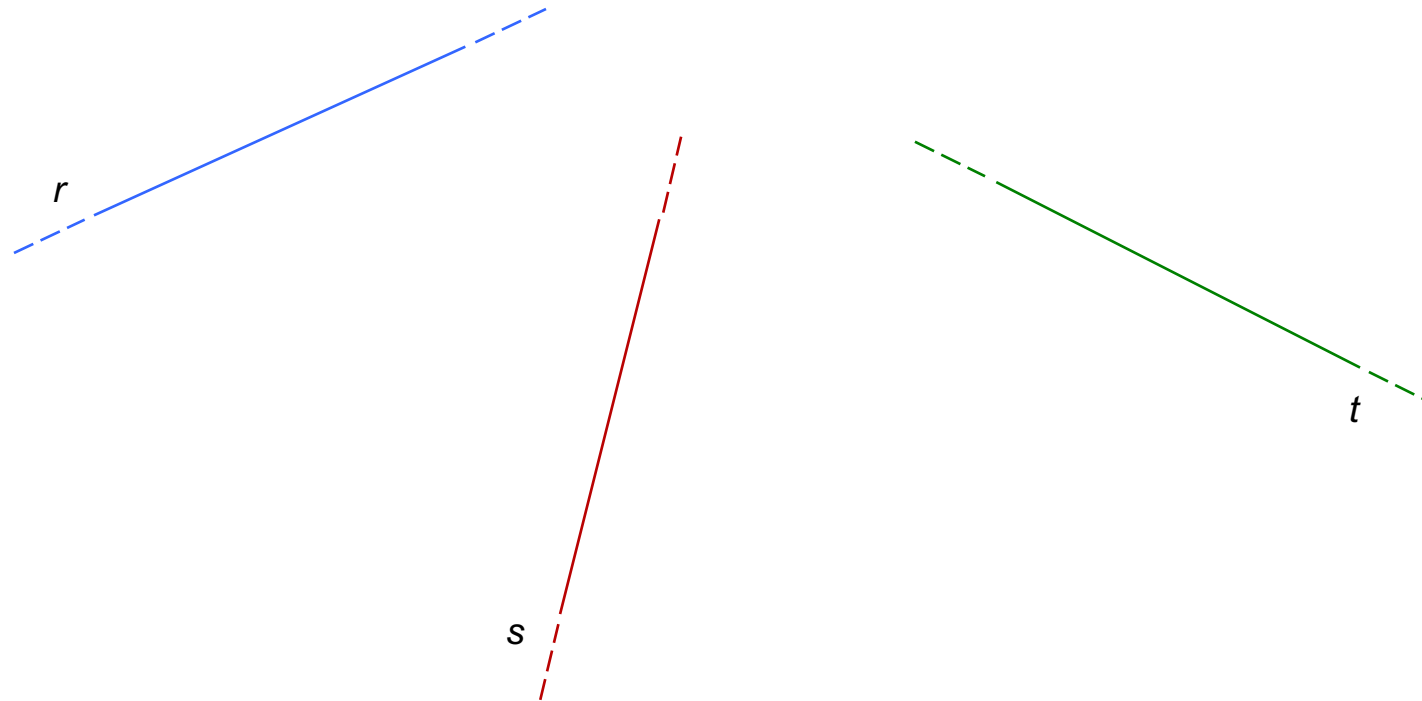
DEFINIZIONE. La **linea**

- secondo ente geometrico fondamentale
- ha una sola dimensione: la lunghezza.

M Gli enti geometrici fondamentali

DEFINIZIONE. La **retta**:

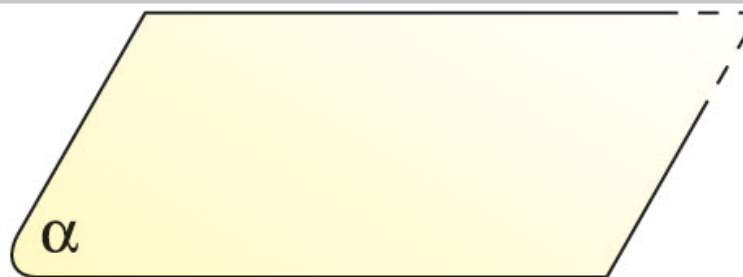
- Linea che contiene infiniti punti disposti secondo una stessa direzione.
- come ogni altra linea, ha una sola dimensione, la lunghezza.



M Gli enti geometrici fondamentali

DEFINIZIONE. Il piano:

- terzo ente fondamentale
- dotato di due dimensioni:
 - lunghezza
 - larghezza.



DEFINIZIONE. Lo spazio:

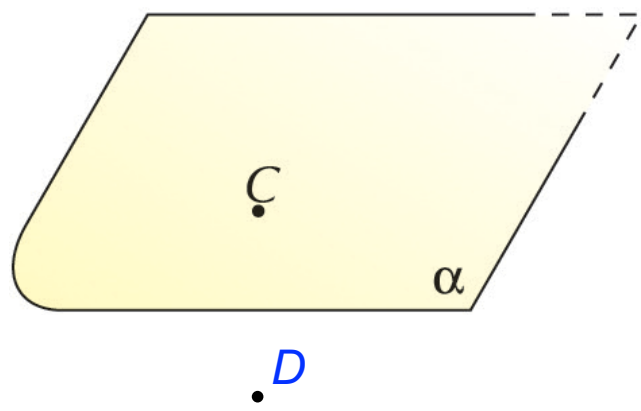
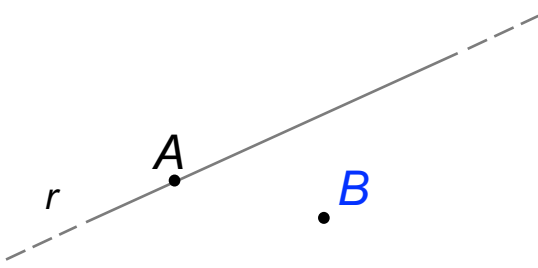
- quarto ente fondamentale
- dotato di tre dimensioni:
 - lunghezza,
 - larghezza
 - altezza.

M Gli enti geometrici fondamentali

Il rapporto tra gli enti geometrici fondamentali

Punto, retta, piano, possono assumere diverse posizioni reciproche.

Un punto può **appartenere** ad una retta o a un piano; ad esempio $A \in r$; $C \in \alpha$



Un punto può **non appartenere** ad una retta o a un piano;

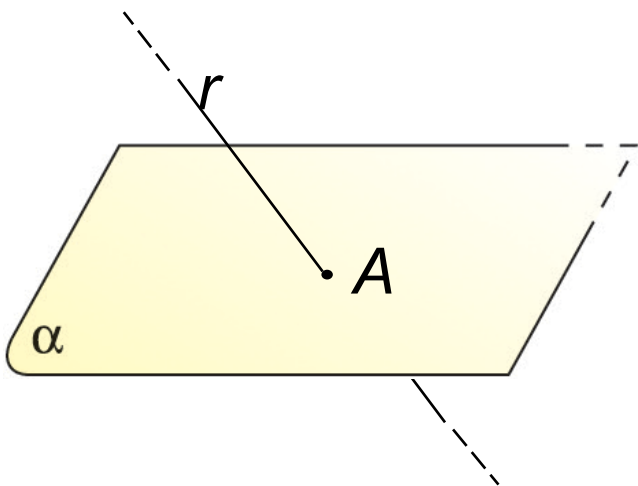
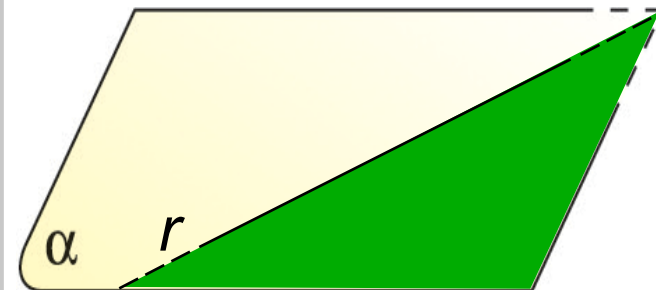
ad esempio $B \notin r$; $D \notin \alpha$

M Gli enti geometrici fondamentali

Una retta **giace** sul piano:

- se tutti i suoi punti appartengono anche al piano.
- lo divide in due parti infinite,
- ciascuna parte prende il nome di **semipiano**.

Si dice che la retta è **origine** dei due semipiani.

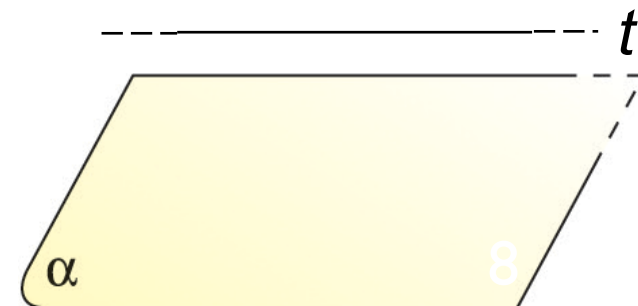


Una retta **interseca** il piano:

- Se solo un punto della retta appartiene anche al piano.

Il punto A , in comune tra la retta e il piano, si chiama **punto di intersezione**.

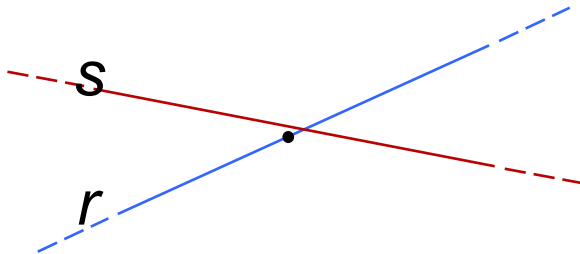
Una retta è **parallela** al piano quando nessuno dei suoi punti appartiene anche al piano.



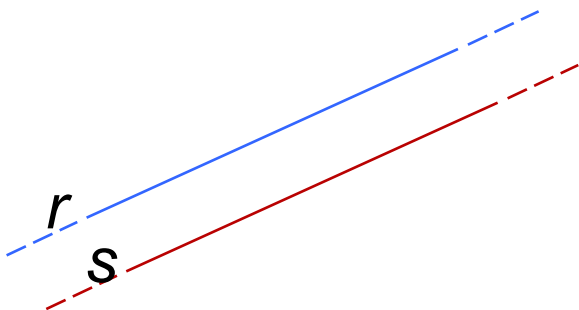
M Gli enti geometrici fondamentali

DEFINIZIONE. Due rette che appartengono allo stesso piano si dicono **complanari**.

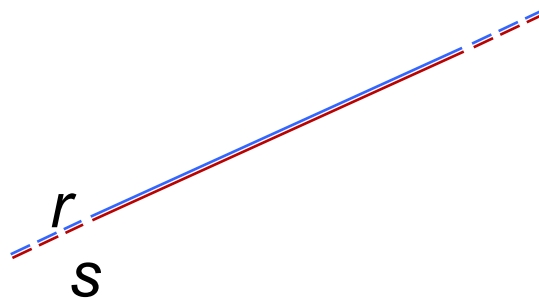
DEFINIZIONE. Due rette complanari si dicono **incidenti** se hanno un solo punto in comune.



DEFINIZIONE. Due rette complanari si dicono **parallele** se non hanno alcun punto in comune.



DEFINIZIONE. Due rette complanari si dicono **coincidenti** se hanno tutti i punti in comune.



Assiomi della geometria

ASSIOMA DI ORDINE

ASSIOMA DI APPARTENENZA alla retta

Assiomi d'ordine della retta

Nell'insieme dei punti di una retta è possibile introdurre due relazioni d'ordine totale, con le seguenti proprietà:

- dati due punti distinti A e B , tali che A precede B , esiste sempre un punto C compreso tra A e B
- Dato un punto P , esistono sempre due punti A e B , tali che A precede P e P precede B

ASSIOMA DI ORDINE

I punti di una retta possono essere ordinati in modo che valgano le seguenti proprietà :

ASSIOMA a dati due punti distinti A e B, tali che A precede B, esiste sempre un punto C compreso tra A e B (cioè tale che A precede C e C precede B)



ASSIOMA b. dato un punto P, esistono sempre due punti A e B, tali che A precede P e P precede B

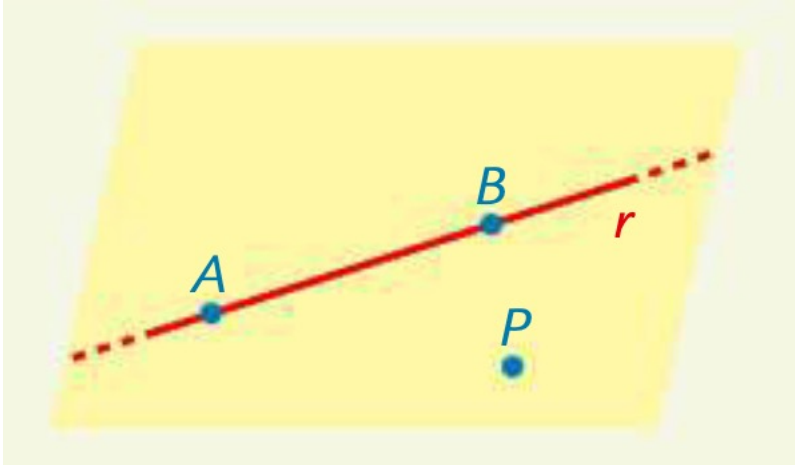


M Gli assiomi della geometria

ASSIOMA DI APPARTENENZA alla retta

ASSIOMA a A ogni retta appartengono almeno due punti distinti **A B**

ASSIOMA b. Dati due punti distinti esiste una e una sola retta alla quale appartengono entrambi **r**



ASSIOMA DI APPARTENENZA al piano

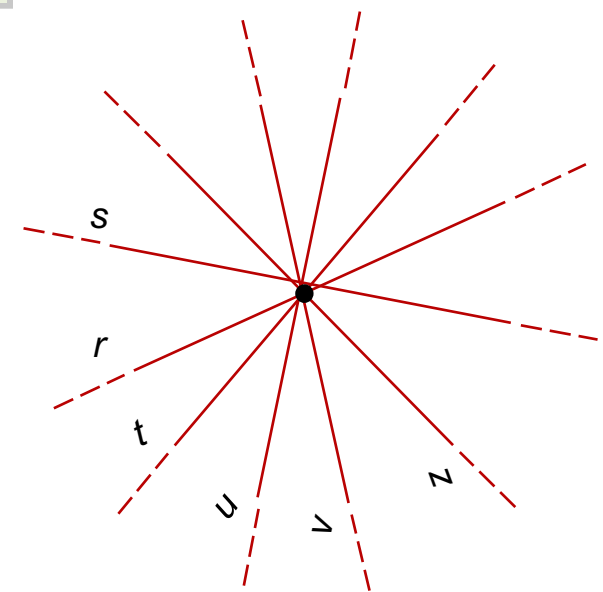
ASSIOMA c. Ogni piano contiene almeno tre punti non allineati. **A B P**

M Gli assiomi della geometria

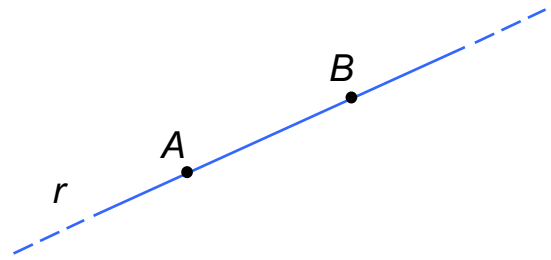
Utilizzando gli assiomi che abbiamo fin qui assunto, sarebbe possibile dimostrare:

ASSIOMA 1. Per un punto passano infinite rette.

FASCIO PROPRIO DI RETTE.
 L'insieme delle infinite rette che passano per un punto del piano si chiama **fascio proprio di rette**;
 il punto per cui passano tutte le rette del fascio **si chiama centro del fascio**

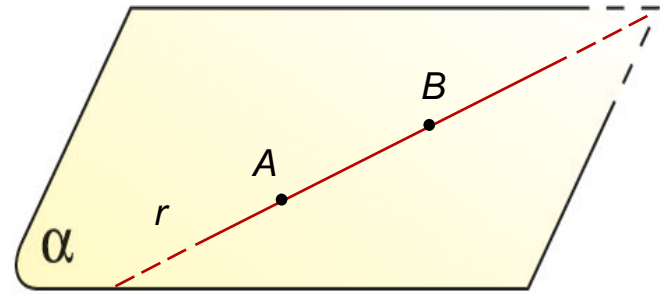


ASSIOMA 2. Dati due punti distinti, esiste una e una sola retta alla quale appartengono entrambi



M Gli assiomi della geometria

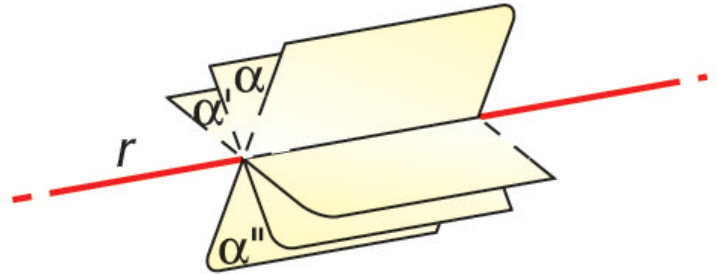
ASSIOMA 3. Se una retta ha in comune con un piano due punti allora giace tutta su di esso.



Infatti:

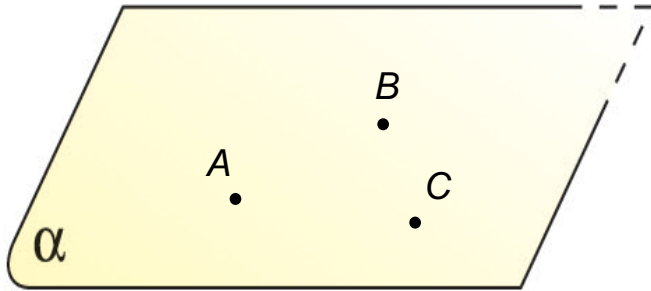
*Se la **retta** ha in comune con un **piano un solo punto** allora la retta potrebbe giacere su un piano oppure potrebbe intersecarlo.*

ASSIOMA 4. Per una retta passano infiniti piani.

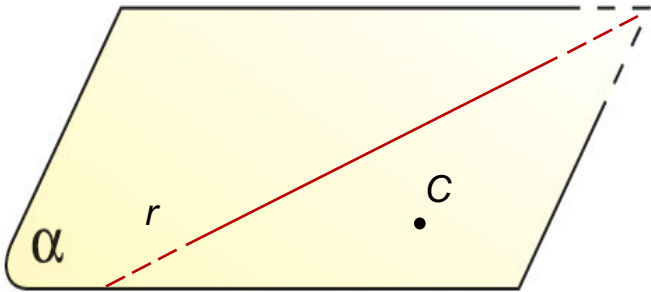


M Gli assiomi della geometria

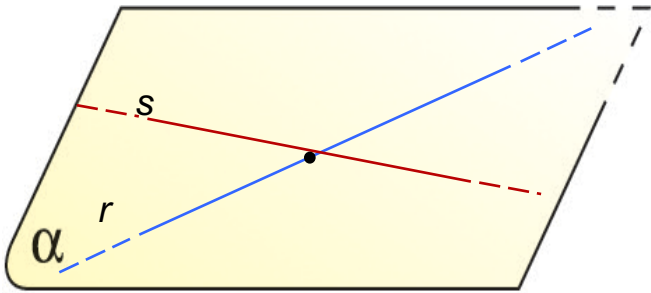
ASSIOMA 5. Per tre punti distinti non appartenenti ad una stessa retta, cioè non allineati, passa uno e un solo piano.



ASSIOMA 5a. Per una retta e un punto fuori di essa passa un solo piano.



ASSIOMA 5b. Per due rette incidenti passa un solo piano.



Pag. 440 vol 1

- 4** Disegna due punti distinti A e B . Quante rette si possono tracciare per A e B ? In base a quale assioma?
- 5** Disegna tre punti distinti e non allineati A , B e C e tutte le possibili rette che passano per due di essi. Quante rette hai potuto tracciare?
- 6** Disegna quattro punti distinti A , B , C e D , a tre a tre non allineati, e tutte le possibili rette che passano per due di essi. Quante rette hai potuto tracciare?
- 7** Disegna una retta r e considera su di essa tre punti distinti A , B , C ; considera poi due punti distinti D ed E , non appartenenti a r . Traccia tutte le possibili rette passanti per due dei cinque punti A , B , C , D , E . Quante rette hai potuto tracciare?
- 8** Considera la retta disegnata qui sotto, dove il verso di percorrenza è quello indicato dalla freccia.

A B C D

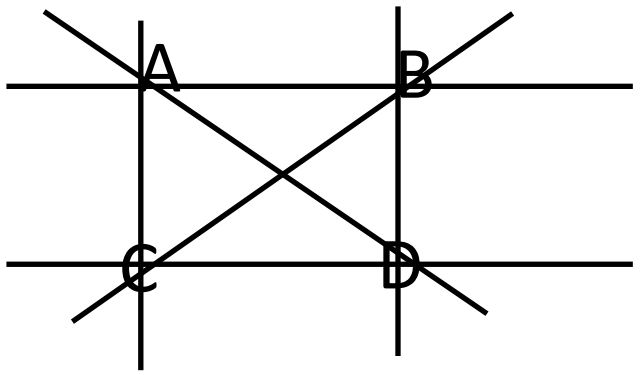
M Esercitazione

Pag. 440 vol 1

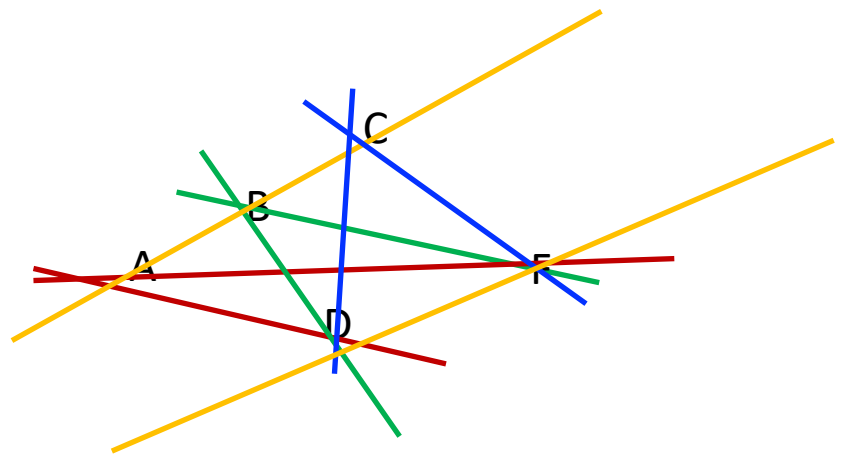
4). 1^a assioma di appartenenza

5) 3

6) 6



7) 8



Pag. 440 vol 1

8 Considera la retta disegnata qui sotto, dove il verso di percorrenza è quello indicato dalla freccia.



Completa le seguenti frasi in modo che risultino corrette.

- | | | |
|----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|
| a. B precede sia C sia | c. B è preceduto da | e. C è compreso tra e |
| b. D B | d. B segue | f. B tra A e C |

9 Dopo avere fissato su una retta un verso di percorrenza, rappresenta su di essa quattro punti A , B , C e D , in modo che A preceda C e B sia compreso tra C e D (rispetto all'ordine indotto dal verso di percorrenza).

- 4** Disegna due punti distinti A e B . Quante rette si possono tracciare per A e B ? In base a quale assioma?
- 5** Disegna tre punti distinti e non allineati A , B e C e tutte le possibili rette che passano per due di essi. Quante rette hai potuto tracciare?
- 6** Disegna quattro punti distinti A , B , C e D , a tre a tre non allineati, e tutte le possibili rette che passano per due di essi. Quante rette hai potuto tracciare?
- 7** Disegna una retta r e considera su di essa tre punti distinti A , B , C ; considera poi due punti distinti D ed E , non appartenenti a r . Traccia tutte le possibili rette passanti per due dei cinque punti A , B , C , D , E . Quante rette hai potuto tracciare?
- 8** Considera la retta disegnata qui sotto, dove il verso di percorrenza è quello indicato dalla freccia.

A B C D

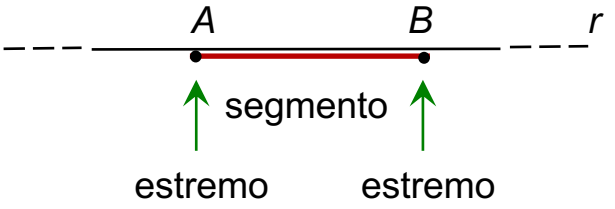
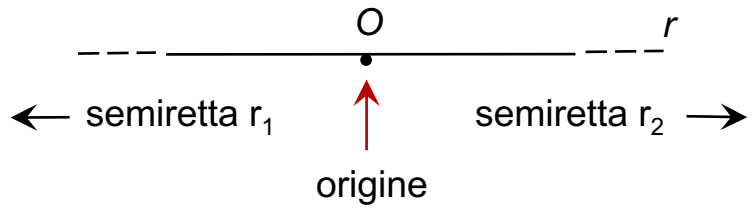
La semiretta e il segmento

FIGURA GEOMETRICA

Chiamiamo figura geometrica ogni sottoinsieme del piano

La semiretta e il segmento

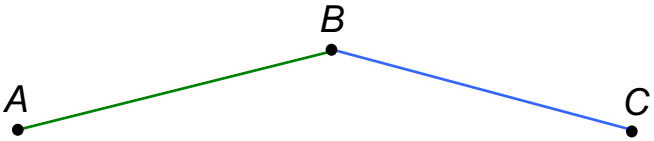
DEFINIZIONE. La **semiretta** è ciascuna delle due parti, infinite, in cui una retta è divisa da un punto. Tale punto è detto **origine** delle due semirette.



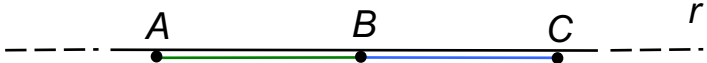
DEFINIZIONE. Il **segmento** è la parte di retta compresa tra due punti.

Segmenti consecutivi e segmenti adiacenti

DEFINIZIONE. Due segmenti AB e BC si dicono **consecutivi** se hanno un estremo B in comune.

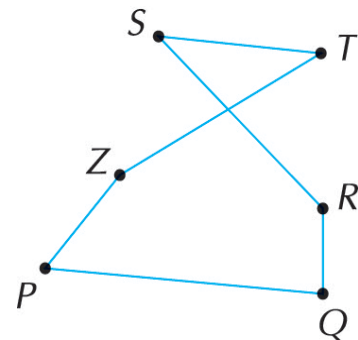


DEFINIZIONE. Due segmenti si dicono **adiacenti** se sono consecutivi e appartengono alla stessa retta.

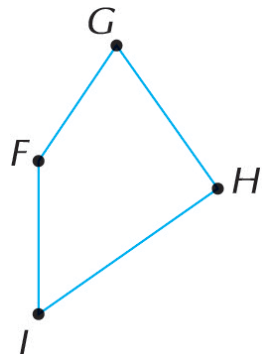


M La spezzata

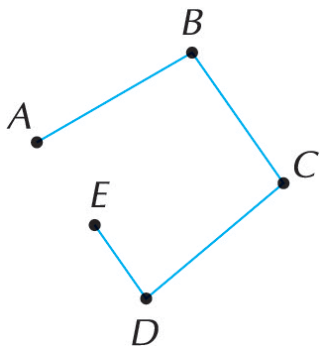
DEFINIZIONE. Una linea formata da due o più segmenti a due a due consecutivi si chiama **spezzata** o **poligonale**.



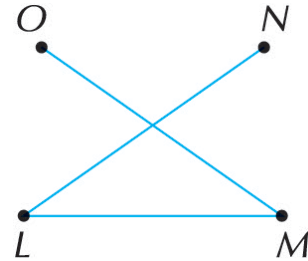
Spezzata intrecciata chiusa



Spezzata chiusa o poligonale



Spezzata aperta



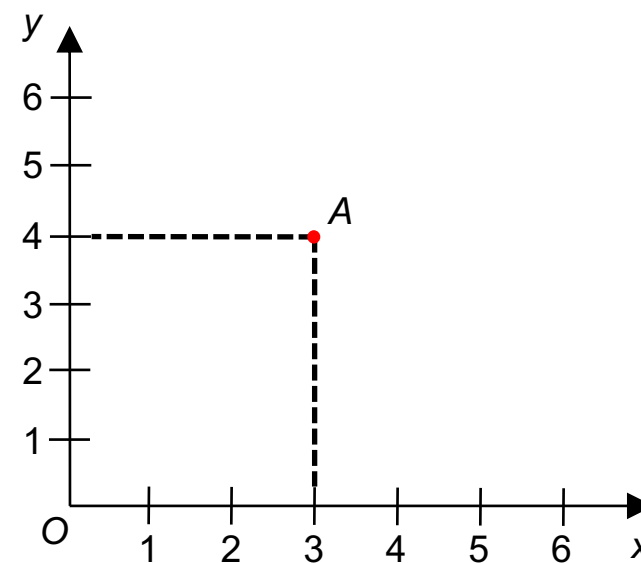
Spezzata intrecciata aperta

M Il piano cartesiano

È possibile individuare qualsiasi punto, indicando i numeri corrispondenti agli spostamenti sull'asse orizzontale e verticale. La coppia che indica tali spostamenti prende il nome di **coordinate cartesiane** del punto.

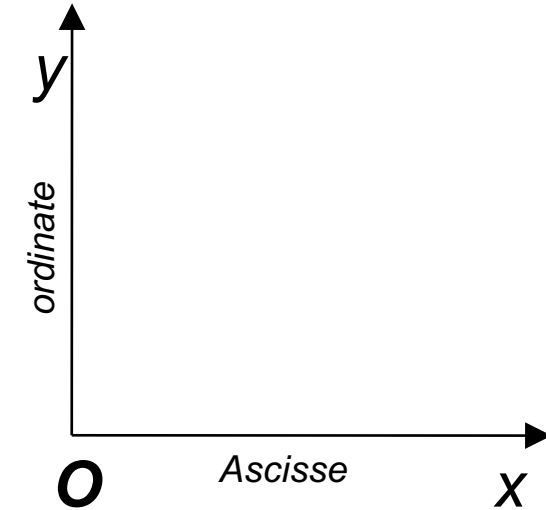
Ad esempio il punto A si ottiene spostandosi di 3 unità in orizzontale e 4 in verticale e si può pertanto scrivere nella forma:

$$A(3; 4)$$



Il **piano cartesiano** è caratterizzato dalla presenza di due rette orientate (verso destra e verso l'alto) tra loro perpendicolari che assumono il nome di **assi cartesiani**, e in particolare:

- **asse delle ascisse** (o delle x), quello orizzontale;
- **asse delle ordinate** (o delle y), quello verticale.



Il punto d'intersezione degli assi è detto **origine**. È indicato normalmente con la lettera O e corrisponde al punto di coordinate $(0; 0)$.

10E Completa la seguente tabella, sul modello delle prime righe svolte. P e Q indicano due punti, r ed s due rette e α un piano.

In simboli	A parole
$r \cap s = \emptyset$	Le due rette r ed s non hanno punti in comune
$r \subset \alpha$	La retta r giace sul piano α
$P \in r$
.....	Il punto Q non appartiene al piano α
$r \cap s = \{Q\}$
.....	Il punto di intersezione tra r ed s è P
$s \not\subset \alpha$

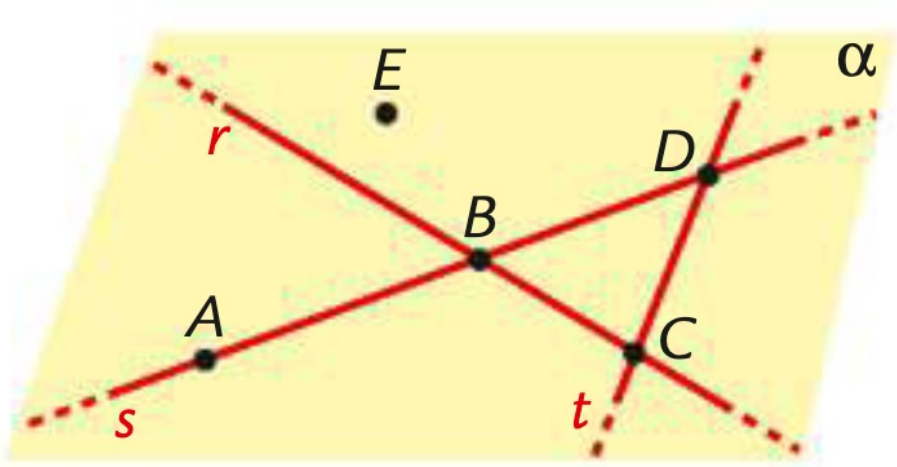
11 **Caccia all'errore.** Sia P un punto, siano r ed s due rette e α un piano. Alcune delle seguenti scritture **non** sono formalmente corrette:

$$P \in r \quad P \notin s \quad r \in \alpha \quad r \cap s = P \quad P \cup r = r$$

Individua quali e spiega perché.

M Esercitazione

12 Considera la figura e completa le seguenti scritte in modo che esprimano relazioni vere (il modo di completare non è unico).



- a. $A \notin \dots$
- b. $\dots \in s$
- c. $E \dots r$
- d. $E \dots \alpha$

- e. $r \cap s = \dots$
- f. $s \cap \dots = \{D\}$
- g. $\dots \cap t = \{C\}$
- h. $r \cap s \cap t = \dots$

- i. $\{A\} \cup s = \dots$
- j. $t \cup \alpha = \dots$

13 Vero o falso?

Fai riferimento alla figura qui sotto:



- a. la semiretta di origine B che contiene C si può indicare con il simbolo BC
- b. la semiretta di origine B che contiene A si può indicare con il simbolo AB
- c. A non appartiene alla semiretta CB
- d. B appartiene alla semiretta CA
- e. la semiretta AC ha origine A e contiene C
- f. la semiretta BC ha origine B e contiene A

V F

$BC =$ segmento

V F

$AB =$ segmento

V F

V F

V F

V F

A è esterno alla semiretta
Con origine in B che contiene

19 Videolezione Vero o falso?

Fai riferimento alla figura qui sotto e stabilisci se le affermazioni seguenti sono vere o false.



- a. i segmenti AB e BC sono consecutivi
- b. i segmenti AB e BD sono adiacenti
- c. i segmenti AB e CD sono adiacenti
- d. i segmenti BC e CD sono consecutivi
- e. i segmenti AC e BD sono adiacenti

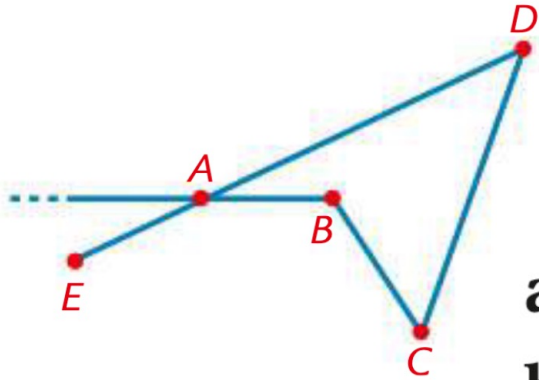
<input type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F
<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F
<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F

[3 affermazioni vere e 2 false]

M Esercitazione

20 Vero o falso?

In riferimento alla figura qui sotto, stabilisci se le affermazioni seguenti sono vere o false.



- a. i segmenti AB e BC sono consecutivi
- b. i segmenti BC e CD sono adiacenti
- c. i segmenti EA e AD sono consecutivi
- d. i segmenti EA e AD sono adiacenti
- e. i segmenti ED e AB sono consecutivi
- f. i segmenti EA ed ED sono adiacenti

<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F
<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F
<input type="checkbox"/> V	<input checked="" type="checkbox"/> F
<input checked="" type="checkbox"/> V	<input type="checkbox"/> F

[3 affermazioni vere e 3 false]

14 In riferimento alla figura qui sotto, completa le seguenti uguaglianze; in esse le scritture AB , BC , AC , BD e AD rappresentano segmenti.



a. $AB \cup BC = AC$

b. $AB \cap BC = B$

c. $AC \cap BD = BC$

d. $AC \cup BD = AD$

e. $AD \cup BC = AD$

f. $AD \cap BC = BC$

g. $AB \cup BD = AD$

h. $AB \cap CD = \emptyset$



Esercitazione



Esercitazione



Esercitazione