

# IL CALCOLO LETTERALE

## I Monomi

## Consideriamo le espressioni algebriche

$$2x^3y^2$$

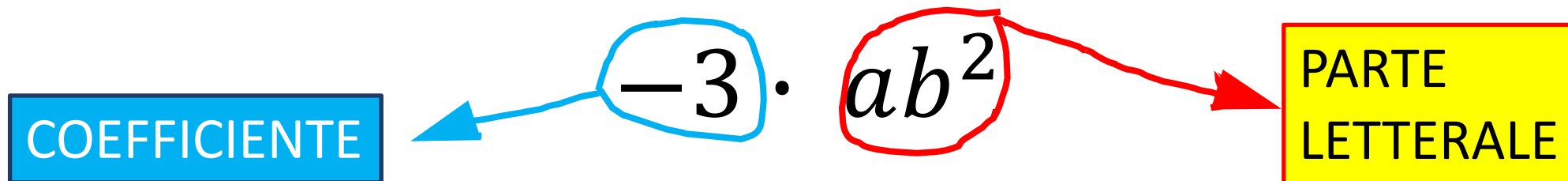
$$3abc$$

$$2xy^3xyz$$

## MONOMIO

- È un'espressione algebrica nella quale:
- Compaiono solo operazioni di **moltiplicazione**, **divisione** ed **elevamento a potenza**.
- gli esponenti delle variabili sono **numeri naturali**

Vediamo com'è costituito un monomio



a. Sono monomi:

$$2x^6y^7$$

$$3x^6$$

$$5^{-1}ab$$

Nota che, in un monomio, i numeri possono avere esponenti negativi.

b. Non sono monomi:

$$x + y$$

$$\frac{x}{y}$$

$$xy^{-2}$$

Non è un monomio perché la variabile  $y$  ha esponente negativo.

La prima espressione non è un monomio perché compare l'addizione; la seconda non è un monomio perché compare la divisione.

# Monomio in forma normale

Un monomio è ridotto in forma normale quando si presenta

- come prodotto di un solo fattore numerico
- di potenze letterali con basi diverse tra loro

$$2xy3xyz = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x \cdot y \cdot y \cdot z = (2 \cdot 3) \cdot (x \cdot x) \cdot (y \cdot y) \cdot z = 6x^2y^2z$$

**Proprietà commutativa**

**Proprietà associativa**



**Monomio**



**Monomio  
Ridotto**

**A forma normale**

## Grado di un monomio

### Grado complessivo di un monomio

Si dice **grado del monomio** la somma degli esponenti di tutte le sue lettere

$$-\frac{2}{3}ab^2$$

Ha grado  $1+2=3$

### Grado di un monomio rispetto a una lettera

Si dice **grado del monomio rispetto ad una lettera** l'esponente con cui quella lettera compare nel monomio

$$-\frac{2}{3}a^3b^2$$

Ha grado 3 rispetto alla lettera  $a$

Ha grado 2 rispetto alla lettera  $b$

Stabilisci il grado rispetto a ogni lettera e il grado complessivo dei seguenti monomi.

**104**  $2abc$

$3a^2b^2c$

$xy$

$5ab^3c^2$

**105**  $x^2y^2$

$x^2y^2z^3$

$4a^2b$

$6abc^4$

**106**  $x^3y^2x$

$mn^2mn$

$p^5q^4r^3$

$u^2vuv^3$

**107** Quale valore occorre attribuire a  $n \in \mathbf{N}$  se si vuole che il monomio  $x^3y^n z$  abbia grado 10?

**108** Quale valore occorre attribuire a  $m \in \mathbf{N}$  se si vuole che il monomio  $x^3y^2z^m$  abbia grado 12?

**115** Completa la seguente tabella:

Monomio	Coefficiente	Parte letterale	Grado rispetto alla lettera x	Grado rispetto alla lettera y	Grado rispetto alla lettera z	Grado complessivo
$xyz^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-3x^2y^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$-x^3y^2z^4$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$2xy^4x^2y^3$	.....	.....	.....	.....	.....	.....

## Monomi (simili, uguali, opposti)

Due monomi si dicono **SIMILI** quando hanno la stessa parte letterale

$$-\frac{2}{3}ab^2.$$

$$-6ab^2.$$

Due monomi si dicono **UGUALI** se sono simili ed hanno lo stesso coefficiente

$$-\frac{1}{2}ab^2.$$

$$-\frac{1}{2}ab^2.$$

Due monomi si dicono **OPPOSTI** se sono simili ed hanno coefficienti opposti

$$-\frac{1}{2}a^3b^2.$$

$$+\frac{1}{2}a^3b^2.$$



## ■ Monomi simili, uguali, opposti

**109** Nel seguente gruppo di monomi, individua quelli tra loro simili:

$$-2a^2, \quad a^3, \quad \frac{1}{2}ax, \quad a^2, \quad -3ax, \quad 2a^2x^2, \quad \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)a^3$$

**110** Scrivi i monomi opposti ai seguenti dopo averli riscritti, se non lo sono, in forma normale:

$$3a^2bab, \quad -2a^3b^4, \quad \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right)x^3, \quad \frac{1}{4}x^2y8xy^5$$

**111** Quali valori occorre attribuire alle variabili  $m, n, t$  se si vuole che l'espressione  $a^{n+3}b^m c^t$  sia un monomio simile al monomio  $3a^5b^3$ ?

**112** Quali valori occorre attribuire alle variabili  $m, n, t$  se si vuole che l'espressione  $2a^{n-2}b^{m+1}c^{2t}$  sia un monomio simile al monomio  $6a^7b^5c^{12}$ ?

## Esempi

Esempi	Controesempi
$3ab$ e $6ab$ sono simili	$3a^2b$ e $6ab^2$ <b>non</b> sono simili
$-5a$ e $7a$ sono simili	$7a$ e $7b$ <b>non</b> sono simili

Monomio	Grado rispetto a $x$	Grado rispetto a $y$	Grado complessivo
$6x^2y^7$	2	7	$2 + 7 = 9$
$3y$	0	1	$0 + 1 = 1$
5	0	0	0

1. Quali, fra le seguenti espressioni, sono monomi?

- a.  $-xy$       b.  $4x^{-6}y^7$       c.  $5x^5y^{15}$       d.  $\frac{x^6}{y^7}$       e.  $3x^6 + x^5$

2. Dopo avere scritto in forma normale il monomio  $\frac{1}{2}x^3y^24zy^4$ , identifica il coefficiente, la parte letterale, il grado complessivo e il grado rispetto a ciascuna lettera.

3. Qual è il grado del monomio  $-\frac{1}{3}m^2n^7z^8$ ?

- A 2       B 7       C 8       D 17

4. Quale dei seguenti monomi è simile a  $3p^2q^3$ ?

- A  $2p^2$        B  $-3pq^3$        C  $8pqpq^2$        D  $3p^3q^2$

Espressione	È un monomio?		In caso affermativo è in forma normale?
$2x + 3y$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$3xy^{-2}$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$xyx^2y$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$-2xy^2$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$\frac{1}{xy}$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$-3$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No
$a^3b^2a$	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	perché .....	<input type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No

Monomio	Coefficiente	Parte letterale
$3xy$	.....	.....
$a^2b$	.....	.....
$+5$	.....	.....
$-x$		

## Monomi simili

Due monomi sono **simili** se hanno la stessa parte letterale con gli stessi esponenti.

## Somma algebrica

La **somma algebrica** di due o più **monomi simili** è un monomio simile a quelli dati che ha come coefficiente la **somma algebrica dei coefficienti**.

$$3ab^2 + 5ab^2 = 8ab^2$$

$$\frac{2}{3}ab^3 + ab^3 = \frac{2ab^3 + 3ab^3}{3} = \frac{5}{3}ab^3$$

Esempio

$$-\frac{1}{2}a^2b + \frac{7}{2}a^2b - a^2b = \left(-\frac{1}{2} + \frac{7}{2} - 1\right)a^2b = \left(\frac{-1 + 7 - 2}{2}\right)a^2b = 2a^2b$$

Attenzione al coefficiente!

$$5x^2y + (-5x^2y) = (5 - 5)x^2y = 0x^2y = 0$$

La somma di due monomi opposti è il monomio nullo

Semplifica le seguenti espressioni.

---

$$1. (-x^2) - (-4x^2) \qquad [3x^2]$$

$$2. (2xy^2) - (-3xy^2) \qquad [5xy^2]$$

$$3. \frac{1}{2}ab - 6ab - \frac{3}{2}ab \qquad [-7ab]$$

$$4. 2xy + 3x^2y - \frac{1}{3}xy - 4x^2y + \frac{4}{3}xy \qquad [3xy - x^2y]$$

**120** Vero o falso?

- a. la somma di due monomi è sempre un monomio
- b. la differenza di due monomi può non essere un monomio
- c. l'addizione algebrica è un'operazione interna a ogni insieme di monomi simili
- d. la somma di due monomi opposti è il monomio nullo
- e. la differenza di due monomi uguali non è un monomio

V  X

V  X


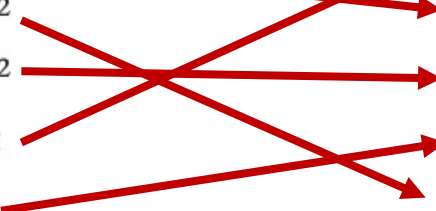



V  F

X  F

V  F

[3 affermazioni vere e 2 false]

**121** Associa a ogni operazione nella prima colonna il suo risultato nella seconda.

- |                 |   |                         |
|-----------------|---|-------------------------|
| a. $3a + 2a$    |    | A. $a$                  |
| b. $a^2 + 4a^2$ |   | B. $5a$                 |
| c. $a^2 + 4b^2$ |    | C. non è semplificabile |
| d. $3a - 2a$    |   | D. $0$                  |
| e. $a^2 - a^2$  |  | E. $5a^2$               |



Per ciascuna delle seguenti coppie di monomi, calcoliamo la somma e la differenza:

a.  $3xy, -2xy$       b.  $\frac{1}{2}x^2, 0,2x^2$       c.  $2a, 3b$

Coppia di monomi	Somma	Differenza
$3xy, -2xy$	$(3xy) + (-2xy) =$ $= 3xy - 2xy =$ <b>Togliendo le parentesi</b> $= (3 - 2)xy = xy$ <b>Proprietà distributiva</b>	$(3xy) - (-2xy) =$ $= 3xy + 2xy =$ <b>Togliendo le parentesi</b> $= (3 + 2)xy = 5xy$ <b>Proprietà distributiva</b>
$\frac{1}{2}x^2, 0,2x^2$	$\frac{1}{2}x^2 + 0,2x^2 =$ $= \left(\frac{1}{2} + 0,2\right)x^2 =$ <b>Proprietà distributiva</b> $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5}\right)x^2 = \frac{7}{10}x^2$	$\frac{1}{2}x^2 - 0,2x^2 =$ $= \left(\frac{1}{2} - 0,2\right)x^2 =$ <b>Proprietà distributiva</b> $= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right)x^2 = \frac{3}{10}x^2$
$2a, 3b$	$2a + 3b$ <b>Dato che i monomi <math>2a</math> e <math>3b</math> non sono simili, questa espressione non si può ulteriormente semplificare</b>	$2a - 3b$ <b>Dato che i monomi <math>2a</math> e <math>3b</math> non sono simili, questa espressione non si può ulteriormente semplificare</b>

**123** Completa la seguente tabella, sull'esempio della seconda riga.

Monomio A	Monomio B	A e B sono simili?	A + B	A + B è un monomio?	A - B	A - B è un monomio?
$2x$	$3x$	Sì	$2x + 3x = 5x$	Sì	$2x - 3x = -x$	Sì
$-3x^2y^2$	$3x^2y^2$	.....	.....	.....	.....	.....
$a^2b$	$3ab^2$	.....	.....	.....	.....	.....
$-\frac{1}{2}a$	$-\frac{3}{4}a$	.....	.....	.....	.....	.....

## ■ Riduzione dei termini simili

### 132 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo la seguente espressione, riducendo i termini simili:

$$x - \frac{1}{2}y + z - (-2x) + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}z - (-x) + \frac{5}{2}z$$

$$x - \frac{1}{2}y + z - (-2x) + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}z - (-x) + \frac{5}{2}z =$$

$$= \underline{x} - \frac{1}{2}y + \underline{z} + \underline{2x} + \frac{3}{2}y - \frac{1}{2}z + \underline{x} + \frac{5}{2}z =$$

Togliendo le parentesi e contrassegnando i termini simili

$$= (1 + 2 + 1)x + \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right)y + \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)z =$$

In base alla proprietà distributiva

$$= 4x + \left(\frac{-1 + 3}{2}\right)y + \left(\frac{2 - 1 + 5}{2}\right)z =$$

$$= 4x + y + 3z$$

Semplifica le seguenti espressioni, riducendo i termini simili.

$$\mathbf{133} \quad -3x + 7x - 8x - x \qquad [-5x]$$

$$\mathbf{134} \quad a + b - 2a + 3a - b \qquad [2a]$$

$$\mathbf{135} \quad m - (-2n) + (-m) + 2m - 3n \qquad [2m - n]$$

$$\mathbf{136} \quad 3x^2 - 5y^2 - (-5x^2) + y^2 \qquad [8x^2 - 4y^2]$$

$$\mathbf{137} \quad -2u + 3v - (-u) + (-u + v) \qquad [4v - 2u]$$

$$\mathbf{138} \quad \frac{1}{2}x - \left(-\frac{3}{2}y\right) + \frac{3}{2}x - \left(-\frac{1}{2}y\right) \qquad [2x + 2y]$$

$$\mathbf{139} \quad \frac{1}{3}a + \frac{1}{6}b - \left(-\frac{2}{3}a\right) - \left(-\frac{5}{6}b\right) \qquad [a + b]$$

$$\mathbf{140} \quad \left(\frac{1}{5}x^2 - \frac{1}{15}y^2\right) + \frac{4}{5}x^2 - \frac{1}{30}y^2 + \frac{1}{10}y^2 \qquad [x^2]$$

**Prodotto algebrico** IL prodotto tra due o più monomi è un monomio che ha come coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale la somma degli esponenti delle lettere uguali.

**Esempio**

$$(-5ab) \cdot (-7a^2b^3) =$$

Proprietà commutativa  $= (-5) \cdot (-7) \cdot (aa^2) \cdot (bb^3) =$

Proprietà associativa  $= +35 \cdot (aa^2) \cdot (bb^3) =$

Proprietà delle potenze  $= +35 \cdot a^3b^4 =$

$$\begin{aligned}
 \text{a. } & (-2a^2b) \cdot (-3ab^5) = \\
 & = (-2a^2b^1) \cdot (-3a^1b^5) = \\
 & = [(-2) \cdot (-3)] a^{2+1} b^{1+5} = \\
 & = +6a^3b^6
 \end{aligned}$$

Ricorda che  $b = b^1$  e  $a = a^1$

Moltiplicando i coefficienti e sommando gli esponenti delle lettere uguali

$$\text{b. } \left(-\frac{3}{2}x^4y^2\right) \left(\frac{10}{3}xy^3\right) = \left[\left(-\frac{\cancel{3}^1}{\cancel{2}_1}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{10}^5}{\cancel{3}_1}\right)\right] x^{4+1}y^{2+3} = -5x^5y^5$$

$$\begin{aligned}
 \text{c. } & \left(-\frac{1}{2}xz\right) \left(\frac{4}{3}x^2y^3\right) (-3xyz^4) = \\
 & = \left[\left(-\frac{\cancel{1}}{\cancel{2}_1}\right) \cdot \left(\frac{\cancel{4}^2}{\cancel{3}_1}\right) \cdot (-\cancel{3}^1)\right] x^{1+2+1}y^{3+1}z^{1+4} = +2x^4y^4z^5
 \end{aligned}$$

# Operazioni con i monomi:

# la divisione

## Divisione

Il quoziente di due monomi divisibili è un monomio avente :

come **coefficiente** il **quoziente dei coefficienti**

come **parte letterale** **tutte le lettere del dividendo ( numeratore)** scritte una volta sola ciascuna e

con **esponente la differenza degli esponenti** tra dividendo e divisore.

$$\frac{18a^3b^6c^4}{-9a^2b^4c}$$

il dividendo contiene tutte le lettere del divisore con esponente maggiore o uguale

il divisore diverso da zero,

$$\frac{18a^3b^6c^4}{-9a^2b^4c} = \frac{18}{-9} \cdot \frac{a^3}{a^2} \cdot \frac{b^6}{b^4} \cdot \frac{c^4}{c^3} =$$

$$= -2(a^3 \div a^2)(b^6 \div b^4)(c^4 \div c^3) =$$

$$= -2ab^2c$$








Esercizi preliminari

157 Vero o falso?

- a. il prodotto di due monomi è sempre un monomio  V  F
- b. il quoziente di due monomi opposti non è un monomio  V  F
- c. la divisione è un'operazione interna all'insieme dei monomi  V  F
- d. per elevare un monomio al cubo basta elevare al cubo il suo coefficiente  V  F
- e. dati due monomi simili, ciascuno di essi è sempre divisibile per l'altro  V  F

[2 affermazioni vere e 3 false]

158 Associa a ogni operazione nella prima colonna il suo risultato nella seconda.

- |                          |   |   |
|--------------------------|---|---|
| a. $2a^3 \cdot 4a^2$     |    | A. 1  |
| b. $(2a^2)^3$            |    | B. $8a^5$                                   |
| c. $(16a^{10}) : (2a^2)$ |    | C. non è eseguibile nell'insieme dei monomi |
| d. $(-2a^3) : (-2a^3)$   |  | D. $8a^6$                                   |
| e. $(2a^2) : (4a^5)$     |  | E. $8a^8$                                   |

Esegui le seguenti moltiplicazioni.

**160**  $(-2x)(-2x^2)$

**161**  $(-2a)(+3a^2)$

**162**  $(-4x^3)(-5x^2)$

**163**  $(-4a^5)(-12a^7)$

**164**  $(-6x^5)(+5x^5)$

**165**  $(+4x^4y^3)(-5x^2)$

**166**  $(-2x^2y)(-3xy^3)$

**167**  $(-5x^3yz)(+2xyz^2)$

**168**  $\left(-\frac{2}{3}xy\right)\left(+\frac{1}{2}x^2y^3\right)$

**169**  $\left(-\frac{2}{3}a^2b^3\right)(-9ab^2)$

**170**  $\left(\frac{1}{2}a^3b^2c\right)\left(-\frac{4}{3}abc^3\right)$

$(+4x^2)(-2x^3)$

$(2a)(4a)$

$(-10a^2b)(-3ab^2)$

$(-10a^3b^2)(+7ab^4)$

$(-2a^2b^4)\left(-\frac{1}{2}a^5b^2\right)$

$\left(-\frac{2}{3}ab^7\right)\left(-\frac{3}{2}a^6b^2\right)$

$(+5x^2y^3z)(-2xyz^2)$

$(-3x^6y^4)(+7xy^8)$

$\left(-\frac{5}{4}x\right)\left(-\frac{2}{3}x^2\right)$

$(-4a^7)\left(-\frac{3}{2}a^8\right)$

$\left(\frac{1}{2}m^2\right)\left(-\frac{1}{4}mn^2\right)(-8m^2n^3)$

$[-6a^3; 8a^2]$

$[48a^{12}, -70a^4b^6]$

$[-20x^6y^3, a^7b^9]$

$[-10x^4y^2z^3; -21x^7y^{12}]$

$[+6a^3b^5; +6a^{15}]$

Esegui le seguenti divisioni, se sono possibili nell'insieme dei monomi.

**251**  $(2a^3) : (2a)$

$(+32a^8) : (-4a^6)$

**252**  $(9x^3) : (-3x)$

$(-27x^4) : (-3x^2)$

$[-3x^2; 9x^2]$

**253**  $(x^3y^2z) : (-2xyz)$

$(4x^3y^2z) : (-2xy)$

**254**  $(8a^5) : (-2a^3)$

$(-100x^8y^3) : (-20x^5y)$

$[-4a^2, 5x^3y^2]$

**255**  $(-20x^8) : (-5x^6)$

$(-33a^8b^9) : (-11a^8b^5)$

**256**  $\left(-\frac{1}{2}x^3y^5\right) : \left(\frac{1}{4}xy^2\right)$

$\left(-\frac{3}{2}x^3y^5\right) : \left(\frac{5}{4}xy^2z\right)$

$[-2x^2y^3; \text{non possibile}]$

**257**  $\left(-\frac{2}{3}ab^2c^4\right) : \left(-\frac{4}{3}ab^2c\right)$

$\left(-\frac{2}{5}a^3b^4c^{10}\right) : \left(-\frac{8}{25}a^3b^3c^8\right)$

Esegui le addizioni algebriche tra parentesi, quindi calcola i prodotti.

$$\text{176 } (-2xy - xy)(3x - 5x)$$

$$(-2a^2 + 5a^2)(-a^3 - 3a^3)$$

$$[6x^2y; -12a^5]$$

$$\text{177 } (-2x^2 + 3x^2)(-4x^3 - 2x^3)$$

$$\left(\frac{3}{2}xy - \frac{1}{3}xy\right)\left(-\frac{2}{7}xy^3\right)$$

$$\left[-6x^5; -\frac{1}{3}x^2y^4\right]$$

$$\text{178 } \left(\frac{m^5}{2} - \frac{m^5}{4} - m^5\right)(-3m^3 - m^3)$$

$$(-x^2y - 2x^2y)(3xy^2 - 5xy^2)$$

$$[3m^8; 6x^3y^3]$$

$$\text{179 } (0,2x^7y - x^7y)(-4x^2 - x^2)$$

$$(2x^3 - x^3)(-3x^2 - x^2)(-2x^6)$$

$$[4x^9y; 8x^{11}]$$

**180** Completa le seguenti uguaglianze in modo che risultino corrette.

a.  $(-2a^3)(\dots a^2) = +8a^{\dots}$

c.  $(-2a^{\dots}b^3)(-3a^2b^{\dots}) = \dots a^7b^6$

b.  $(5a^{\dots})(\dots a^2) = 30a^7$

d.  $(\dots x^2y)(-2x^{\dots}y^5) = -x^6y^{\dots}$

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\text{183 } (3a^3)(-2a^2) + (-5a^4)(-2a) \quad [4a^5]$$

$$\text{184 } (-2x^5)(-3x^2) + (-5x^4)(-2x^3) \quad [16x^7]$$

$$\text{185 } (3x^2 - 5x^2)(2x^4 - 4x^4) + (-2x^3)(-4x^3) \quad [12x^6]$$

$$\text{186 } (-7a^3 - a^3)(-5a^4) + (+8a^5)(-4a^2) \quad [8a^7]$$

$$\text{187 } 3x(-2xy) + 4x^2y - 2(+3x^2)(-y) \quad [4x^2y]$$

$$\text{188 } \left(-\frac{1}{3}a^3b^2\right)(+6ab^2) - (-16a^2b)\left(-\frac{3}{2}a^2b^3\right) \quad [-26a^4b^4]$$

$$\text{189 } \left(\frac{1}{3}a^2 - \frac{1}{2}a^2\right)(-6a^4) + (-2a)(-4a^5) \quad [9a^6]$$

$$\text{190 } (-3x^2)(2x^5) + (-2y^2)(-3y) + (-2x^3)(-4x^4) + 7y^3 \quad [2x^7 + 13y^3]$$

$$\text{191 } (-2x)(-3x) + x^2 + (-3x^2)(2x) - 6x^3 \quad [7x^2 - 12x^3]$$

**265** ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo l'espressione:

$$\left[ (-2x^3) \left( -\frac{3}{2}x^2 \right) \right]^2 : (-3x^7) - (-2x)(+3x)^2 + (-2x)^3 + 11x^3$$

---


$$\left[ (-2x^3) \left( -\frac{3}{2}x^2 \right) \right]^2 : (-3x^7) - (-2x)(+3x)^2 + (-2x)^3 + 11x^3 =$$

$$= (+3x^5)^2 : (-3x^7) - (-2x)(+3x)^2 + (-2x)^3 + 11x^3 =$$

$$= (+9x^{10}) : (-3x^7) - (-2x)(+9x^2) + (-8x^3) + 11x^3$$

$$= -3x^3 - (-18x^3) + (-8x^3) + 11x^3$$

$$= -3x^3 + 18x^3 - 8x^3 + 11x^3$$

$$= 18x^3$$

Eseguendo il calcolo nella parentesi quadra

Svolgendo le potenze

Eseguendo moltiplicazioni e divisioni

Togliendo le parentesi

Riducendo i termini simili

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\mathbf{266} \quad [(-2x)^2(-3x) + (-4x^2)^2 : (2x)]^3 \quad [-64x^9]$$

$$\mathbf{267} \quad [(-3a^2)(-2a^3)]^2 : (-3a^4)^2 \quad [4a^2]$$

$$\mathbf{268} \quad [(-10x^6) : (-5x^4) + (-9x^5) : (+3x^3)]^3 \quad [-x^6]$$

$$\mathbf{269} \quad \left[ (-2a^5)^3 : (-4a^7)^2 + \frac{5}{2}a \right]^2 \quad [4a^2]$$

$$\mathbf{270} \quad [(-3x^3)^2(-2x^2) + 10x^8]^2 : (4x^5)^2 \quad [4x^6]$$

$$\mathbf{271} \quad \left( -\frac{2}{3}a^2b \right)^3 : \left( -\frac{1}{6}a^3b \right) + (-2a) \left( -\frac{1}{2}ab \right)^2 \quad \left[ \frac{23}{18}a^3b^2 \right]$$

$$\mathbf{272} \quad [(-8x^4y^2)^2 : (-16x^2y) - (-2x^2y)^3]^3 \quad [64x^{18}y^9]$$

**Elevamento  
 A potenza**

La potenza di un monomio è il monomio che ha per coefficiente la potenza del suo coefficiente e per parte letterale la potenza della sua parte letterale.

$$\left(-\frac{1}{2}xy\right)^2 = \frac{1}{4}x^2y^2$$

$$\left(-\frac{2}{3}ab^2c^3\right)^3 = -\frac{8}{27}a^3b^6c^9$$

$$\left(-\frac{1}{2}xy\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}xy\right)\left(-\frac{1}{2}xy\right) = \frac{1}{4}x^2y^2$$

$$\left(-\frac{2}{3}ab^2c^3\right)^3 = \left(-\frac{2}{3}ab^2c^3\right)\left(-\frac{2}{3}ab^2c^3\right)\left(-\frac{2}{3}ab^2c^3\right) = -\frac{8}{27}a^3b^6c^9$$



Ricordiamo anche qui un paio di «calcoli veloci»

$$\left(-\frac{1}{2}xy\right)^1 = -\frac{1}{2}xy \quad \text{Potenza con esponente 1 è uguale alla base stessa}$$

$$\left(\frac{25}{316}a^{23}b^{18}c^9x^{15}y^{32}z^{20}\right)^0 = 1 \quad \text{Potenza con esponente 0 è **sempre** uguale a 1}$$

$$\left(\frac{2}{5}a^2b^2c\right)^{-2} = \left(\frac{5}{2a^2b^2c}\right)^2 = \frac{25}{4a^4b^4c^2} = \frac{25}{4}a^{-4}b^{-4}c^{-2}$$

Potenza con esponente negativo è uguale all'inversa della potenza

Calcoliamo le seguenti potenze:

a.  $(-2x^2)^4$     b.  $(-3x^3y^2)^3$

a.  $(-2x^2)^4 = (-2)^4 x^{2 \cdot 4} = 16x^8$

eleviamo il coefficiente  $-2$  alla quarta e moltiplichiamo per  $4$  l'esponente di  $x$

b.  $(-3x^3y^2)^3 = (-3)^3 x^{3 \cdot 3} y^{2 \cdot 3} = -27x^9y^6$

**218** Completa la seguente tabella, elevando ogni monomio all'esponente indicato.

base \ esponente	0	1	2	3	4
$-a^6$					
$-2a^2b$					
$3a^3b^2c$					
$-0,2a^3b^4$					

**219** Caccia all'errore. Completa la seguente tabella.

Uguaglianza	È corretta?	Eventuale correzione
$(-2a^2)^3 = -8a^8$	<input checked="" type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	.....
$(-2a^3)^4 = -16a^{12}$	<input type="checkbox"/> Sì <input checked="" type="checkbox"/> No	.....
$[-(-2a)^2]^3 = -64a^6$	<input checked="" type="checkbox"/> Sì <input type="checkbox"/> No	.....
$[-(-2a)^3]^2 = -64a^6$	<input type="checkbox"/> Sì <input checked="" type="checkbox"/> No	.....

**211**  $\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)^3$

$\left(+\frac{3}{2}a^3b^2\right)^2$

$\left(-\frac{1}{3}m^4n^5\right)^3$

$\left[-\frac{8}{27}x^6y^3; \frac{9}{4}a^6b^4; -\frac{1}{27}m^{12}n^{15}\right]$

**212**  $(-0,1xyz^2)^2$

$(-0,4a^3b^2)^2$

$(-x^2y^5z^4)^9$

■ Espressioni con le potenze

229 ESERCIZIO SVOLTO

Semplifichiamo l'espressione:

$$\frac{(-4ab + 2ab)^2 - (3ab)(-2ab) - (-2a^2b^3)^2 - (-2a)^3(-3a)(-b^2)^3}{}$$

$$(-4ab + 2ab)^2 - (3ab)(-2ab) - (-2a^2b^3)^2 - (-2a)^3(-3a)(-b^2)^3 =$$

$$= (-2ab)^2 - (3ab)(-2ab) - (-2a^2b^3)^2 - (-2a)^3(-3a)(-b^2)^3 =$$

$$= 4a^2b^2 - (3ab)(-2ab) - (4a^4b^6) - (-8a^3)(-3a)(-b^6) =$$

$$= 4a^2b^2 - (-6a^2b^2) - (4a^4b^6) - (-24a^4b^6) =$$

$$= \underline{4a^2b^2} + \underline{6a^2b^2} - \underline{4a^4b^6} + \underline{24a^4b^6} =$$

$$= 10a^2b^2 + 20a^4b^6$$

Eseguendo la somma all'interno della parentesi tonda

Calcolando le potenze

Calcolando i prodotti

Togliendo le parentesi e contrassegnando i termini simili

Riducendo i termini simili

Semplifica le seguenti espressioni.

$$\text{230 } (-2a)^3 - (-3a)(+4a^2) \quad [4a^3]$$

$$\text{231 } [(-2a)(3a^2) - (-2a)^3]^2 \quad [4a^6]$$

$$\text{232 } (-2xy)(-3xy)^2 + (2xy)^3 - 10(-xy)^3 \quad [0]$$

$$\text{233 } [(-3x^2)(-2x^3)]^2 - 30(x^2)^5 \quad [6x^{10}]$$

$$\text{234 } [(-5a^2)(-2a^3) - 7a^5]^2 \quad [9a^{10}]$$

$$\text{235 } [(-2x^2)^2(3x^3) - (-2x)(-2x^2)^3]^2 \quad [16x^{14}]$$

**Massimo Comun Divisore tra monomi**

Il massimo Comun divisore tra due o più monomi è il monomio che ha:

1. per coefficiente il MCD dei coefficienti
2. per parte letterale solo le lettere comuni con esponente minore

**Esempio**

$$12x^3y^4z$$

$$15xy^2z^3$$

$$24x^2y^3$$

$12x^3y^4z =$	$2^2 \cdot 3x^3y^4z$
$15xy^2z^3 =$	$3 \cdot 5xy^2z^3$
$24x^2y^3$	$2^3 \cdot 3x^2y^3$

$$\text{MCD} = 3xy^2$$

**Minimo Comune Multiplo tra monomi**

Il minimo comune multiplo fra due o più monomi è il monomio che ha:

- per coefficiente il minimo comune multiplo dei coefficienti sì
- per parte letterale tutte le lettere comuni e non comuni presi una sola volta con l'esponente maggiore

**Esempio**

$$12x^3y^4z$$

$$15xy^2z^3$$

$$24x^2y^3$$

$12x^3y^4z =$	$2^2 \cdot 3x^3y^4z$
$15xy^2z^3 =$	$3 \cdot 5xy^2z^3$
$24x^2y^3$	$2^3 \cdot 3x^2y^3$

$$\text{Mcm} = 3 \cdot 2^3 \cdot 5x^3y^4z^3 = 120x^3y^4z^3$$

**321** Completa le seguenti tabelle scrivendo in ogni casella il massimo comune divisore o il minimo comune multiplo della coppia di monomi corrispondente.

M.C.D.	12	$6x$	$2x^2$	$3x^2y^4$	$2x^3y^2$	$x^4y^4$
$3x$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$2x^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$x^2y$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$4x^4y$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$3x^3y^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....

m.c.m.	12	$6x$	$2x^2$	$3x^2y^4$	$2x^3y^2$	$x^4y^4$
$3x$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$2x^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$x^2y$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$4x^4y$	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$3x^3y^2$	.....	.....	.....	.....	.....	.....



**322** **Esplorazione** Compila la seguente tabella.

Monomi	Prodotto	M.C.D.	m.c.m.	Prodotto del M.C.D. e del m.c.m.
$3a^2b, 6ab^2$	.....	.....	.....	.....
$4x^2z^3, 12x^4yz$	.....	.....	.....	.....
$3x^2z, 2x^4y, z^2$	.....	.....	.....	.....

Calcola il M.C.D. e il m.c.m. fra i seguenti gruppi di monomi.

**307**  $x^3y^4z^4, x^2yz^3, x^2y^2z^2$

**308**  $2x^2y^5z^4, 4x^3y^9z^3, 8x^2y^4z^6$

[M.C.D. =  $2x^2y^4z^3$ ; m.c.m. =  $8x^3y^9z^6$ ]

**309**  $9a^2b^4c, 3ac^4, 6bc^2$

**310**  $3a^2b^2c^2, 2a^4c^3d, 9a^5b^4cd$

[M.C.D. =  $a^2c$ ; m.c.m. =  $18a^5b^4c^3d$ ]

**311**  $x^3z^5, x^2y^3z^3, xy^2z^6$

**312**  $2x^2yz^4, 4x^6y^2z^5, x^2y^3z^6$

[M.C.D. =  $x^2yz^4$ ; m.c.m. =  $4x^6y^3z^6$ ]

**313**  $9a^2b^4c, 3ac^4, 6bc^2$

