

Equazioni di 2° grado

Testo: pag 262.

volume 2

Equazioni di 1° grado

E' nella forma:

$$ax + b = 0$$

Con: $a \neq 0$

**Impossibile
determinare
la x**

$$ax + b = 0$$

Quindi

$$\neq 0$$

$$0x + b = 0$$

La soluzione sarà :

$$x = -\frac{b}{a}$$

esempio

$$5x - 3 = 0$$

Soluzione:

$$5x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{5}$$

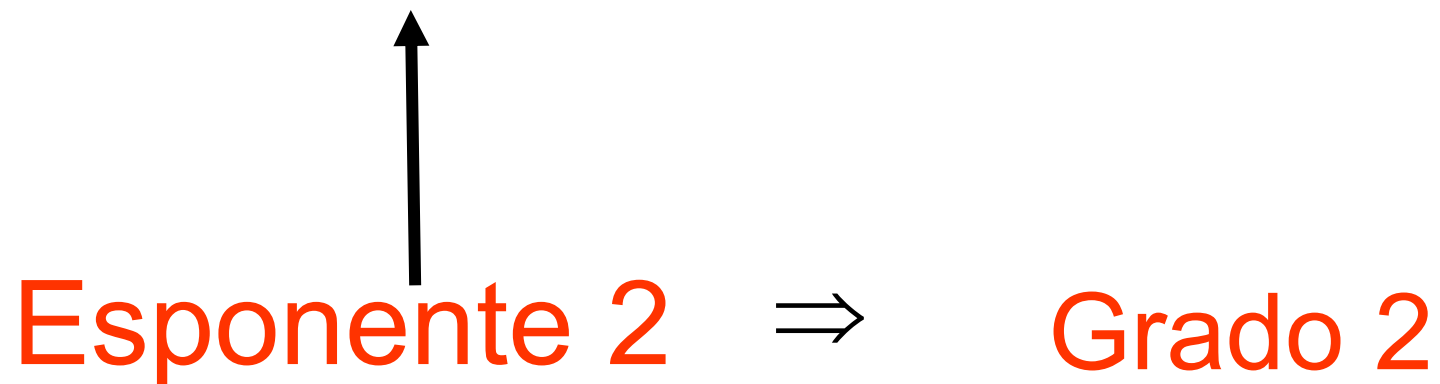
Equazioni algebriche di 2° grado

$$a x^2 + b x + c = 0$$

Perché di 2° grado ?

**Il grado viene dato dall'esponente
maggiore con cui compare *la x***

Esponente 2 \Rightarrow Grado 2

A diagram illustrating the relationship between the exponent and the degree of a polynomial equation. It consists of the text "Esponente 2" on the left, followed by a right-pointing arrow with a double line (mathematical implication symbol), and "Grado 2" on the right. A vertical arrow points upwards from the "2" in "Esponente 2" to the "2" in "Grado 2".

Mathematica **M** Equazione del tipo:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

- $a;$
 - $b;$
 - $c;$
- Coefficienti**

Termine noto



Con a, b, c , Numeri reali e $a \neq 0$

Contenuti delle slide:

- Equazioni incomplete
- Equazioni incomplete pure
- Equazioni incomplete spurie
- Equazioni complete
- Formula risolutiva
- Significato del discriminante «delta»

M Equazione di 2[^] grado:

INCOMPLETA

M Equazioni incomplete

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Se $b = 0$

L'equazione

Diventa

$$ax^2 + c = 0$$

E si chiama

equazione

PURA

Se $c = 0$

L'equazione

Diventa

$$ax^2 + bx = 0$$

E si chiama

equazione

SPURIA

M Equazione Pura

- Si risolvono isolando il termine dell'incognita

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = -c$$

$$x = \pm \sqrt{-c/a}$$

$$25x^2 - 4 = 0$$

$$25x^2 = 4$$

$$\frac{25x^2}{25} = \frac{4}{25}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{4}{25}} = \pm \frac{2}{5}$$

$$x_1 = \frac{2}{5}$$

$$x_2 = -\frac{2}{5}$$

M Esempi di equazioni Pure

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x^2 = 16$$

$$x = \pm\sqrt{16}$$

$$x = \pm 4$$

$$25x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 = 4/25$$

$$x = \pm\sqrt{4/25}$$

$$x = \pm 2/5$$

$$x^2 + 9 = 0$$

$$x^2 = -9$$

$$x = \pm\sqrt{-9}$$

*Equazione
impossibile*

Le soluzioni di un'equazione pura se esistono sono numeri opposti

M Esercizi guidati equazioni pure

1. $2x^2 - 18 = 0.$ $2x^2 = 18$ $x^2 = 9$ $x = \underline{\quad}$

2. $x^2 - 16 = 0.$ $x^2 = .$ $x = \underline{\quad}$

3. $4x^2 - 25 = 0.$ $4x^2 =$ $x^2 =$ $x = \underline{\quad}$

4. $x^2 + 25 = 0.$ $x^2 =$ L'equazione è

Soluzioni esercizi guidati equazioni PURE

$$1. \quad 2x^2 - 18 = 0. \quad 2x^2 = 18 \quad x^2 = 9 \quad x = \pm 3$$

$$2. \quad x^2 - 16 = 0. \quad x^2 = 16 \quad x = \pm 4$$

$$3. \quad 4x^2 - 25 = 0. \quad 4x^2 = 25 \quad x^2 = 25/4 \quad x = \pm 5/2$$

$$4. \quad x^2 + 25 = 0. \quad x^2 = -25 \quad \text{Impossibile}$$

M Esercizi equazioni PURE

1. $x^2 = 49.$

$$x = \pm 7.$$

2. $x^2 - 36 = 0.$

$$x = \pm 6.$$

3. $x^2 - 625 = 0.$

$$x = \pm 25.$$

4. $10x^2 - 1000 = 0$

$$x = \pm 10.$$

5. $3x^2 - 75 = 0$

$$x = \pm 5.$$

6. $8x^2 - 32 = 0$

$$x = \pm 2.$$

7. $2x^2 + 28 = 0$

impossibile

8. $3x^2 = -27$

impossibile

M Esercizi equazioni PURE

Risolvi le seguenti equazioni pure.

13 $x^2 - 9 = 0$

14 $25x^2 - 3 = 0$

15 $x^2 + 3 = 0$

16 $x^2 - 5 = 0$

17 $4x^2 - 1 = 0$

18 $\frac{4}{25}x^2 = 9$

19 $-4 = -\frac{9}{4}x^2$

20 $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{2}$

21 $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}$

22 $-8x^2 = (x - 2)(x + 2)$

23 $\frac{1}{2}x^2 = \left(\frac{1}{2}x - 1\right)\left(\frac{1}{2}x + 1\right)$

24 $6x^2 - 4x = (2x - 1)^2$

25 $\frac{1}{8}x^2 = \left(3 - \frac{1}{2}x\right)\left(3 + \frac{1}{2}x\right)$

26 $x^2 - \sqrt{2} + \sqrt{3} = 0$

27 $\frac{5}{16}x^2 = 125$

Equazioni riconducibili a equazioni pure

42 $(x - 5)^2 = 25$

43 $(x + 1)^2 = 2$

44 $(x - 3)^2 = 100$

45 $(x + 3)^2 = \frac{1}{4}$

46 $(x + 2)^2 = 3$

47 $(1 - x)^2 = \frac{4}{9}$

48 $(x - 0,1)^2 = 0,25$

49 $(2x - \sqrt{2})^2 = 8$

50 $4(x + 3)^2 = 100$

51 $\frac{1}{3}(x - 2)^2 = 3$

52 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 9$

TESTO: La matematica a colori ed. gialla. volume 2

Equazioni pure

Esercizi pag 285

M Equazioni spurie

- Come si risolvono

1. Raccogliamo la x

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

2. Applichiamo la legge di annullamento del prodotto
(il prodotto di due fattori è uguale a zero se almeno uno dei due fattori è zero).

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x = 0$$

$$x(ax + b) = 0.$$

$$ax + b = 0. \quad \rightarrow. \quad x = -b/a$$

M Esempi di equazioni spurie

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x - 4) = 0. \quad \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 = 4 \end{array}$$

$$3x^2 + 5x = 0$$

$$x(3x + 5) = 0. \quad \begin{array}{l} x_1 = 0. \\ x_2 = -5/3 \end{array}$$

L'equazione
SPURIA ha due
soluzioni reali una
della quali è
sempre uguale a
zero

Esercizi guidati equazioni SPURIE

1. $7x^2 + 4x = 0$

$$x(7x + 4) = 0. \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ 7x + 4 = 0. \end{array} \rightarrow x = \underline{\quad}$$

2. $5x^2 - x = 0$

$$x(\quad) = 0. \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ \underline{\quad} \end{array}$$

Soluzioni Esercizi guidati equazioni Spurie

$$1. \quad x_1 = 0. \quad x_2 = -4/7.$$

$$2. \quad x_1 = 0. \quad x_2 = 1/5.$$

Esercizi equazioni SPURIE

1. $3x^2 - 4x = 0.$

$x = 0.$ $x = 4/3$

2. $8x^2 - 32x = 0.$

$x = 0.$ $x = 4$

3. $25x^2 + 5x = 0.$

$x = 0.$ $x = -1/5$

4. $7x^2 - 2x = 0$

$x = 0.$ $x = -2/7$

5. $9x^2 - 36x = 0.$

$x = 0.$ $x = 4$

6. $12x^2 + x = 0.$

$x = 0.$ $x = -1/12$

7. $7x^2 - 56x = 0.$

$x = 0.$ $x = 8$

8. $2x^2 + 14x = 0.$

$x = 0.$ $x = -7$

M Esercizi equazioni SPURIE

Risolvi le seguenti equazioni spurie.

$$\mathbf{58} \quad x^2 + 6x = 0$$

$$\mathbf{59} \quad 2x^2 - x = 0$$

$$\mathbf{60} \quad 2x^2 + 3x = 0$$

$$\mathbf{61} \quad \frac{1}{2}x^2 = \frac{4}{3}x$$

$$\mathbf{62} \quad -x^2 + 1 = (2x - 1)^2$$

$$\mathbf{63} \quad \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x^2$$

$$\mathbf{64} \quad \left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 = x^2 + 1$$

$$\mathbf{65} \quad (3x - 2)^2 = 4 + 2x^2$$

$$\mathbf{66} \quad \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x$$

$$\mathbf{67} \quad x^2 - x\sqrt{2} = 0$$

$$\mathbf{68} \quad (x - 2)^2 - 3x = 4$$

$$\mathbf{69} \quad (x - 5)(x - 2) = 10$$

$$\mathbf{76} \quad (2x - 3)(x - 2) = (3x + 3)(2x + 2)$$

$$\mathbf{77} \quad (x + 1)^2 + (x - 2)^2 = (x + 1)(x + 5)$$

$$\mathbf{78} \quad (x + 1)(x + 3) + (x - 1)^2 = (x + 2)^2$$

$$\mathbf{79} \quad x^2 - \frac{1}{2}(x + 1)^2 = 1 - \frac{x + 3}{2}$$

TESTO: La matematica a colori ed. gialla. volume 2

Equazioni spurie

Esercizi pag 286

M Equazione di 2[^] grado:

COMPLETA

Mathematica **M** Equazione completa

- La forma normale di un'equazione di 2° grado completa è:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Con a, b, c , Numeri reali e $a \neq 0$

Equazione di primo grado

• $ax + b = 0$ \rightarrow 1 soluzione. x

Equazione di secondo grado

• $ax^2 + bx + c = 0$ \rightarrow 2 soluzioni; $x_1; x_2$

Equazione di terzo grado

• $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ \rightarrow 3 soluzioni; $x_1; x_2; x_3$

M Formula risolutiva

- Per risolvere un'equazione di 2° grado completa si applica quella che viene chiamata: **la formula risolutiva**:

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- L'espressione sotto il segno di radice : $b^2 - 4ac$

Si chiama discriminante e si indica con la lettera greca Δ (*delta*)

M Significato del discriminante

Il segno

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Determina le soluzioni di un'equazione di secondo grado:

$$\Delta > 0$$

Ammette due
soluzioni reali
e distinte

$$\Delta = 0$$

Ammette due
soluzioni reali
e coincidenti

$$\Delta < 0$$

L'equazione non
ammette
soluzioni

M FORMULARIO DA RICORDARE

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Con a, b, c, d Numeri reali e $a \neq 0$

la formula risolutiva:

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

delta:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

M Significato del discriminante

Il segno

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

Determina le soluzioni di un'equazione di secondo grado:

$$\Delta > 0$$

Ammette due
soluzioni reali
e distinte

$$\Delta = 0$$

Ammette due
soluzioni reali
e coincidenti

$$\Delta < 0$$

L'equazione non
ammette
soluzioni

Esempio 1.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

$$a = 1, \quad b = -4, \quad c = 3$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0$$

Soluzioni Reali e distinte

$$x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 1 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{matrix}$$

Due soluzioni Reali e distinte

Esempio 2

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + 6x + 9 = 0. \quad a = 1, \quad b = 6, \quad c = 9$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$$

Soluzioni Reali e Coincidenti

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 1 \cdot 9}}{2} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{2} = \frac{-6 \pm 0}{2} = \begin{matrix} x_1 = -3 \\ x_2 = -3 \end{matrix}$$

Due soluzioni Reali e Coincidenti

Mathematica M Esempio 3


$$x^2 + x + 5 = 0. \quad a = 1, \quad b = 1, \quad c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = 1 - 20 = -19 < 0$$

Soluzioni impossibile in R

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 20}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{-19}}{2}$$

$\Delta < 0$



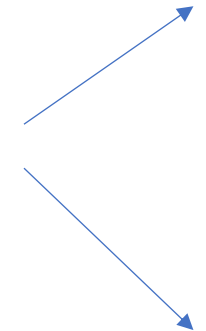
Equazione impossibile

Esercizio 1

$$8x^2 - 10x + 3 = 0.$$

Calcolo il delta Δ .

$$\Delta = 10^2 - 4 \cdot 8 \cdot 3 = 100 - 96 = 4 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 96}}{16} = \frac{10 \pm 2}{16} =$$


$$\frac{10+2}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{10-2}{16} = \frac{1}{2}$$

Le soluzioni sono:

$$x_1 = \underline{\quad}$$

$$x_2 = \underline{\quad}$$

M Esercizio 2

$$3x^2 + 4x + 5 = 0.$$

Calcolo il delta Δ .

$$\Delta = 16^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 =$$

$$x_{1,2} = \frac{-16 \pm \sqrt{256 - 60}}{6} = \frac{-16 \pm \sqrt{196}}{6} = \frac{-16 \pm 14}{6}$$

Le soluzioni sono:

$$x_1 = \frac{-16 - 14}{6} = \frac{-30}{6} = -5$$

$$x_2 = \frac{-16 + 14}{6} = \frac{-2}{6} = \frac{-1}{3}$$

M Esercizio 3

$$4x^2 - 28x + 49 = 0.$$

Calcolo il delta Δ .

$$\Delta = 28^2 - 4 \cdot 4 \cdot 49 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{28 \pm \sqrt{0}}{8} = \frac{7}{2}$$

Le soluzioni sono:

M Formula risolutiva ridotta

Tale formula permette di risparmiare qualche calcolo quando b è pari (e quindi $k = \frac{b}{2}$ è intero).

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Con a, b, c , Numeri reali e $a \neq 0$

posto $k = \frac{b}{2}$

L'equazione diventa: $\frac{a}{2}x^2 + kx + \frac{c}{2} = 0$

In base alla formula risolutiva quest'ultima equazione ha come soluzioni:

$$x_{1-2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

$$\Delta = k^2 - ac$$

M Esempio: con formula ridotta

$$4x^2 - 28x + 49 = 0$$

$$\text{posto } k = \frac{-28}{2} = -14$$

$$\Delta = k^2 - ac = (-14)^2 - 4 \cdot 49 = 196 - 196 = 0$$

$$x_{1-2} = \frac{14 \pm \sqrt{0}}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2}$$

M Esercizi da svolgere

1. $x^2 - 2x - 8 = 0.$

$x_1 = -2.$

$x_2 = 4$

2. $15x^2 - 7x - 4 = 0.$

$x_1 = -1/3 \quad x_2 = 4/5$

3. $x^2 + 4x - 12 = 0.$

$x_1 = 2$

$x_2 = -6$

4. $x^2 - 6x + 9 = 0.$

$x_1 = x_2 = 3$

5. $x^2 - 8x + 7 = 0.$

$x_1 = 7$

$x_2 = 1$

6. $5x^2 - 3x - 2 = 0.$

$x_1 = 1$

$x_2 = -2/5$

7. $3x^2 + 5x + 42 = 0.$

Impossibile

8. $9x^2 + 15x - 6 = 0.$

$x_1 = -2$

$x_2 = 1/3$

	Nome equazione	Soluzioni	Tipo di soluzioni
$b \neq 0, \quad c \neq 0$	Completa	$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$\Delta > 0$ Reali e distinte. $\Delta = 0$ Reali e coincidenti $\Delta < 0$ Nessuna soluzione
$b = 0, \quad c \neq 0$	Pura	$x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$	Se esistono, sono opposte
$b \neq 0, \quad c = 0$	Spuria	$x_1 = 0$ $x_2 = -b/a$	Reali e distinte

Test

Riconosci, tra le seguenti espressioni, **l'equazione di 2° grado**

a) $x + 1 = 2x^2$

b) $x - 2x + 1 = 0$

c) $3x^2 - 4x + 2 = 0$

d) $4x^3 - 5x^2 + 3 = 0$

Riconosci, tra le seguenti, **l'equazione di 2° grado completa**

a) $3x^2 - x = 0$

b) $x^2 - x - 3 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $5x^2 = 0$

Test

Riconosci, tra le seguenti, **l'equazione Spuria**

a) $3x^2 - x = 0$

b) $x^2 - x - 3 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $5x^2 = 0$

Riconosci, tra le seguenti, **l'equazione di 2° grado Pura**

a) $3x^2 - x = 0$

b) $x^2 - x - 3 = 0$

c) $x^2 - 9 = 0$

d) $5x^2 = 0$

Test

Riconosci l'equazione di 2° grado **completa ridotta a forma normale**

a) $3x^2 = x - 5$

b) $4x^2 + 7x - 2x + 3 = 0$

c) $4x^2 + 3x - 1 = 0$

d) $5x^2 = 0$

Test. Domande aperte

La formula risolutiva dell'equazione di 2° grado è:

a)
$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 + 4ac}}{2a}$$

b)
$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{-b^2 - 4ac}}{2a}$$

c)
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2c}$$

a)
$$x_{1,2} = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Test. Domande aperte

- Data l'equazione $2x^2 - 3x + 5 = 0$, applica la formula risolutiva
- Risolvi le seguenti equazioni:
 - $x^2 - 6x + 3 = 0$
 - $x^2 - 6x = 0$
 - $x^2 - 27 = 0$
- Scrivi la formula del Δ

Test. Domande aperte

- Completa le seguenti frasi

Se il Δ0, l'equazione ha

Se il Δ0, l'equazione ha

Se il Δ0, l'equazione ha

TESTO: La matematica a colori ed. gialla. volume 2

Equazioni complete

Esercizi pag 288