disequazioni Fratte con termini di 1° e 2° grado

Prof. D. Lo Iacono

Disequazioni Fratte

Sono disequazioni del tipo :

$$\boldsymbol{\frac{N}{D} > 0}$$

Vediamo come procedere per risolverle.

Risoluzione

Alle soluzioni si può giungere utilizzando il seguente metodo pratico:

1. **Poniamo sempre e comunque**

   il numeratore N >0

   il denominatore N >0

2. **Risolvo singolarmente le disequazioni ottenendo le soluzioni**

   S1 della prima disequazione

   S2 della seconda disequazione

3. **Rappresentiamo sulla retta orientata, a livelli distinti, le soluzioni S1 ed S2** .

4. **Ricavo dal grafico le soluzioni della disequazione fratta.**

   Saranno valori concordi se sto risolvendo una disequazione Fratta > 0

   Saranno valori discordi se sto risolvendo una disequazione Fratta < 0

Esempio $\dfrac{x^2+2}{x} < 0$

1) **Pongo** $x^2 + 2 > 0$ e, $x > 0$

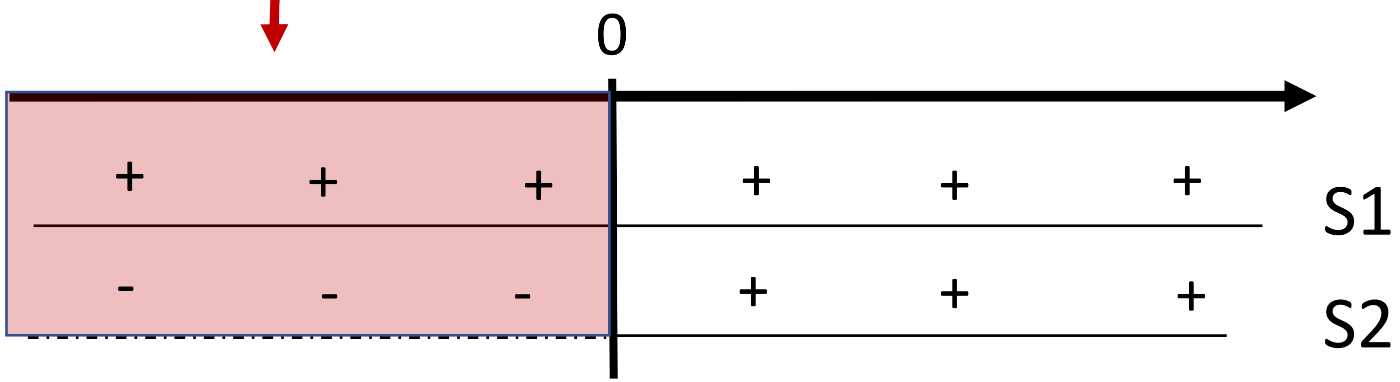
2) **Risolvo singolarmente :**

$N > 0.$ $\quad x^2 + 2 > 0.$ S1: $\forall x \in R$

Parabola concava verso l’alto ed è sempre positiva

$D > 0.$ $\quad x > 0.$ S2: $x > 0$

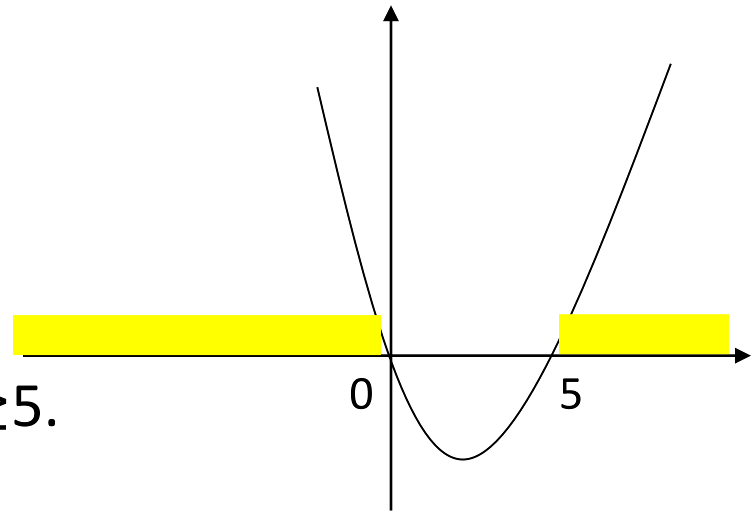
3) **Rappresento sulla retta orientata:**



4) **Soluzione S:** $x < 0$

La soluzione sarà data dai valori discordi perché ho risolto una disequazione Fratta con il segno negativo < 0

Esempio $\dfrac{x^2-5x}{x-6} \geq 0$



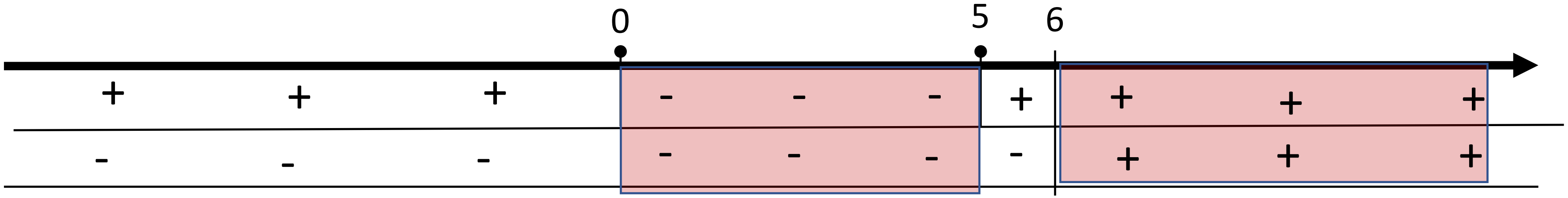
1) Pongo $x^2-5x \geq 0$ e $x-6>0$

2) Risolvo singolarmente :

$N > 0.$ $x^2-5x \geq 0$ ➡ S1: $x \leq 0 \vee x \geq 5.$

$D > 0.$ $x-6>0$ ➡ S2: $x > 6$

3) Rappresento sulla retta orientata:



4) Soluzione S: $0 \leq x \leq 5.$ V $x > 6$

La soluzione sarà data dai valori concordi perché ho risolto una disequazione Fratta con il segno positivo o uguale a zero ≥ 0

Esercizi

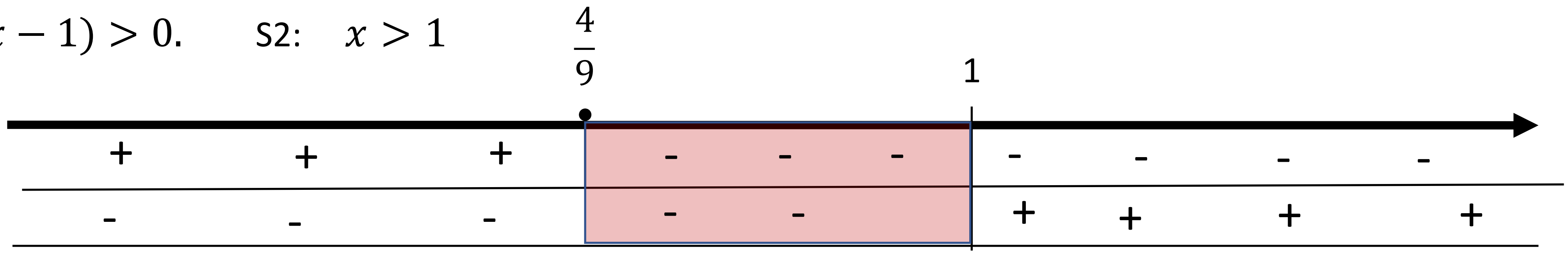
$$\frac{x}{2-2x} - 1 \geq \frac{1}{3x-3}$$

$$\frac{-x}{2x-2} - 1 - \frac{1}{3x-3} \geq 0$$

$$\frac{-3x-6(x-1)-2}{2\cdot 3\cdot (x-1)} \geq 0 \qquad \frac{-3x-6x+6-2}{6(x-1)} \geq 0 \qquad \frac{-9x+4}{6(x-1)} \geq 0$$

$N > 0.$ $\quad -9x+4 \geq 0.$ $\quad$ S1: $\quad x \leq \frac{4}{9}.$

$D > 0.$ $\quad 6(x-1) > 0.$ $\quad$ S2: $\quad x > 1$



Soluzione. $\quad \frac{4}{9} \geq x > 1$

Esercizi

C.E. $\forall x \in R - \{-2\}$

$$\frac{x^2 - 7x}{x + 2} \geq 0$$

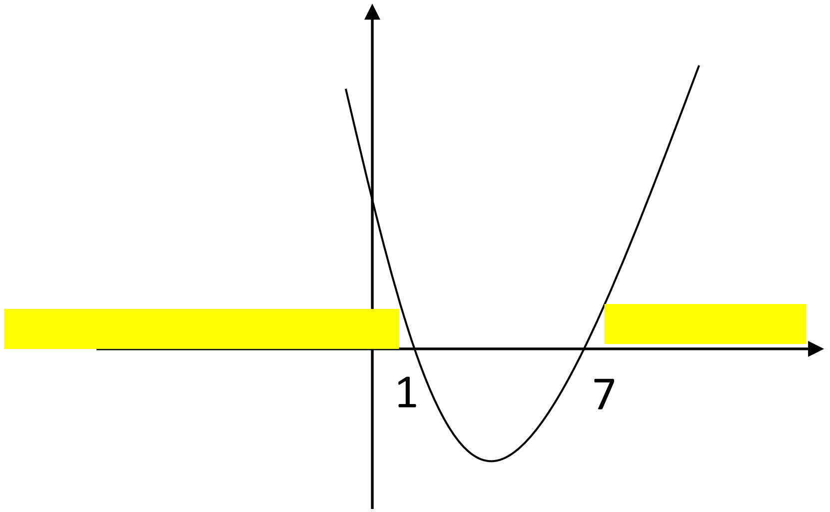
Numeratore

1) $x^2 - 7x \geq 0$

$x(x - 7) = 0$

$x_1 = 0$

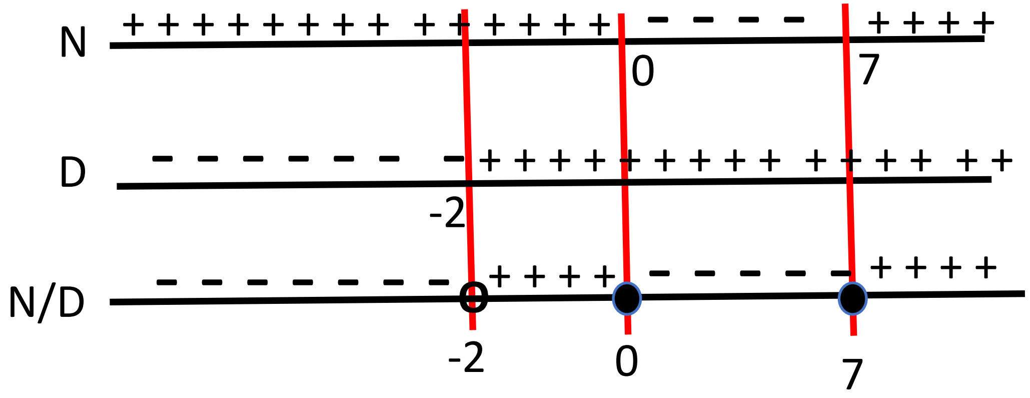
$x_2 = 7$



Denominatore

2) $x + 2 > 0$

$x > -2$



Soluzioni:

$$-2 < x \leq 0 \qquad \text{V.} \qquad x \geq 3$$

Esercizi

$$\frac{4x^2 - 3x}{x - 1} \geq 0$$

Esercizi

C.E. $\forall x \in R - \{3\}$

$$\frac{2x^2+3x-2}{x-3} \leq 0$$

1) $2x^2+3x-2 \geq 0$

$$2x^2+3x-2=0$$

$$\Delta = 3^2 - 4(2)(-2) = 25$$

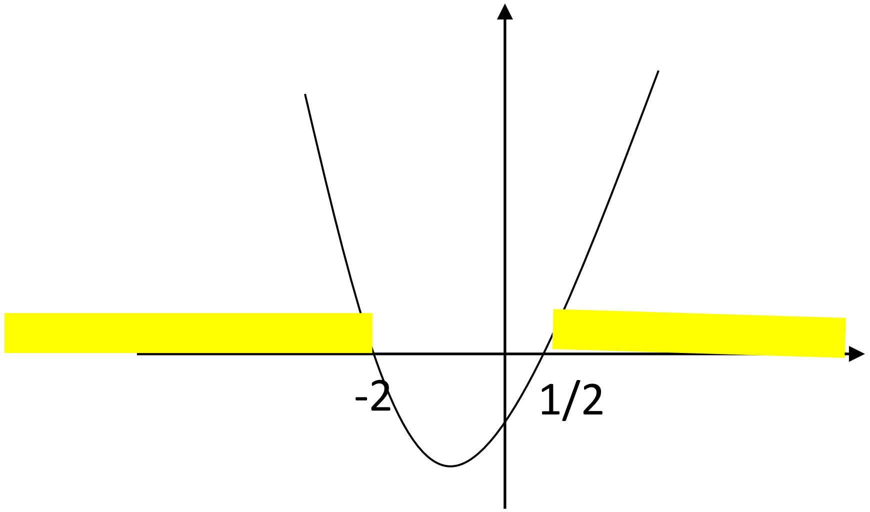
$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2 \cdot 2} = \frac{+3 \pm 5}{4} =$$

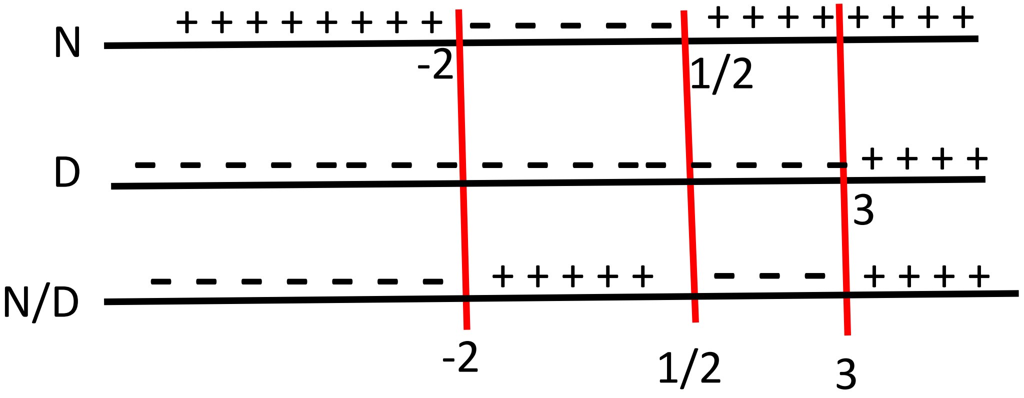
$$x_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \qquad x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2 \qquad x_2 = -2$$

2) $x-3>0$

$x>3$





Soluzioni:

$2 \leq x < 3.$ V. $x \leq -2$

Esercizi

244 $\dfrac{1}{x-2} > -2$ $\left[x < \dfrac{3}{2} \vee x > 2\right]$

245 $\dfrac{2}{x+3} < 1$ $[x < -3 \vee x > -1]$

246 $-\dfrac{1}{x-1} \leq 2$ $\left[x \leq \dfrac{1}{2} \vee x > 1\right]$

247 $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{x-2}$ $[0 < x < 2]$

248 $\dfrac{1}{2x-2} - \dfrac{1}{1-x} \geq \dfrac{2}{3x-3}$ $[x > 1]$

249 $-\dfrac{1}{2x+4} < \dfrac{x-1}{x+2}$ $\left[x < -2 \vee x > \dfrac{1}{2}\right]$

250 $\dfrac{4}{x+2} \geq 3 - x$ $[-2 < x \leq -1 \vee x \geq 2]$

251 $\dfrac{x}{x+1} \leq -\dfrac{2}{x}$ $[-1 < x < 0]$

Esercizi

Risolvi le seguenti disequazioni.

281 $\dfrac{x}{x^2-16} \leq 0$ $\quad [x < -4 \vee 0 \leq x < 4]$

282 $\dfrac{3-x}{x^2-4} < 0$ $\quad [-2 < x < 2 \vee x > 3]$

283 $\dfrac{5-x}{x^2-2x-4} \geq 0$ $\quad [x < 1-\sqrt{5} \vee 1+\sqrt{5} < x \leq 5]$

284 $\dfrac{2x^2+5x-7}{2x} \geq 0$ $\quad \left[-\dfrac{7}{2} \leq x < 0 \vee x \geq 1\right]$

285 $\dfrac{x^2-3x}{x^2-4} > 0$ $\quad [x < -2 \vee 0 < x < 2 \vee x > 3]$

291 $\dfrac{2-x}{x^2-1} < 0$ $\quad [-1 < x < 1 \vee x > 2]$

292 $\dfrac{x^2+5x-6}{x} \geq 0$ $\quad [-6 \leq x < 0 \vee x \geq 1]$

293 $\dfrac{x}{x^2-25} \leq 0$ $\quad [x < -5 \vee 0 \leq x < 5]$

294 $\dfrac{x^2}{x^2-4} \geq 0$ $\quad [x = 0 \vee x < -2 \vee x > 2]$

295 $\dfrac{16-x^2}{x-3} < 0$ $\quad [-4 < x < 3 \vee x > 4]$

Esercizi

286 $\dfrac{x-3x^2}{2x^2+3x-5} \geq 0$ $\left[-\dfrac{5}{2} < x \leq 0 \vee \dfrac{1}{3} \leq x < 1\right]$

287 $\dfrac{x^2-x-12}{x} \leq 0$ $[x \leq -3 \vee 0 < x \leq 4]$

288 $\dfrac{x^2-3x+5}{x^2-9} \leq 0$ $[-3 < x < 3]$ o

289 $\dfrac{2x-x^2-3}{2x^2-x-1} \leq 0$ $\left[x < -\dfrac{1}{2} \vee x > 1\right]$ o

290 $\dfrac{2-x}{x^2-2x-5} \geq 0$ $[x < 1-\sqrt{6} \vee 2 \leq x < 1+\sqrt{6}]$ o

296 $\dfrac{x-3}{-x^2+x+6} \leq 0$ $[x > -2 \wedge x \neq 3]$

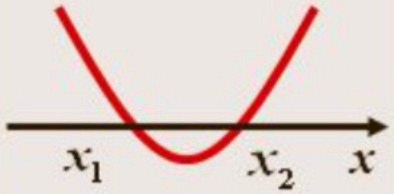
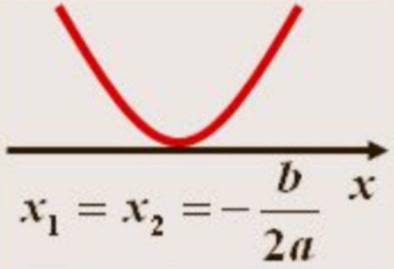
297 $\dfrac{x^2-1}{x^2-2x-6} \geq 0$ $[x < 1-\sqrt{7} \vee -1 \leq x \leq 1 \vee x > 1+\sqrt{7}]$

298 $\dfrac{x^2-4(x+1)^2}{3x-x^2} \leq 0$ $\left[-2 \leq x \leq -\dfrac{2}{3} \vee 0 < x < 3\right]$

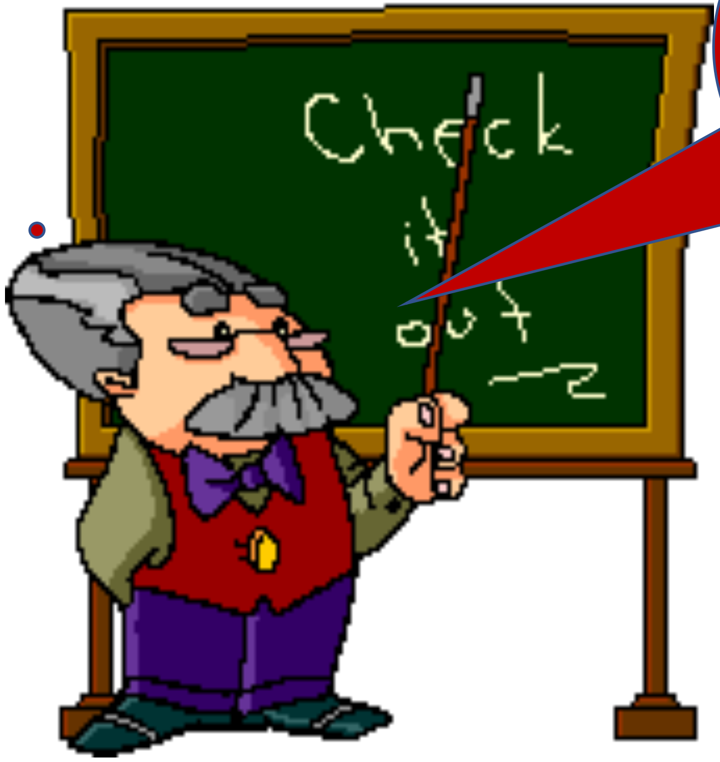
299 $\dfrac{(2x+1)^2-x^2}{2x-x^2-2} > 0$ $\left[-1 < x < -\dfrac{1}{3}\right]$

300 $\dfrac{3-6x}{x^2-5} \geq 0$ $\left[x < -\sqrt{5} \vee \dfrac{1}{2} \leq x < \sqrt{5}\right]$

Ricordiamo

$a>0$	parabola	$ax^2+bx+c>0$	$ax^2+bx+c<0$
$\Delta>0$		$x<x_1 \vee x>x_2$	$x_1<x<x_2$
$\Delta=0$		$\forall x \in \Re - \left\{-\frac{b}{2a}\right\}$	$\nexists\, x \in \Re$
$\Delta<0$		$\forall x \in \Re$	$\nexists\, x \in \Re$

Speriamo bene !!!



Per ora fermiamoci qua.