



Le equazioni di primo grado

Parte 2

EQUAZIONI FRAZIONARIE

ESEMPIO N. 1 RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE FRAZIONARIA E DETERMINAZIONE DEL DOMINIO DI UN'EQUAZIONE

PROCEDURA RISOLUTIVA DI UN'EQUAZIONE FRATTA

Per risolvere la seguente equazione algebrica intera: $2 - \frac{1}{x} = 0$

1. Si effettua la scomposizione dei denominatori di tutte le frazioni che compongono l'equazione:

$$2 - \frac{1}{x} = 0$$

2. Si calcola il mcm di tutti i denominatori che abbiamo scomposto, e si eseguono le normali operazioni del caso:

$$\frac{2x - 1}{x} = \frac{0}{x}$$

STUDIO DEL dominio dell'equazione:  $\frac{2x - 1}{x} = \frac{0}{x}$

bisogna ANZITUTTO cercare quei valori dell'incognita che annullano il mcm, perché tali valori rendono priva di significato l'equazione:

 $x = 0$

pertanto il valore $x = 0$ **non dovrà** essere accettato come soluzione dell'equazione, e quindi non farà parte del dominio dell'equazione:

$$D = \mathfrak{R} - \{0\}$$

Definizione dominio: **si chiama dominio D di una equazione l'insieme dei valori che possono essere assunti dall'incognita.**

Si elimina il mcm (conseguenza del 2° principio di equivalenza):

$$\cancel{x} \cdot \frac{2x - 1}{\cancel{x}} = \frac{0}{\cancel{x}} \cdot \cancel{x} \quad \Longrightarrow \quad 2x - 1 = 0$$

Si risolve l'equazione intera ottenuta:

$$2x - 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2x - 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad 2x = 1 \quad \Longrightarrow \quad x = \frac{1}{2}$$

Si verifica l'appartenenza del risultato trovato al dominio D:

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{Appartiene al dominio D dell'equazione per cui può essere accettata come soluzione}$$

ESEMPIO N. 2 RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE FRAZIONARIA E DETERMINAZIONE DEL DOMINIO DI UN'EQUAZIONE

PROCEDURA RISOLUTIVA DI UN'EQUAZIONE FRATTA

Per risolvere la seguente equazione algebrica intera:

$$\frac{3x - 1}{2x - 2} + \frac{5}{2} = \frac{7x}{x - 1}$$

1. Si effettua la scomposizione dei denominatori di tutte le frazioni che compongono l'equazione:

$$\frac{3x - 1}{2(x - 1)} + \frac{5}{2} = \frac{7x}{x - 1}$$

2. Si calcola il mcm di tutti i denominatori che abbiamo scomposto, e si eseguono le normali operazioni del caso:

$$\frac{(3x - 1) - 5(x - 1)}{2(x - 1)} = \frac{2 \cdot 7x}{2(x - 1)}$$

$$\longrightarrow \frac{(3x - 1) - 5(x - 1)}{2(x - 1)} = \frac{2 \cdot 7x}{2(x - 1)}$$

$$2 \cdot (x - 1) = 0 \implies x - 1 = 0 \implies x = 1$$

pertanto il valore $x = -1$ non dovrà essere accettato come soluzione dell'equazione, e quindi non farà parte del dominio dell'equazione:

$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

Definizione dominio: **si chiama dominio D di una equazione l'insieme dei valori che possono essere assunti dall'incognita.**

Si elimina il mcm (conseguenza del 2° principio di equivalenza):

$$\cancel{2(x-1)} \cdot \frac{(3x-1) - 5(x-1)}{\cancel{2(x-1)}} = \frac{2 \cdot 7x}{\cancel{2(x-1)}} \cdot \cancel{2(x-1)}$$

$$\implies (3x-1) - 5(x-1) = 2 \cdot 7x$$

Si risolve l'equazione intera ottenuta:

$$3x - 1 - 5x + 5 = 14x \implies 3x - 5x - 14x = +1 - 5 \implies -16x = -4 \implies x = \frac{-4}{-16} = \frac{1}{4}$$

Si verifica l'appartenenza del risultato trovato al dominio D:

$x = \frac{1}{4}$ appartiene al dominio D dell'equazione per cui può essere accettata come soluzione

ESEMPIO N. 3 RISOLUZIONE DI UN'EQUAZIONE FRAZIONARIA E DETERMINAZIONE DEL DOMINIO DI UN'EQUAZIONE

PROCEDURA RISOLUTIVA DI UN'EQUAZIONE FRATTA

Per risolvere la seguente equazione algebrica intera:

$$\frac{3x-1}{2x+2} + \frac{5x}{3x+3} = \frac{7x-1}{6x+6}$$

1. Si effettua la scomposizione dei denominatori di tutte le frazioni che compongono l'equazione:

$$\frac{3x-1}{2 \cdot (x+1)} + \frac{5x}{3 \cdot (x+1)} = \frac{7x-1}{6 \cdot (x+1)}$$

2. Si calcola il mcm di tutti i denominatori che abbiamo scomposto, e si eseguono le normali operazioni del caso:

$$\frac{3 \cdot (3x-1) + 10x}{6 \cdot (x+1)} = \frac{7x-1}{6 \cdot (x+1)}$$

STUDIO DEL dominio dell'equazione: $\longrightarrow \frac{3 \cdot (3x - 1) + 10x}{6 \cdot (x + 1)} = \frac{7x - 1}{6 \cdot (x + 1)}$

bisogna ANZITUTTO cercare quei valori dell'incognita che annullano il mcm, perché tali valori rendono priva di significato l'equazione:

$$6 \cdot (x + 1) = 0 \quad \Longrightarrow \quad x + 1 = 0 \quad \Longrightarrow \quad x = -1$$

pertanto il valore $x = -1$ non dovrà essere accettato come soluzione dell'equazione, e quindi non farà parte del dominio dell'equazione:

$$D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

Definizione dominio: **si chiama dominio D di una equazione l'insieme dei valori che possono essere assunti dall'incognita.**

Si elimina il mcm (conseguenza del 2° principio di equivalenza):

$$\frac{3 \cdot (3x - 1) + 10x}{\cancel{6 \cdot (x + 1)}} = \frac{7x - 1}{\cancel{6 \cdot (x + 1)}} \quad \Rightarrow \quad 3 \cdot (3x - 1) + 10x = 7x - 1$$

Si risolve l'equazione intera ottenuta:

$$9x - 3 + 10x = 7x - 1 \quad \Rightarrow \quad 9x + 10x - 7x = 3 - 1 \quad \Rightarrow \quad 12x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Si verifica l'appartenenza del risultato trovato al dominio D:

$x = \frac{1}{6}$ appartiene al dominio D dell'equazione per cui può essere accettata come soluzione

SOLUZIONI

Determinate,
indeterminate,
Impossibili.

$$ax = b$$

Data un' equazione in forma normale $ax = b$

se $a \neq 0$ l' equazione è **determinata**: ha un' **unica soluzione** $x = \frac{b}{a}$

se $a = 0$ allora $\left\{ \begin{array}{l} \text{se } b = 0 \text{ l' equazione è } \mathbf{indeterminata} \text{: ha infinite soluzioni} \\ \text{(qualsiasi } x \in \mathbb{R} \text{)} \end{array} \right.$

$\left. \begin{array}{l} \text{se } b \neq 0 \text{ l' equazione è } \mathbf{impossibile} \text{: non ha nessuna soluzione} \end{array} \right\}$

DETERMINATE

$$ax = b$$

Ha un'unica soluzione

$$x = \frac{b}{a}$$

INDETERMINATE

$$0x = 0$$

Ha infinite soluzioni

IMPOSSIBILE

$$0x = b$$

Non ha soluzioni

Soluzione indeterminata

$$a = 0 \text{ e } b = 0$$

**Soluzione
indeterminata**

$$\frac{x+2}{x-1} = \frac{2x+1}{x-1} - 1$$

si deve procedere come segue:

1. Si calcola il **mcm** di tutti i denominatori, dato che non c'è niente da scomporre, e si eseguono le normali operazioni del caso:

$$\frac{x+2}{\cancel{x-1}} = \frac{2x+1-1 \cdot (x-1)}{\cancel{x-1}}$$

2. Si studia il dominio dell'equazione:

$$x-1=0 \quad \Rightarrow \quad x=1$$

pertanto il valore $x = 1$ non dovrà essere accettato come soluzione dell'equazione, e quindi non fa parte del dominio dell'equazione:

$$D = \mathbb{R} - \{1\}$$

Soluzione indeterminata

Si elimina il mcm :

$$\frac{x+2}{\cancel{x-1}} = \frac{2x+1-1 \cdot (x-1)}{\cancel{x-1}} \quad \Rightarrow \quad x+2 = 2x+1-x+1$$

Si risolve l'equazione intera ottenuta:

$$0x = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{\text{Soluzione indeterminata}}$$

$$ax = b. \quad \text{caso in cui } a = 0 \text{ e } b = 0$$

Soluzione indeterminata

Soluzione determinata

$$a = 0 \text{ e } b = 0$$

**Soluzione
determinata**

$$\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1} = \frac{3}{x^2+x}$$

si deve procedere come segue:

1. Si calcola il **mcm** di tutti i denominatori, dato che non c'è niente da scomporre, e si eseguono le normali operazioni del caso:

$$\frac{(x+1) + 2x}{x\cancel{(x+1)}} = \frac{3}{x\cancel{(x+1)}}$$

2. Si studia il dominio dell'equazione:

$$x(x+1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array}$$

pertanto il valore **$x = 0$** e **$x = -1$** non dovrà essere accettato come soluzione dell'equazione, e quindi non fa parte del dominio dell'equazione:

$$D = \mathbb{R} - \{0; -1\}$$

Soluzione determinata

$$(x + 1) + 2x = 3$$

$$\longrightarrow x + 1 + 2x = 3$$

Eliminiamo
le parentesi

$$\longrightarrow x + 2x = -1 + 3$$

1° membro termini con incognita
2° membro termini noti

$$x + 2x = -1 + 3$$

$$\longrightarrow 3x = 2 \longrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{2}{3} \longrightarrow x = \frac{2}{3}$$

Soluzione determinata

Quando l'equazione ammette una soluzione ben precisa, la soluzione si chiama **determinata**.

$ax = b.$

caso in cui $a \neq 0$ e $b \neq 0$

Soluzione determinata

$$4(x + 1) - 2x = 3(2x + 5) \longrightarrow 4x + 4 - 2x = 6x + 15 \longrightarrow 4x - 2x - 6x = -4 + 15$$

Eliminiamo le parentesi

1° membro termini con incognita
2° membro termini noti

$$-4x = 11 \longrightarrow 4x = -11 \longrightarrow \frac{4x}{4} = -\frac{11}{4} \longrightarrow x = -\frac{11}{4}$$

Soluzione determinata

Quando l'equazione ammette una soluzione ben precisa, la soluzione si chiama **determinata**.

Soluzione impossibile

$$2(1 - 2x) + 4 = 3(1 - 2x) + 2(x + 3) \quad \longrightarrow$$

$$2 - 4x + 4 = 3 - 6x + 2x + 6$$

$$-4x + 6x - 2x = -2 - 4 + 3 + 6 \quad \longrightarrow \quad 0x = 3$$

Soluzione impossibile

Poiché non esiste nessun numero x che moltiplicato per 0 dia 3, allora in questo caso diremo che la soluzione non esiste e la chiameremo **soluzione impossibile**.

$ax = b.$

caso in cui $a = 0$ e $b \neq 0$

Soluzione impossibile

$$2(1 - x) + 3 = 2x - 3 + 4(2 - x) \longrightarrow 2 - 2x + 3 = 2x - 3 + 8 - 4x$$

$$-2x - 2x + 4x = -2 - 3 - 3 + 8 \longrightarrow 0x = 0$$

**Soluzione
indeterminata**

In questo caso le soluzioni sono infinite, per cui la **soluzione é indeterminata.**

$$\frac{1}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{6}{x^2 + 3x}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{2}{x+3} = \frac{6}{x \cdot (x+3)}$$

$$\frac{x+3-2x}{x \cdot (x+3)} = \frac{6}{x \cdot (x+3)}$$

Calcolo le C.E.

$$x \cdot (x+3) = 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0$$

$$x+3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

Dominio dell'equazione

$$D = \mathbb{R} - \{-3; 0\}$$

$$\frac{x + 3 - 2x}{x \cdot (x + 3)} = \frac{6}{x \cdot (x + 3)}$$

Dominio: $\mathbb{R} - \{0, -3\}$

$$\cancel{x \cdot (x + 3)} \frac{x + 3 - 2x}{\cancel{x \cdot (x + 3)}} = \frac{6}{\cancel{x \cdot (x + 3)}} \cancel{x \cdot (x + 3)}$$



$$x + 3 - 2x = 6$$

$$-x = 3 \quad \Rightarrow \quad x = -3$$

$$x = -3$$

Non appartiene al dominio D dell'equazione per cui non può essere accettata come soluzione, e quindi

l'equazione non ammette soluzione

8. Risolvere la seguente equazione algebrica fratta:

$$\frac{6}{x^2 - 4} = \frac{4}{x^2 + 4x + 4}$$

$$\frac{6}{(x-2) \cdot (x+2)} = \frac{4}{(x+2)^2}$$

$$\frac{6 \cdot (x+2)}{(x-2) \cdot (x+2)^2} = \frac{4 \cdot (x-2)}{(x-2) \cdot (x+2)^2}$$

$$\frac{6 \cdot (x+2)}{(x-2) \cdot (x+2)^2} = \frac{4 \cdot (x-2)}{(x-2) \cdot (x+2)^2}$$

$$6 \cdot (x+2) = 4 \cdot (x-2) \quad \longrightarrow \quad 6x + 12 = 4x - 8 \quad \longrightarrow \quad 2x = -20 \quad \longrightarrow \quad x = -10$$

Dominio dell'equazione:

$$(x-2) \cdot (x+2)^2 = 0$$

$$x-2=0 \quad x+2=0$$

$$x=2 \quad x=-2$$

$$D = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

Il valore $x = -10$ appartiene al dominio D dell'equazione per cui può essere accettata come soluzione

Esercizi di riepilogo

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie.

$$\mathbf{8} \quad 2 - \frac{1}{x} = 0$$

$$\mathbf{9} \quad \frac{2}{x} + 1 = 0$$

$$\mathbf{10} \quad \frac{1}{x} + 3 = 0$$

$$\mathbf{11} \quad \frac{x+2}{x-1} = 0$$

$$\mathbf{12} \quad \frac{3}{x+4} = 0$$

$$\mathbf{13} \quad \frac{2x+6}{x^2-1} = 0$$

$$\mathbf{14} \quad \frac{x-1}{x^2+2x-3} = 0$$

$$\mathbf{15} \quad \frac{3x-1}{x+1} = 0$$

$$\mathbf{16} \quad \frac{1}{x-2} = 3$$

$$\mathbf{17} \quad \frac{1}{5x+1} = 0$$

$$\mathbf{18} \quad \frac{x}{2x-1} = 3$$

$$\mathbf{19} \quad \frac{x-1}{x+2} = 1$$

$$\mathbf{20} \quad \frac{x-4}{x+4} = -1$$

Esercizi di riepilogo

$$\mathbf{25} \quad \frac{2x}{2-x} + \frac{1}{3} = 0$$

$$\mathbf{26} \quad \frac{2}{x+3} + \frac{3}{2} = -\frac{1}{4} + 3$$

$$\mathbf{27} \quad \frac{3}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{4}{x^2 + 2x}$$

$$\mathbf{28} \quad \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{1}{x+1}$$

$$\mathbf{29} \quad \frac{3}{x^2 - 2x} = \frac{2}{x}$$

$$\mathbf{30} \quad \frac{2x-1}{x^2-x} = \frac{1}{x}$$

$$\mathbf{31} \quad \frac{x+1}{x^2-3x} = \frac{2}{x}$$

$$\mathbf{32} \quad \frac{1}{2x-2} = \frac{1}{x^2-x}$$

$$\mathbf{33} \quad \frac{2}{x^2-2x+1} = \frac{1}{x^2-1}$$

$$\mathbf{34} \quad \frac{3}{x^2+2x} = -\frac{1}{2x+4}$$

$$\mathbf{35} \quad \frac{2x}{1-x^2} = \frac{3}{x-1}$$

$$\mathbf{36} \quad \frac{1}{x^2+4x} = \frac{3}{x^2-16}$$

$$\mathbf{37} \quad \frac{2x+3}{x^2-1} = -\frac{1}{2x+2}$$

$$\mathbf{38} \quad \frac{1}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2+2x} = \frac{3}{x^2-4}$$

Esercizi di riepilogo

$$42 \quad \frac{1}{1-x} - \frac{3}{x^2-1} = \frac{2}{x+1}$$

$$\left[-\frac{2}{3}\right]$$

$$43 \quad \frac{1}{2-2x} + \frac{1}{3x+3} = \frac{2}{x^2-1}$$

$$[-17]$$

$$44 \quad \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{3}{2x^2+2x}$$

[Impossibile]

$$45 \quad \frac{x}{x^2-9} - \frac{1}{2x+6} = \frac{2}{9-3x}$$

[Impossibile]

$$46 \quad \frac{1}{2x-2} - \frac{1}{3x+3} = \frac{1}{1-x^2}$$

$$[-11]$$

$$47 \quad \frac{2}{x} - \frac{3}{x-1} = \frac{1}{2x^2-2x}$$

$$\left[-\frac{5}{2}\right]$$

$$48 \quad \frac{1}{2x-4} - \frac{1}{x} - \frac{1}{2x+4} = -\frac{x}{x^2-4}$$

[Impossibile]

$$49 \quad \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = -\frac{x}{x^2-4} \quad [-1]$$

$$50 \quad \frac{1}{2x-1} - \frac{1}{1-4x^2} = \frac{2}{2x+1} \quad [2]$$

$$51 \quad \text{Videolezione} \quad \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2+2x} = \frac{3}{x^2-2x} \quad [-8]$$

$$52 \quad \frac{1}{4x^2-4} + \frac{1}{3x+3} = \frac{1}{8x-8} \quad [\text{Impossibile}]$$

$$53 \quad \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad \left[\frac{5}{3}\right]$$

$$54 \quad \frac{1}{x} - \frac{2}{x+2} = -\frac{1}{x+3} \quad [-6]$$

$$55 \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad \left[\frac{3}{2}\right]$$

ESERCIZI

VERIFICA N. 6

Risolvi le seguenti equazioni frazionarie, a coefficienti numerici e verifica i risultati trovati.

1. $\frac{9}{3(x-1)} + \frac{4+x}{x^2-1} = \frac{1}{3x+3};$

2. $\frac{x-3}{x+3} - \frac{14-4x}{x^2-9} = \frac{x}{x-3};$

3. $\frac{1-2x^2}{2x^2-2} = \frac{5}{2x+2} - \frac{x+1}{x-1};$

4. $\frac{4x-3}{x-1} = \frac{2x^2-1}{x^2-1} + \frac{2x+1}{x+1};$

5. $\frac{x+2}{x+1} + \frac{x-4}{x-1} = \frac{2(x^2-6)}{x^2-1};$

6. $\frac{2x(x+10)}{x^2+4x+3} + \frac{4x+6}{x+3} = \frac{2+6x}{x+1};$

7. $\frac{5}{x+2} - \frac{2x+9}{x^2+5x+6} = 1 - \frac{x}{x+3};$

8. $\frac{3-2x}{x^2-x} + \frac{1+5x}{x^2-1} = \frac{2}{x+1};$

9. $\frac{x^2}{x^3-x^2+x-1} + 1 + \frac{2-x}{x-1} = \frac{2x}{x^2+1};$

10. $\frac{x-1}{x+1} + \frac{2x+1}{2x-1} = \frac{4x^2(2x+1)+1}{4x^3+4x^2-x-1};$

11. $\frac{(y+1)(y-1)}{(y-2)^3} - \frac{3}{5(y-2)^2} = \frac{1}{y-2};$

12. $\frac{(y-1)(y+1)}{(y-1)^3} + \frac{4}{7(y-1)^2} = \frac{1}{y-1};$

13. $\frac{(y+1)^2}{(y+1)^3-8} + \frac{3}{(y+1)^2+2(y+1)+4} - \frac{1}{y-1} = 0.$

$\frac{5}{x+1} + \frac{4}{1-x^2} - \frac{3}{2x-2} = 0.$

$\frac{3}{2x-1} + \frac{5}{2x+1} = \frac{6}{4x^2-1}.$

$\frac{1}{3x+1} + \frac{3}{2-6x} = \frac{2(x-3)}{9x^2-1}.$

$\frac{2x+3}{3x-1} = \frac{15x^2+7x-4}{9x^2-1} - \frac{3x-1}{3x+1}.$

$\frac{6x+2}{2x^2-12x+16} - \frac{4}{x-4} + \frac{5}{2x-4} = 0.$

$\frac{4-3x}{4(1-x)} - \frac{1}{1+x-2x^2} = \frac{3x+1}{4x+2}.$

$1 - \frac{x}{2+x} + \frac{1-4x}{x^2-x-6} = \frac{1}{3-x}.$

$\frac{7}{2y^2-y} - \frac{4}{2y^2+y} = \frac{5}{4y^2-1}.$

NB. Di questa verifica non sono proposti i risultati.

6. PROBLEMI DI 1° GRADO

- 1. Leggere attentamente il problema, individuandone l'obiettivo;**
- 2. Individuare i dati e l'incognita;**
- 3. Indicare con x l'incognita ed esprimere altre grandezze incognite correlate ad x mediante espressioni algebriche nella variabile x ;**
- 4. Trasformare il problema nell'equazione risolvente;**
- 5. Risolvere l'equazione;**
- 6. Verificare la soluzione trovata.**

M 6. PROBLEMI DI 1° GRADO

Un ragazzo dice ad un amico

- a) Pensa a un numero, b) moltiplicalo per tre, c) aggiungi 18,
 d) dividi per tre, e) aggiungi 14, f) toglì il numero pensato

Comunica poi all'amico che il risultato è 20. **Vediamo se è 20**

Traduciamo il problema in equazione

a) x

b) $3x$

c) $3x+18$

d) $\frac{3x+18}{3}$

e) $\frac{3x+18}{3} + 14$

f) $\frac{3x+18}{3} + 14 - x$

L'equazione $\frac{3x + 18}{3} + 14 - x = 20$ diventa $\frac{3x+18+42-3X}{3} = 20$

Da cui $0 + 60 = 60$. che è un'identità

Determinare un numero sapendo che il suo triplo, aggiunto alla sua metà, è uguale al doppio del numero stesso aumentato di 12.

Indicando con **x il numero da trovare**, l'equazione risolvente del problema è la seguente:

$$\begin{array}{ccc} \longrightarrow & \boxed{3x} + \frac{\boxed{x}}{\boxed{2}} = \boxed{2x + 12} & \longleftarrow \\ \text{Triplo di } x & & \text{Doppio di } x \\ & \uparrow & \text{aumentato di } 12 \\ & \text{Metà di } x & \end{array}$$

La soluzione dell'equazione risolvente ci darà il numero cercato:

$$\frac{6x + x}{2} = \frac{4x + 24}{2} \longrightarrow 3x = 24 \longrightarrow x = 8$$

Determinare due numeri naturali consecutivi tali che i $\frac{6}{5}$ del primo aumentati dei $\frac{5}{6}$ del secondo diano 11.

Poniamo:

$x =$ numero naturale

$x + 1 =$ numero naturale consecutivo

L'equazione risolvente sarà:

$$\frac{6}{5}x + \frac{5}{6}(x + 1) = 11$$

La soluzione dell'equazione risolvente ci darà il numero cercato e quindi il suo consecutivo:

$$\frac{36x + 25 \cdot (x + 1)}{30} = \frac{330}{30} \longrightarrow 36x + 25x + 25 = 330 \longrightarrow 61x = 305$$

$$x = 5 \longrightarrow x + 1 = 6$$

Policrate, tiranno di Samo, avendo chiesto a Pitagora quanti alunni avesse, ebbe questa risposta: “una metà studia matematica, $\frac{1}{4}$ studia i misteri della natura e $\frac{1}{7}$ medita nel silenzio; inoltre vi sono tre donne”.

Poniamo:

x = numero totale degli studenti

L'equazione risolvente sarà:

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x$$

La soluzione dell'equazione risolvente ci darà il numero totale degli studenti:

$$\frac{14x + 7x + 4x + 84}{\cancel{28}} = \frac{28x}{\cancel{28}} \quad \longrightarrow \quad -3x = -84 \quad \longrightarrow \quad x = 28$$

Determinare due numeri dispari consecutivi tali che la metà del più piccolo aggiunta ai 4/5 del più grande è uguale alla differenza tra il quadrato del più grande ed il quadrato del più piccolo.

Poniamo:

$x =$ numero dispari

$x + 2 =$ numero dispari consecutivo

L'equazione risolvente sarà:

$$\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}(x + 2) = (x + 1)^2 - x^2$$

La soluzione dell'equazione risolvente ci darà il numero cercato e quindi il suo consecutivo:

$$\frac{1}{2}x + \frac{4}{5}x + \frac{8}{5} = \cancel{x^2} + 1 + 2x - \cancel{x^2} \longrightarrow \frac{5x + 8x + 16}{10} = \frac{10 + 20x}{10} \longrightarrow -7x = -6 \longrightarrow x = \frac{6}{7}$$

Poiché la soluzione non è un numero dispari, il problema non ammette soluzione.

Determinare gli angoli di un triangolo sapendo che il primo è $\frac{5}{4}$ del secondo e che il terzo supera di 15° la metà del secondo.

Dati del problema:

$$\alpha = \frac{5}{4} \cdot \beta \quad \gamma = \frac{\beta}{2} + 15^\circ$$

L'equazione risolvente del problema è la seguente \longrightarrow $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

Scelta dell'incognita \longrightarrow $x = \beta$ perché dai dati del problema α e γ sono espressi in funzione di β , e quindi l'equazione risolvente in questo modo conterrà una sola incognita, cioè β :

$$\frac{5}{4}x + x + \frac{x}{2} + 15 = 180 \longrightarrow \frac{5x + 4x + 2x + 60}{4} = \frac{720}{4} \longrightarrow 11x = 660 \longrightarrow x = 60^\circ$$

In definitiva:

$$\beta = 60^\circ$$

$$\alpha = \frac{5}{4} \cdot 60 = 75^\circ$$

$$\gamma = \frac{60^\circ}{2} + 15^\circ = 45^\circ$$

