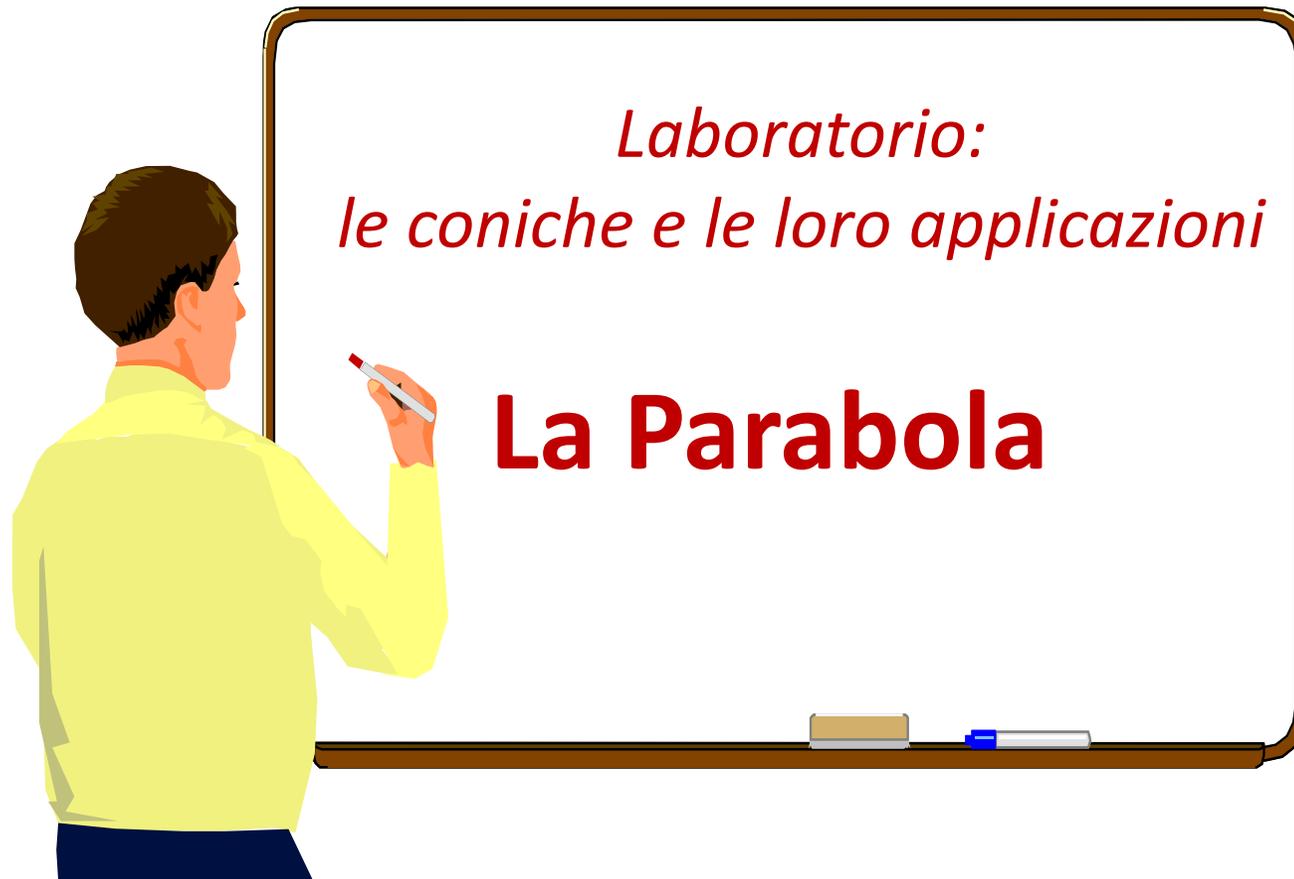


**NO
WAR**

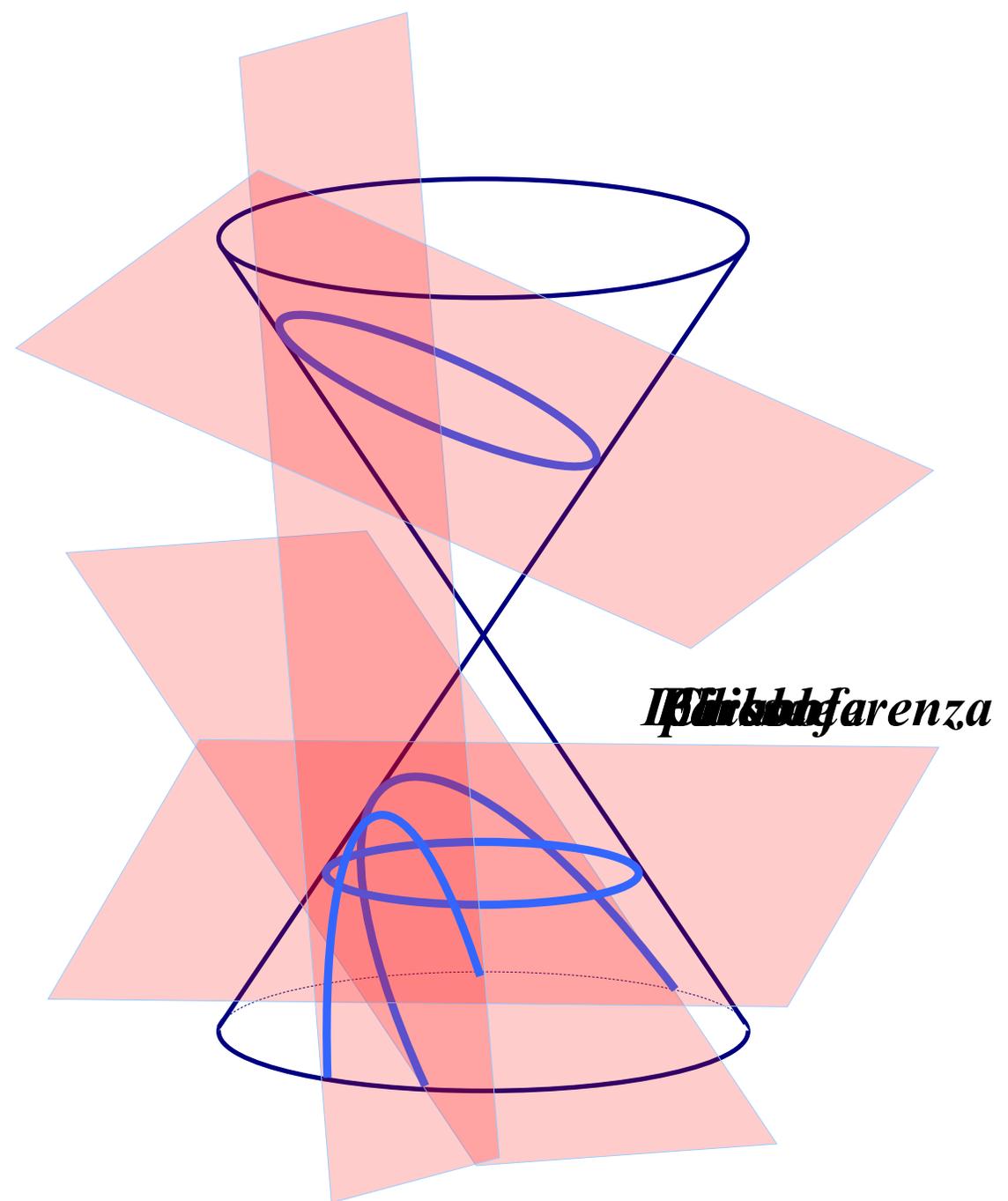
**La Scuola italiana
dice NO alla guerra**



Le coniche

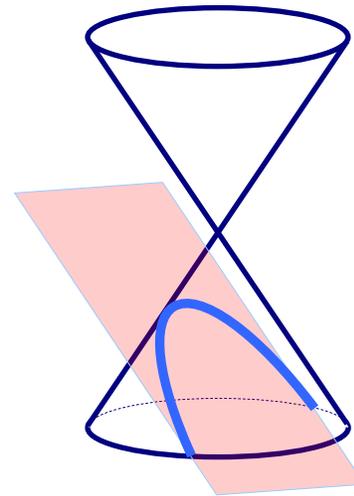
Approccio geometrico-visivo

- Intersecare il cono con piani di diversa inclinazione.
- Studiare i risultati delle intersezioni.

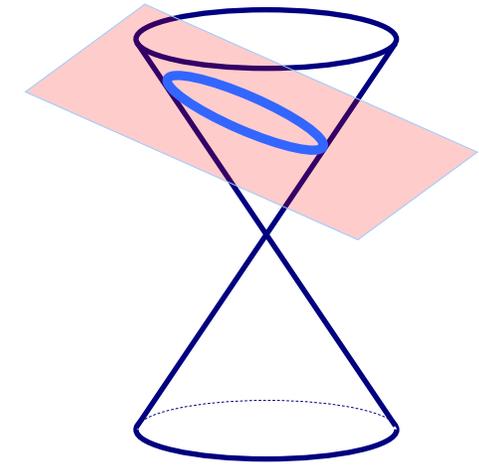


Le coniche

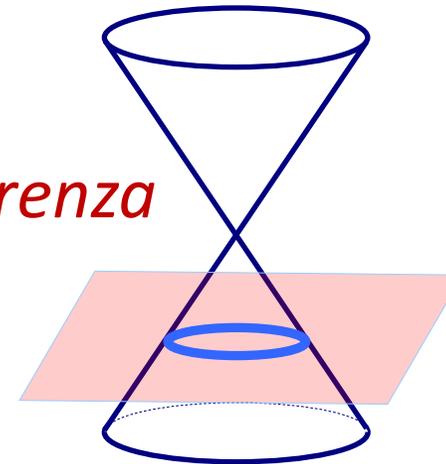
Approccio geometrico-visivo



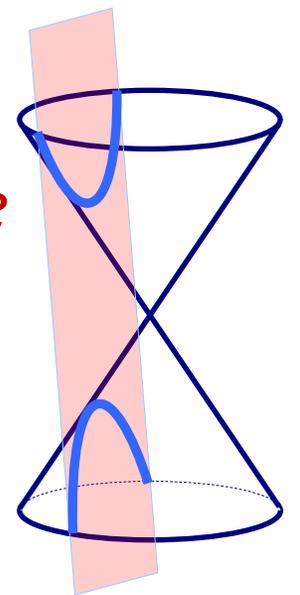
Parabola



Ellisse



Circonferenza



Iperbole

Che “forma” ha il fascio di luce se punto una torcia con il braccio perpendicolare al muro?



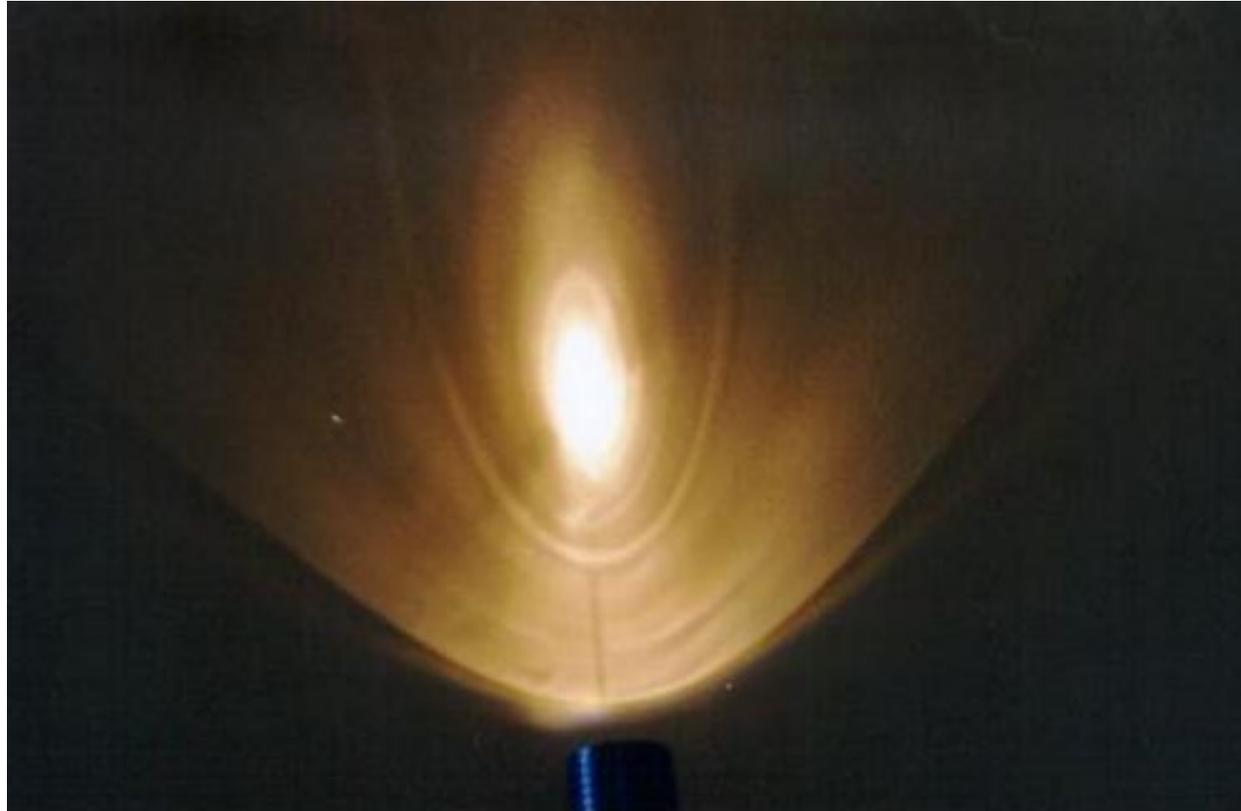
Risposta: si forma una **circonferenza**

Che “forma” ha il fascio di luce se punto una torcia con il braccio inclinato rispetto al muro?



Risposta: si forma **un'ellisse**

....o un'iperbole





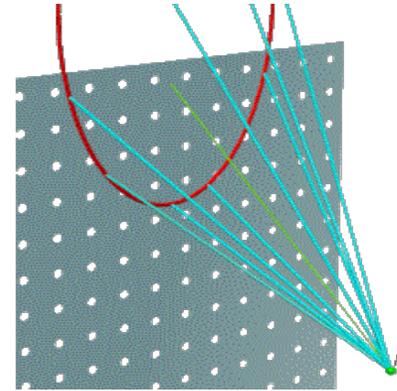
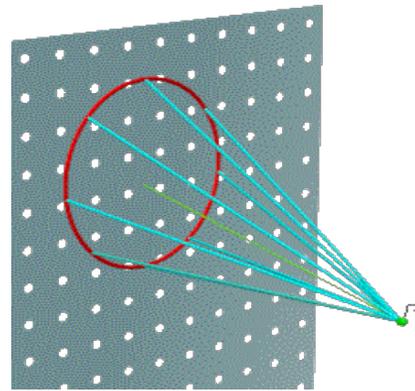
Circonfenza



Ellisse



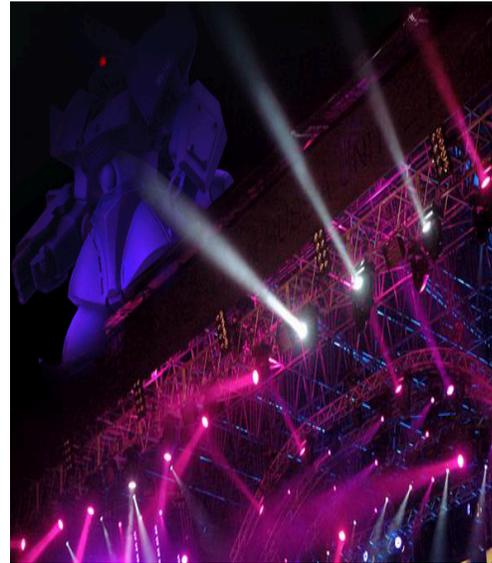
Iperbole



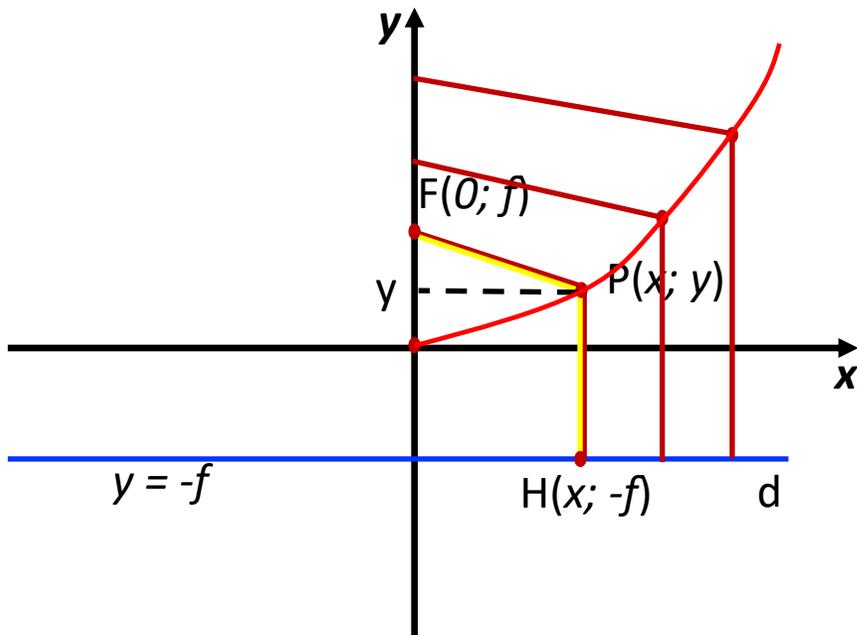
Cono



Le coniche nella realtà “concreta”



M L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA



Fissiamo:

- Due assi cartesiani,
- il **fuoco** nel punto $F(0; f)$
- la **direttrice** nella retta d di equazione $y = -f$,
- un **punto** generico $P(x; y)$ equidistante da F e da d ,
- $\overline{PF} = \overline{PH}$.

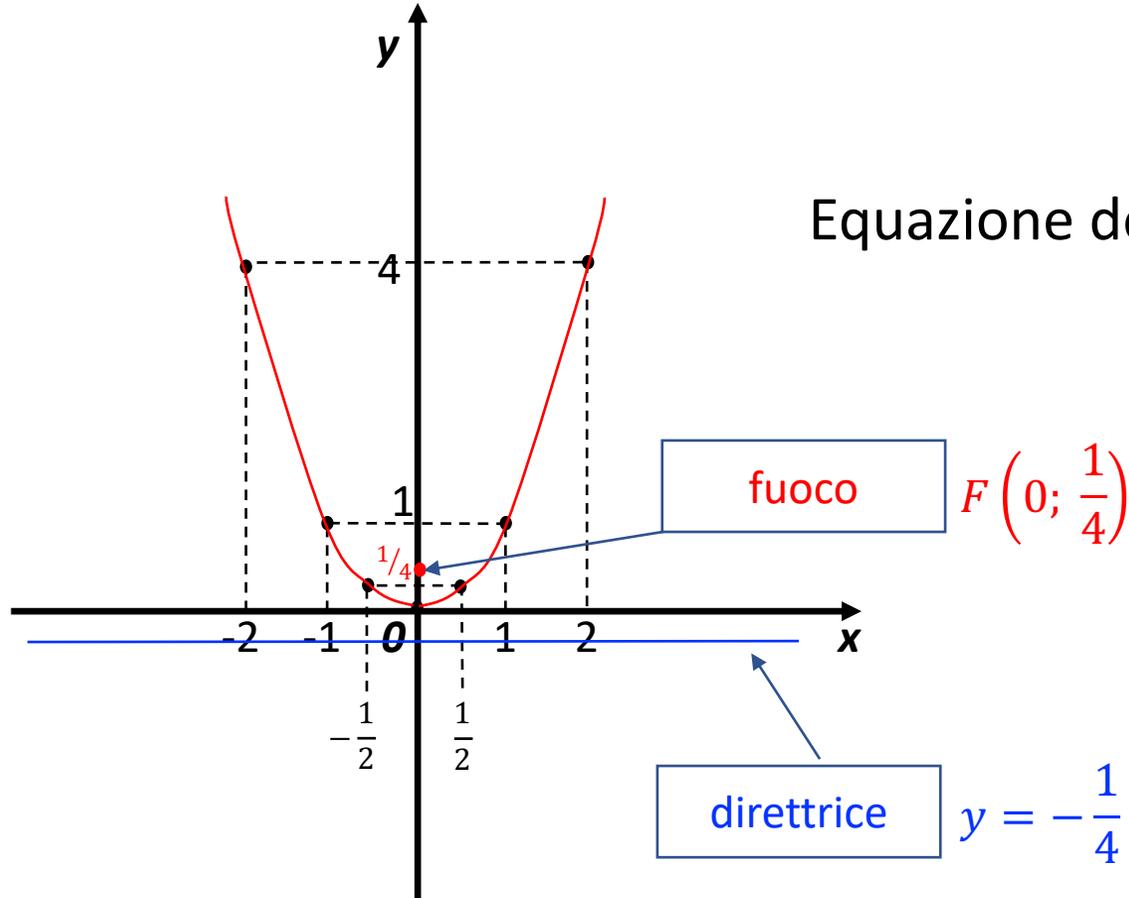
Equazione della parabola con vertice nell'origine e asse verticale $y = ax^2$

Coordinate del fuoco: $F(0; \frac{1}{4a})$. Equazione della direttrice: $y = -\frac{1}{4a}$

M Esempio

$$y = 1x^2$$

x	y
0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
1	1
-1	1
2	4
-2	4



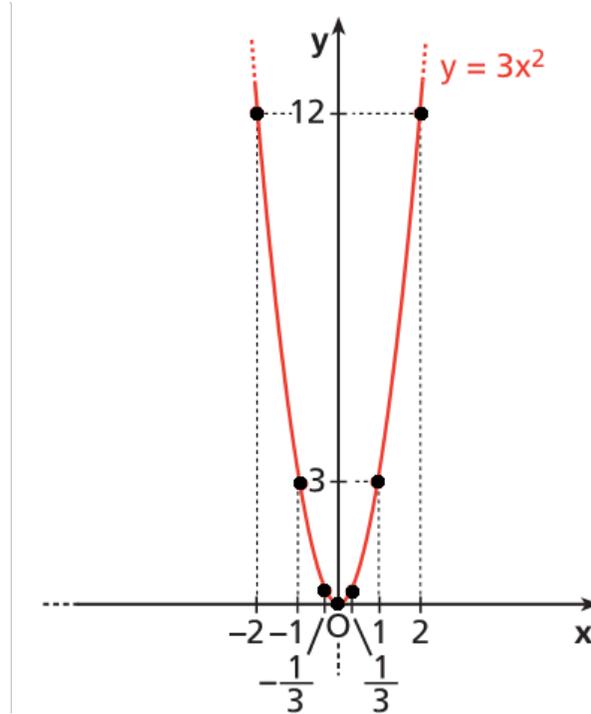
Inoltre $f = \frac{1}{4a} = \frac{1}{4}$

Fuoco. $F\left(0; \frac{1}{4}\right)$

Equazione della direttrice. $y = -\frac{1}{4}$

$$y = 3x^2 .$$

x	y
0	0
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
-1	3
1	3
-2	12
2	12



Inoltre:

$$f = \frac{1}{4a} = \frac{1}{12}$$

fuoco $F\left(0; \frac{1}{12}\right)$

eq. della direttrice $y = -\frac{1}{12}$

M Esercizio

6 Una parabola ha come asse la retta di equazione $x = -1$ e passa per il punto di coordinate $(2, -3)$; quale dei seguenti è certamente un punto della parabola?

A $P(-4, -3)$

B $Q(-3, -3)$

C $R(4, -3)$

D Nessuno dei precedenti

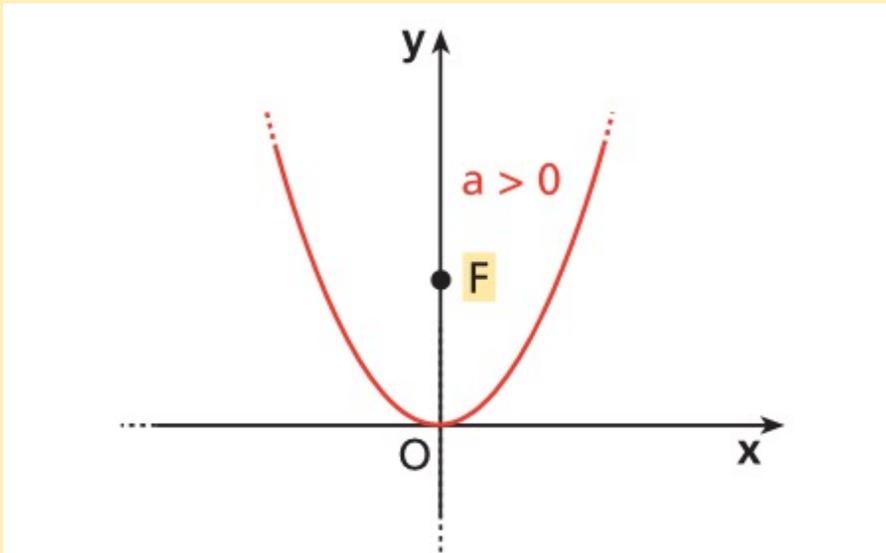
IL SEGNO DI a E LA CONCAVITÀ DELLA PARABOLA

$a > 0$

$y = ax^2$ è **positiva** o nulla,

la distanza focale è $f > 0$,
(Fuoco $f > 0$)

F ha ordinata **positiva**.



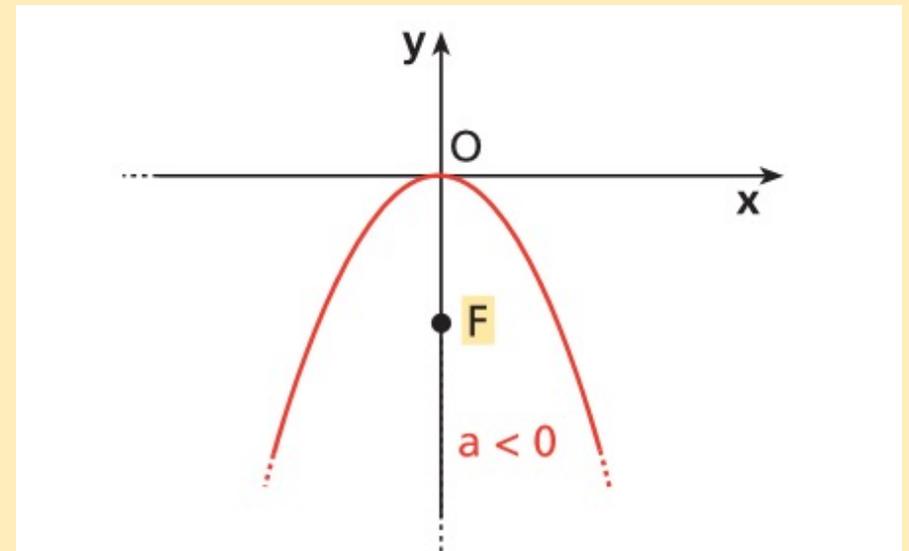
Concavità rivolta **verso l'alto**.

$a < 0$

$y = ax^2$ è **negativa** o nulla,

la distanza focale è $f < 0$,
(Fuoco $f < 0$)

F ha ordinata **negativa**.



Concavità rivolta **verso il basso**.

M Esercizio

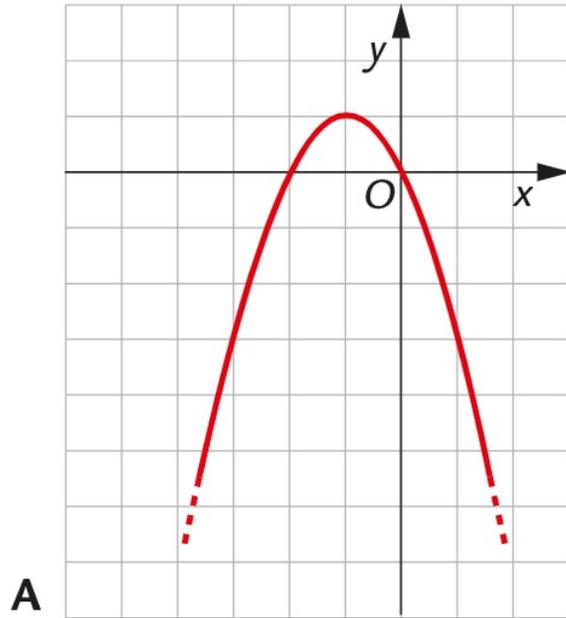
7 **Associazione.** Associa a ogni equazione la parabola corrispondente:

a. $y = x^2 + 2x$

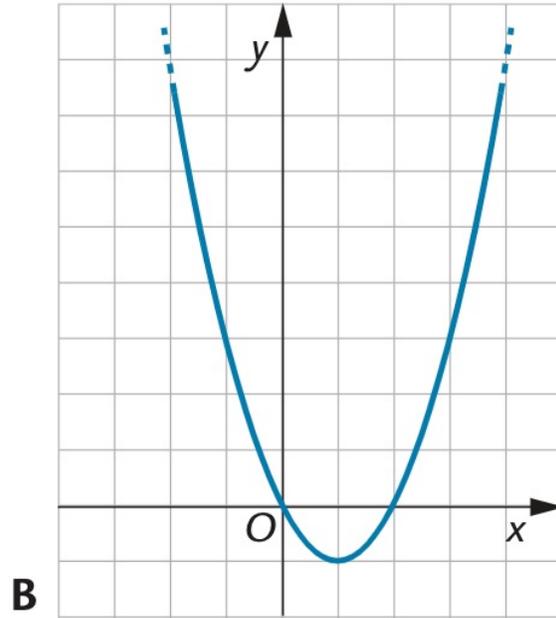
b. $y = -x^2 + 2x$

c. $y = -x^2 - 2x$

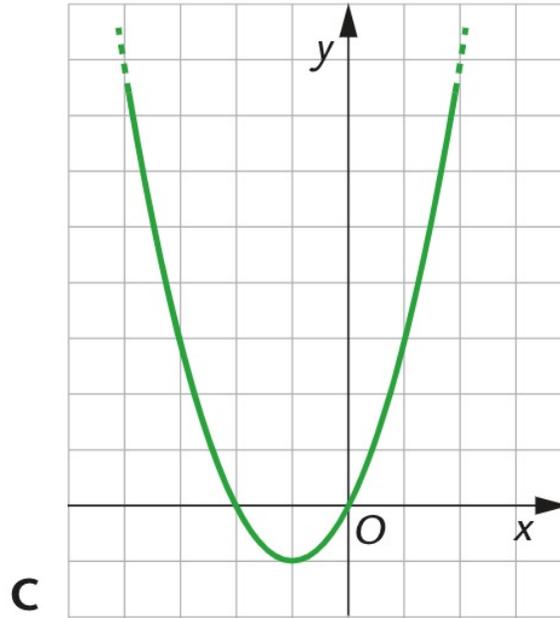
d. $y = x^2 - 2x$



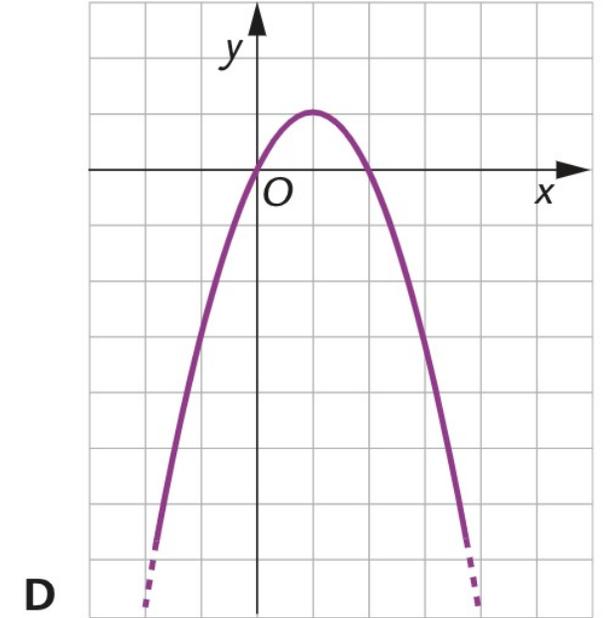
c. $y = -x^2 - 2x$



d. $y = x^2 - 2x$



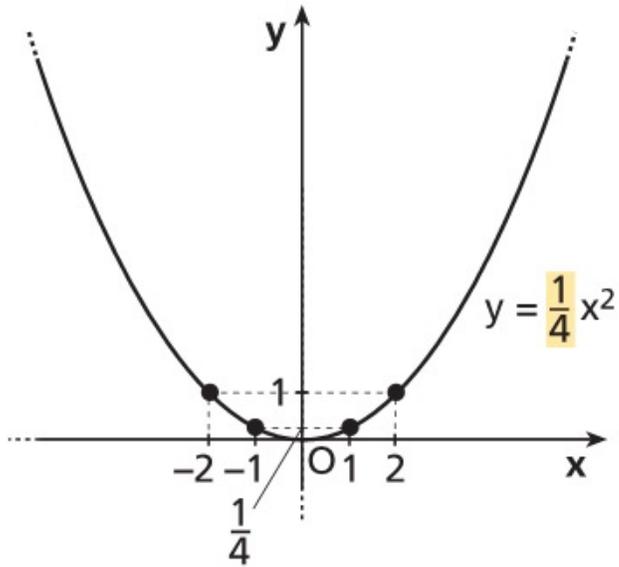
a. $y = x^2 + 2x$



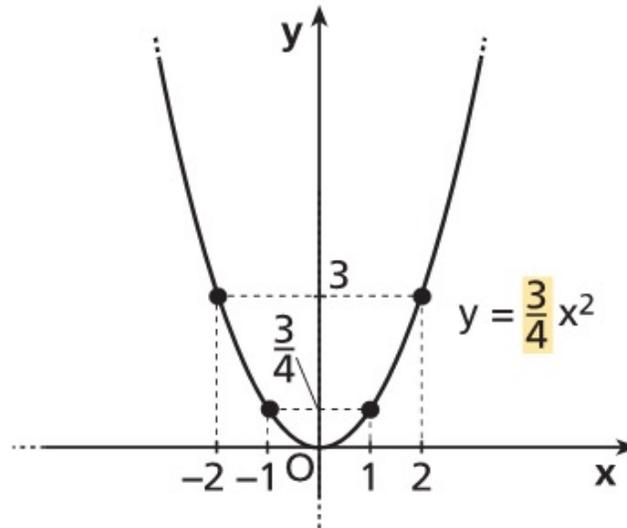
b. $y = -x^2 + 2x$

M IL VALORE DI a E L'APERTURA DELLA PARABOLA

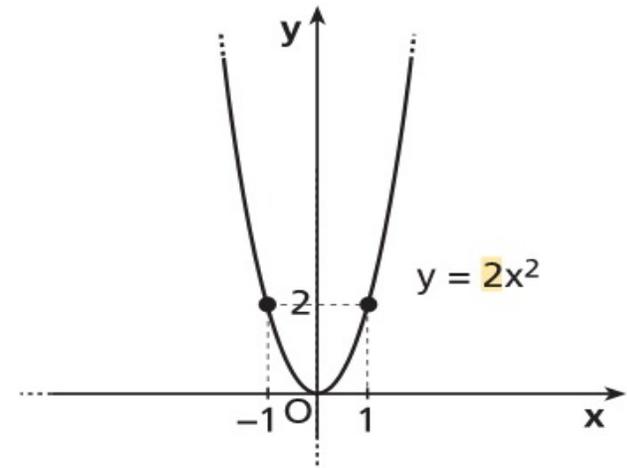
$$a = \frac{1}{4}$$



$$a = \frac{3}{4}$$



$$a = 2$$



Per $a > 0$, all'aumentare di a diminuisce l'apertura della parabola.

L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

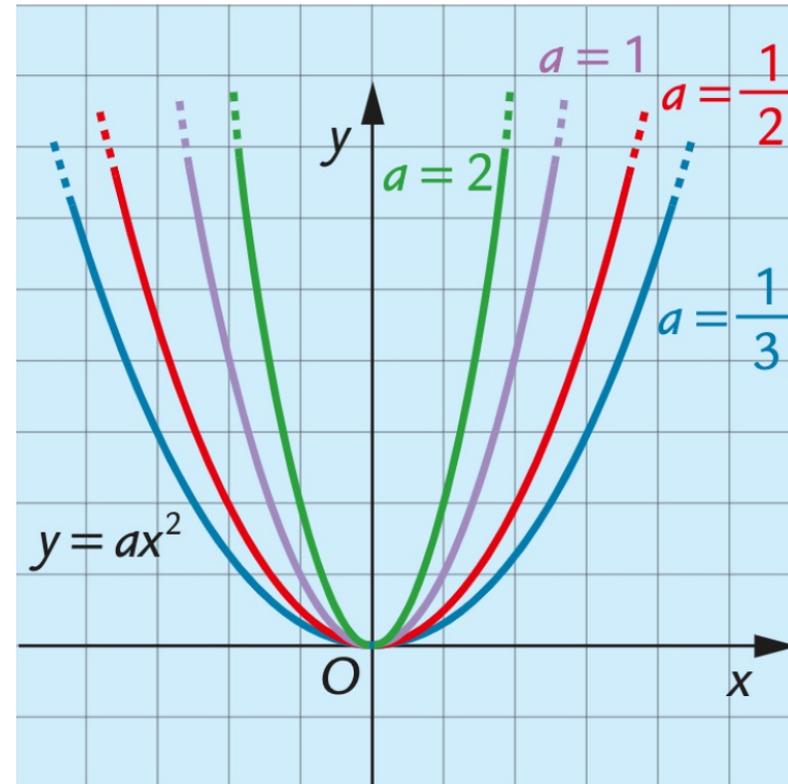
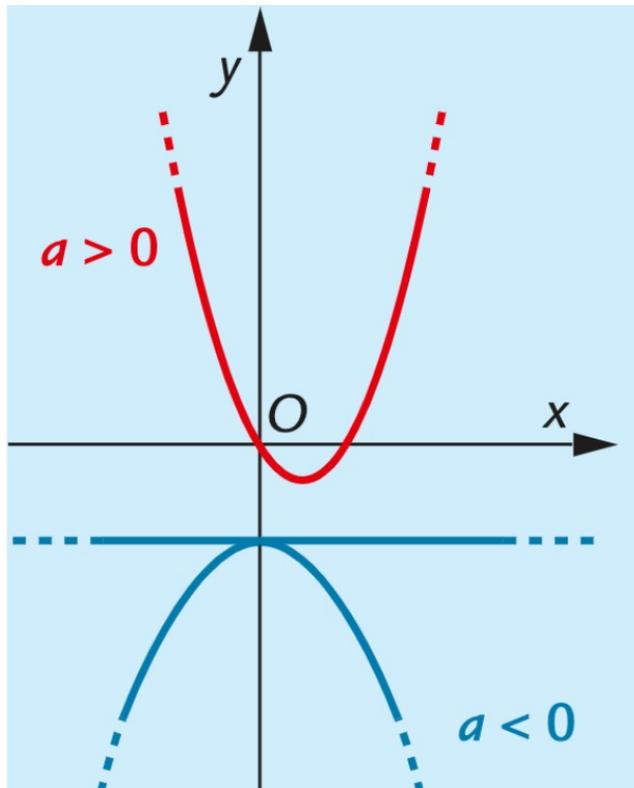
$$y = ax^2 + bx + c .$$

Equazione generica della parabola

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Coefficiente a .

Il segno di a dà informazioni sulla concavità della parabola



L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Equazione generica della parabola $y = ax^2 + bx + c$.

Coefficiente b

È legato alla posizione dell'asse della parabola; in particolare, l'asse della parabola coincide con l'asse y se $b = 0$.

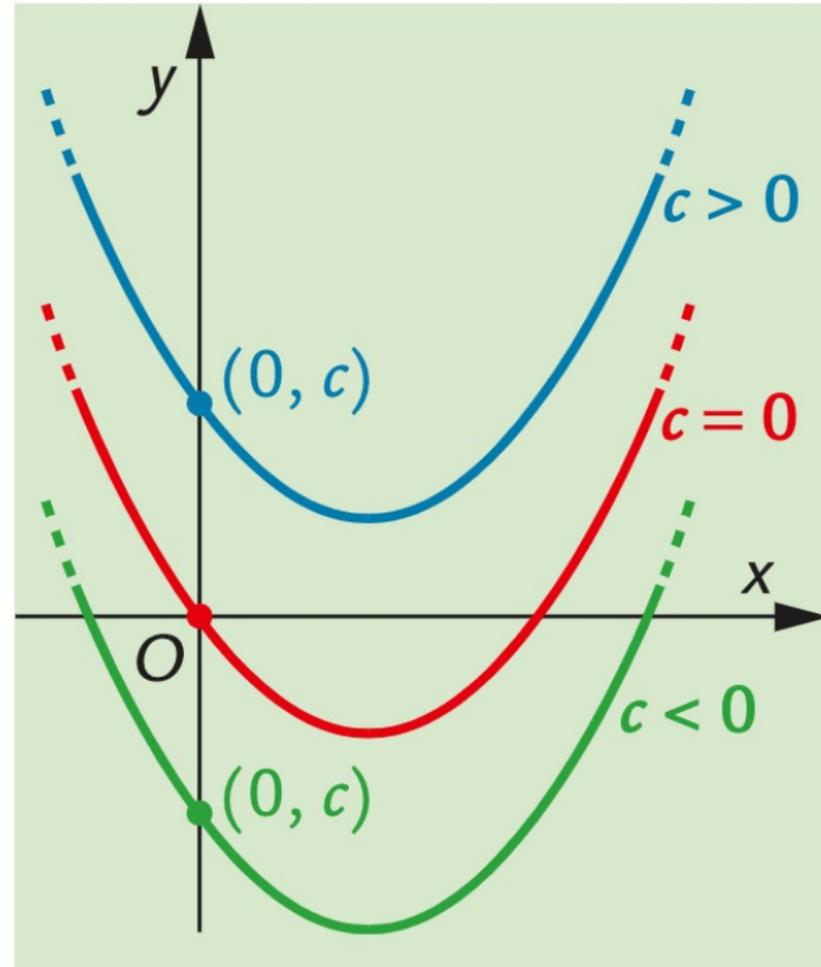
L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .
 $y = ax^2 + bx + c$.

Equazione generica della parabola

$$y = ax^2 + bx + c .$$

Coefficiente c

Rappresenta l'ordinata del punto di intersezione della parabola con l'asse y .



L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$y = ax^2 + bx + c$.

Equazione generica della parabola $y = ax^2 + bx + c$.

L'asse di simmetria ha equazione: $x = -\frac{b}{2a}$

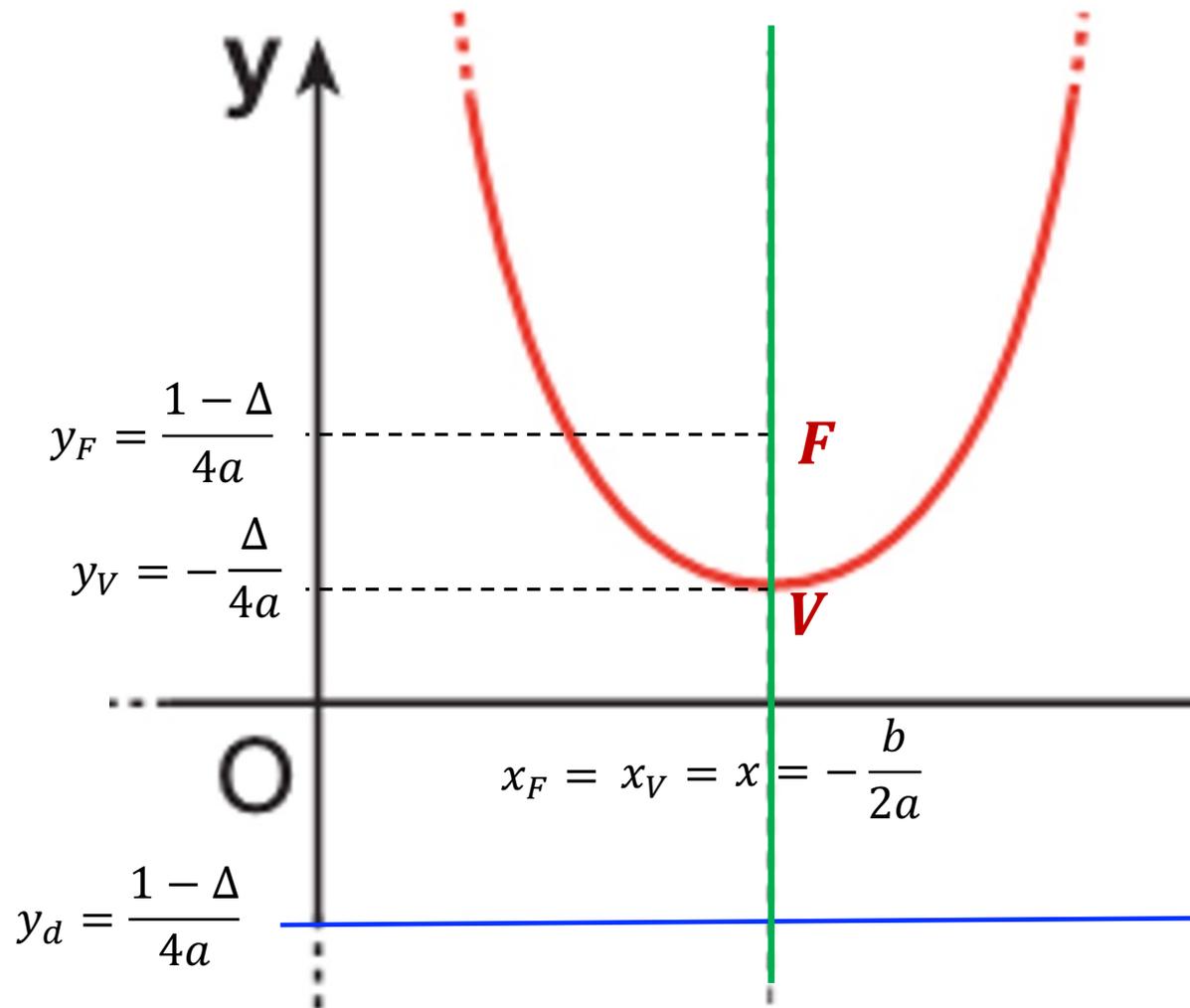
il vertice è il punto:

$V(x_V; y_V) = V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$ $x_V = -\frac{b}{2a}$
 $y_V = -\frac{\Delta}{4a}$

il fuoco è il punto:

$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$ $x_F = -\frac{b}{2a}$
 $y_F = \frac{1-\Delta}{4a}$

la direttrice ha equazione: $y_d = \frac{1-\Delta}{4a}$





L'EQUAZIONE DELLA PARABOLA CON ASSE PARALLELO ALL'ASSE y .

$y = ax^2 + bx + c$.

Equazione generica della parabola

$y = ax^2 + bx + c$.

L'asse di simmetria ha equazione:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

il **vertice** è il punto:

$$V(x_V; y_V) = V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

$$x_V = -\frac{b}{2a}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

il **fuoco** è il punto:

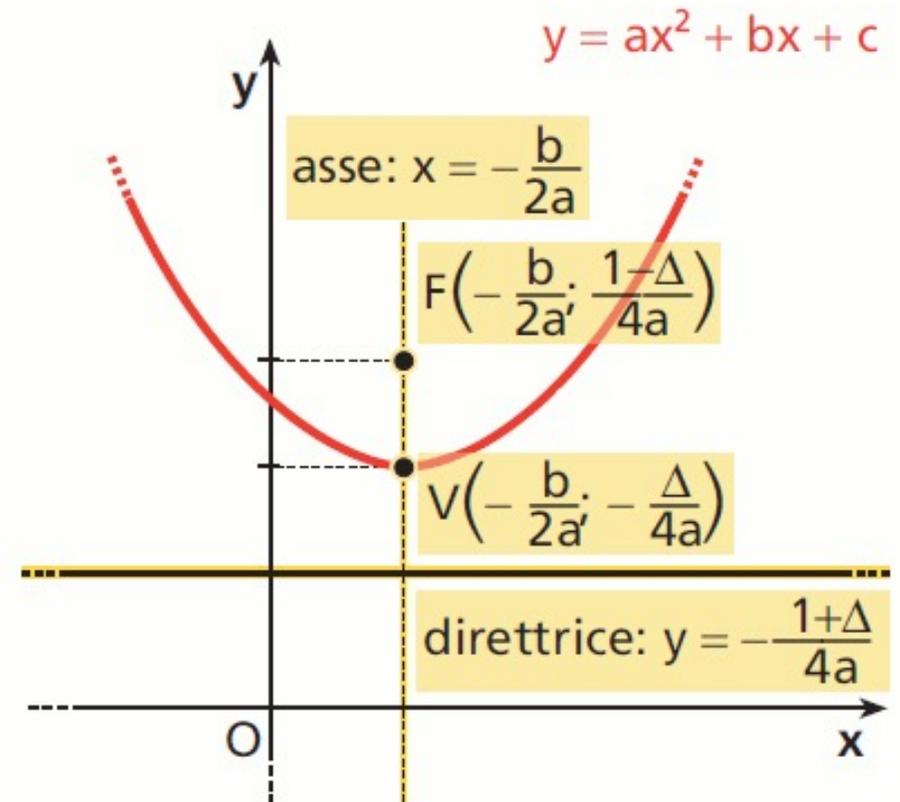
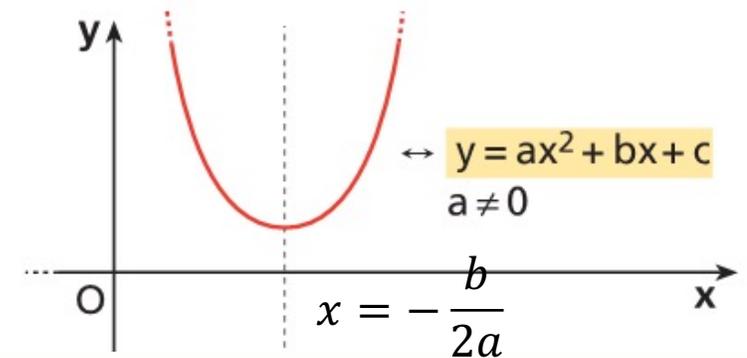
$$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

$$x_F = -\frac{b}{2a}$$

$$y_F = \frac{1-\Delta}{4a}$$

la **direttrice** ha equazione:

$$y_d = \frac{1-\Delta}{4a}$$



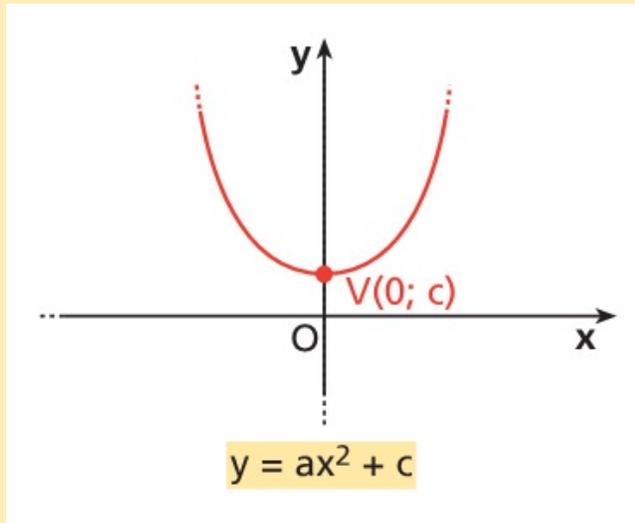
ALCUNI CASI PARTICOLARI

$b = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 + c .$$

La parabola ha vertice $V(0; c)$ e il suo asse di simmetria è l'asse y .

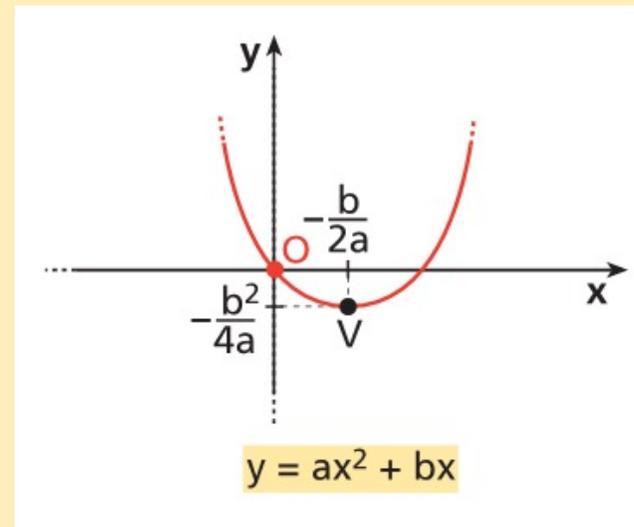


$c = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 + bx .$$

La parabola passa per l'origine O .

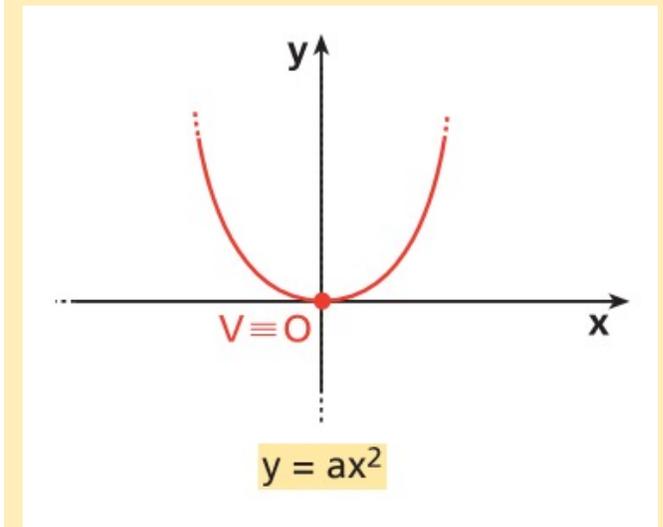


$b = 0, c = 0$

L'equazione diventa:

$$y = ax^2 .$$

La parabola ha il vertice nell'origine O .



M Esercizio

2 Fra i punti che hanno le seguenti coordinate, solo **due** appartengono alla parabola avente equazione $y = -\frac{1}{2}x^2$. Quali?

- A $(-2, -2)$ B $(2, 2)$ C $(2, -2)$ D $(-2, 2)$

3 Fra i punti che hanno le seguenti coordinate, uno **non** appartiene alla parabola di equazione $y = -\frac{2}{3}x^2$. Quale?

- A $(-1, -0,6)$ C $(3, -6)$
 B $(-2, 2,6)$ D $(0,5, -\frac{1}{6})$

4 Uno solo dei seguenti punti appartiene alla parabola di equazione $y = x^2 - 4x + 3$. Quale?

- A $P(-2, 10)$
 B $Q(-1, 8)$
 C $R(1, 1)$
 D $S(2, -2)$

5 Uno solo dei seguenti punti **non** appartiene alla parabola di equazione $y = 2x^2 - 4x$. Quale?

- A $P(0, 0)$ C $R(2, 0)$
 B $Q(1, -2)$ D $S(3, 7)$

10 Completa la seguente tabella.

Equazione della parabola	$y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x$	$y = x^2 - 3$	$y = -x^2 + 4x - 1$																																				
Asse e vertice																																				
Tabella di valori per x e y	<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-4</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-4	-2	0	2	4	y						<table border="1"> <tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	-2	-1	0	1	2	y						<table border="1"> <tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>	x	0	1	2	3	4	y					
x	-4	-2	0	2	4																																		
y																																							
x	-2	-1	0	1	2																																		
y																																							
x	0	1	2	3	4																																		
y																																							
Grafico della parabola, dopo aver rappresentato il vertice, i punti aventi le coordinate corrispondenti ai valori trovati nella tabella e i loro simmetrici rispetto all'asse della parabola																																							

M Esercizi: vertice, asse e punti.

Traccia i grafici delle parabole aventi le seguenti equazioni, dopo aver determinato di ciascuna il vertice V , l'asse e altri quattro suoi punti.

- | | | | | | |
|-----------|---------------------|---|-----------|-------------------------------|--|
| 11 | $y = x^2 - 3x + 4$ | $\left[V\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right) \right]$ | 18 | $y = -2x^2 + 4x - 1$ | $[V(1, 1)]$ |
| 12 | $y = x^2 - 4x + 5$ | $[V(2, 1)]$ | 19 | $y = 2x^2 - 6x$ | $\left[V\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right) \right]$ |
| 13 | $y = x^2 - 2x$ | $[V(1, -1)]$ | 20 | $y = -x^2 + 5x - 4$ | $\left[V\left(\frac{5}{2}, \frac{9}{4}\right) \right]$ |
| 14 | $y = -x^2 + 4$ | $[V(0, 4)]$ | 21 | $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x$ | $[V(2, -2)]$ |
| 15 | $y = -x^2 - 2x + 1$ | $[V(-1, 2)]$ | 22 | $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2$ | $\left[V\left(3, -\frac{5}{2}\right) \right]$ |
| 16 | $y = x^2 - 6x + 9$ | $[V(3, 0)]$ | | | |
| 17 | $y = -x^2 + 6x - 5$ | $[V(3, 4)]$ | | | |

M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = x^2 - 3x + 4 .$$

Intersezione con l'asse x:

Posto $y=0$ $x^2 - 3x + 4 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 9 - 16 = -7 < 0$$

$\Delta < 0 \rightarrow$ Nessuna intersezione con l'asse x

Intersezione con l'asse y:

Posto $x=0$ $y = x^2 - 3x + 4 .$

$$y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 4 = 4 .$$

Intersezione con l'asse y

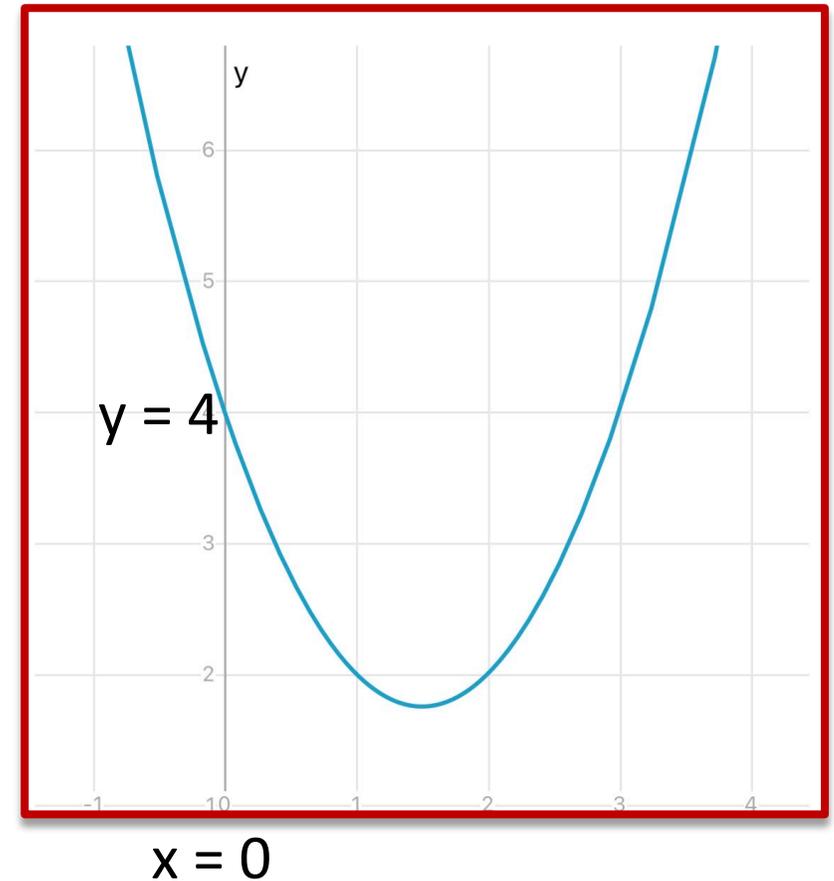
$$x = 0 \rightarrow y = 4$$

M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = x^2 - 3x + 4.$$

Intersezione con l'asse x: \rightarrow Nessuna intersezione con l'asse x

Intersezione con l'asse y: \rightarrow $x = 0 \rightarrow y = 4$



M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

$$y = -1x^2 + 6x - 5.$$

Intersezione con l'asse x:

Posto $y=0$ $-1x^2 + 6x - 5 = 0$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (6)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = 36 - 20 = 16 > 0$$

$$x_{1-2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-6 \pm \sqrt{16}}{2(-1)} = \frac{-6 \pm 4}{-2} = \frac{-6 - 4}{-2} = \frac{-10}{-2} = 5 \quad \text{Punti di intersezione con l'asse x:}$$

$$\frac{-6 + 4}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1 \quad P(5; 0) \quad Q(1; 0)$$

Intersezione con l'asse y:

Posto $x=0$ $y = -1x^2 + 6x - 5.$

$$y = -0^2 - 6 \cdot 0 - 5 = -5.$$

Punti Intersezione con l'asse y

$$x = 0 \quad \rightarrow \quad y = -5 \quad M(0; -5)$$

M Intersezione di una parabola con gli assi x e y

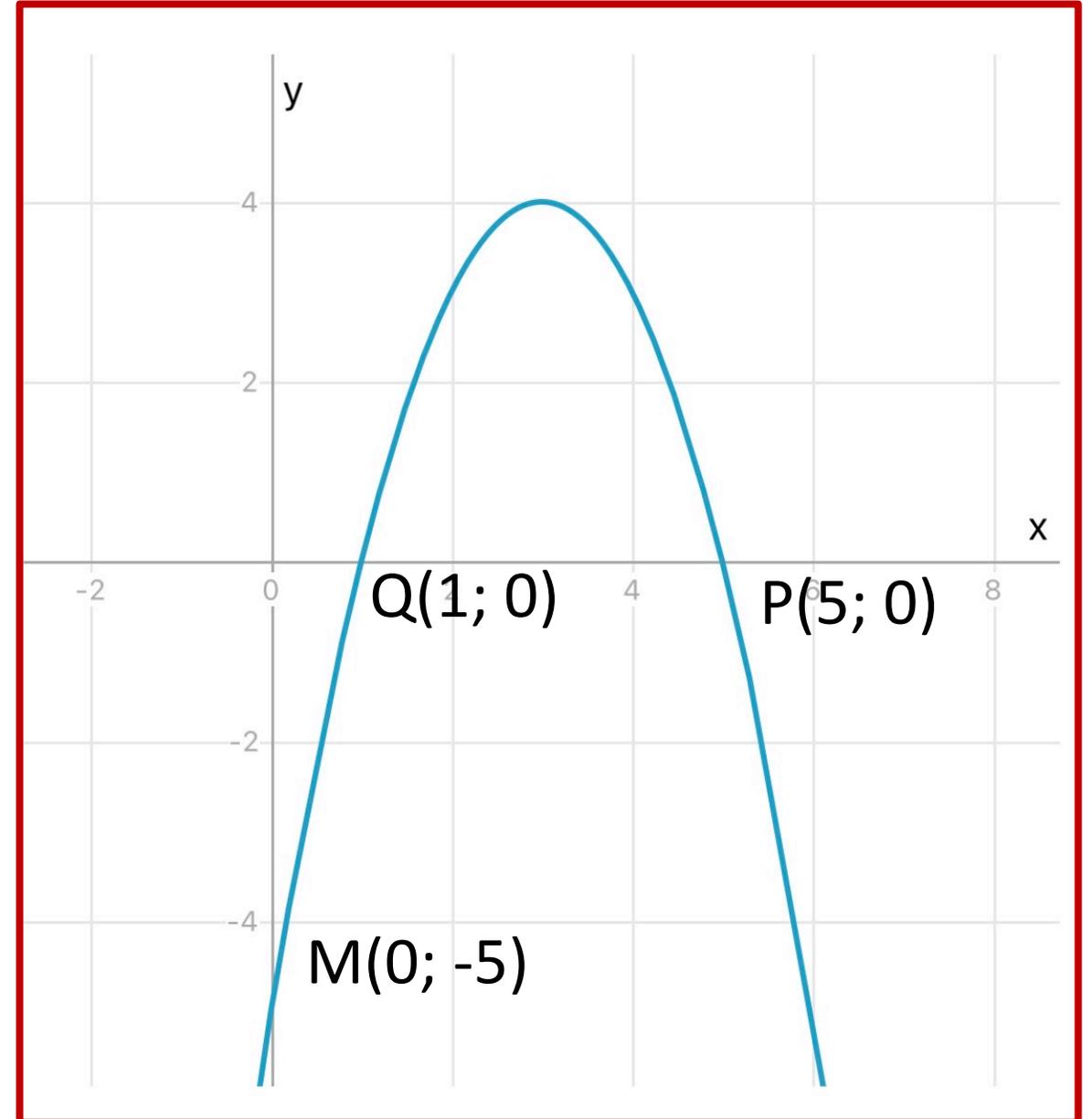
$$y = x^2 - 3x + 4$$

Intersezione con l'asse x:

$$\rightarrow P(5; 0) \quad Q(1; 0)$$

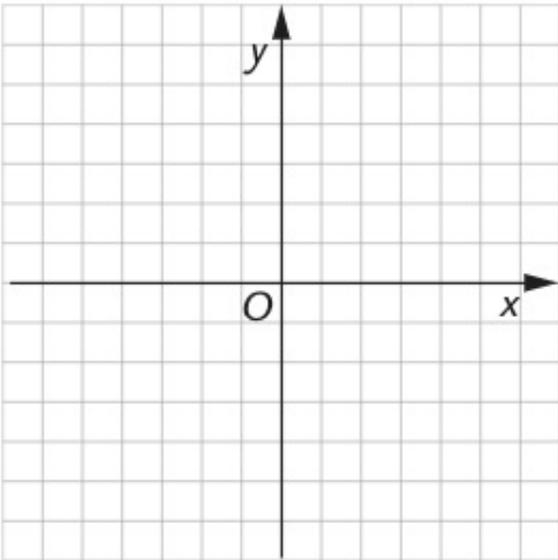
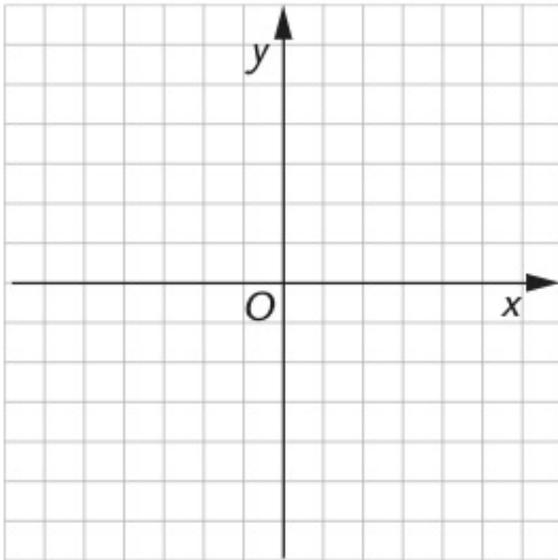
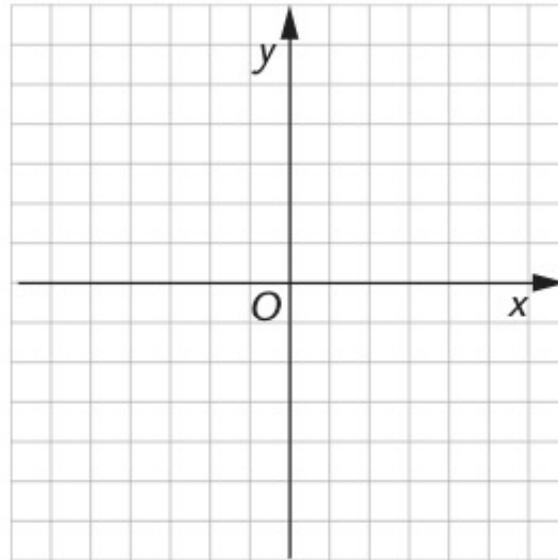
Intersezione con l'asse y:

$$\rightarrow M(0; -5)$$



M Esercizi: vertice e punti di intersezione

1 Completa la seguente tabella.

Funzione	$y = 3x^2 + 6x$	$y = (x + 2)^2 - 3$	$y = -x^2 + 4x - 3$
Asse e vertice della parabola corrispondente
Intersezioni della parabola con l'asse x
Intersezione della parabola con l'asse y
Grafico della parabola, dopo aver rappresentato il vertice, i punti d'intersezione con gli assi cartesiani e i loro simmetrici rispetto all'asse della parabola			

Esercizi: vertice e punti di intersezione

Traccia il grafico delle parabole aventi le seguenti equazioni, dopo averne individuato il vertice e i punti d'intersezione con gli assi cartesiani.

29 $y = x^2 - 2x$

30 $y = x^2 + 3x - 4$

31 $y = 2x^2 - 2$

32 $y = -2x^2 + 10x$

33 $y = -x^2 - 5x + 6$

34 $y = 2x^2 - 2x - 4$

35 $y = -x^2 + 1$

36 $y = -x^2 + 4x$

37 $y = x^2 + 4x + 4$

38 $y = -2x^2 - x + 3$

39 $y = x^2 + 5x + 6$

40 $y = (x - 1)^2 - 16$

41 $y = -x^2 + 6x + 7$

42 $y = x^2 + 6x + 5$